西 城 区 高 三 统 一 测 试

数　　学(理科)

2017.4

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页，共150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第Ⅰ卷（选择题　共40分）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\,|\,x<2\}$，$B=\{x\,|\,x<0\}$，那么$A\cap \complement_U B=$

(A) $\{x\,|\,0\leqslant x<2\}$　　(B) $\{x\,|\,0<x<2\}$

(C) $\{x\,|\,x<0\}$　　(D) $\{x\,|\,x<2\}$

2. 在复平面内，复数$\dfrac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$的对应点位于

(A) 第一象限　　(B) 第二象限

(C) 第三象限　　(D) 第四象限

3. 函数$f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x$的最小正周期是

(A) $\dfrac{\pi}{2}$　　(B) π　　(C) $\dfrac{3\pi}{2}$　　(D) 2π

4. 函数$f(x)=2^x+\log_2|x|$的零点个数为

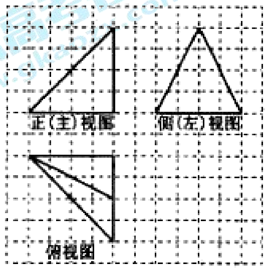
(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

5. 在△ABC 中，点 D 满足 $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BD}$，则

(A) $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$　　(B) $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　(D) $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

6. 在正方形网格中，某四面体的三视图如图所示. 如果小正方形网格的边长为 1，那么该四面体最长棱的棱长为



(A) $2\sqrt{5}$　　(B) $4\sqrt{2}$

(C) 6　　(D) $4\sqrt{3}$

7. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=|n-c|$ $(n\in \mathbf{N}^*)$. 则"$c\leqslant 1$"是"$\{a_n\}$ 为递增数列"的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

8. 将五个 1，五个 2，五个 3，五个 4，五个 5 共 25 个数填入一个 5 行 5 列的表格内(每格填入一个数)，使得同一行中任何两数之差的绝对值不超过 2. 考察每行中五个数之和，记这五个和的最小值为 m，则 m 的最大值为

(A) 8　　(B) 9　　(C) 10　　(D) 11

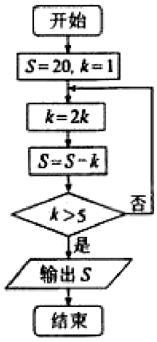
第Ⅱ卷（非选择题　共 110 分）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 在 $(1+2x)^5$ 的展开式中，x^2 的系数为____.（用数字作答）

10. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $a_1=3$，$S_2=9$，则 $a_n=$____；$S_n=$____.

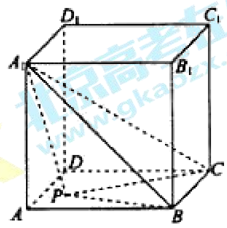
11. 执行如右图所示的程序框图，输出的 S 值为____.



12. 曲线 $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=1+\sin\theta \end{cases}$（$\theta$ 为参数）与直线 $x+y-1=0$ 相交于 A，B 两点，则 $|AB|=$____.

13. 实数 a，b 满足 $0<a\leqslant 2$，$b\geqslant 1$. 若 $b\leqslant a^2$，则 $\dfrac{b}{a}$ 的取值范围是____.

14. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 P 在正方形 $ABCD$ 的边界及其内部运动. 平面区域 W 由所有满足 $A_1P\leqslant\sqrt{5}$ 的点 P 组成，则 W 的面积是____；四面体 $P-A_1BC$ 的体积的最大值是____.



三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分 13 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\tan C=2c\sin A$.

（Ⅰ）求角 C 的大小；

（Ⅱ）求 $\sin A+\sin B$ 的取值范围.

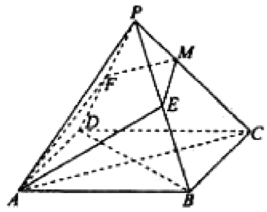
16.（本小题满分 14 分）

如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA=AB$，E，F 分别为 PB，PD 的中点.

（Ⅰ）求证：$AC\perp$平面 PBD；

（Ⅱ）求异面直线 PC 与 AE 所成角的余弦值；

（Ⅲ）若平面 AEF 与棱 PC 交于点 M，求 $\dfrac{PM}{PC}$ 的值.



17.（本小题满分 13 分）

在测试中，客观题难度的计算公式为 $P_i=\dfrac{R_i}{N}$，其中 P_i 为第 i 题的难度，R_i 为答对该题的人数，N 为参加测试的总人数.

现对某校高三年级 240 名学生进行一次测试，共 5 道客观题. 测试前根据对学生的了解，预估了每道题的难度，如下表所示：

题号	1	2	3	4	5
考前预估难度 P_i	0.9	0.8	0.7	0.6	0.4

测试后，随机抽取了 20 名学生的答题数据进行统计，结果如下：

题号	1	2	3	4	5
实测答对人数	16	16	14	14	4

（Ⅰ）根据题中数据，估计这 240 名学生中第 5 题的实测答对人数；

（Ⅱ）从抽样的 20 名学生中随机抽取 2 名学生，记这 2 名学生中第 5 题答对的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）试题的预估难度和实测难度之间会有偏差. 设 P_i' 为第 i 题的实测难度，请用 P_i 和 P_i' 设计一个统计量，并制定一个标准来判断本次测试对难度的预估是否合理.

18.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$. 设 l 为曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(x_0,f(x_0))$ 处的切线，其中 $x_0\in[-1,1]$.

（Ⅰ）求直线 l 的方程（用 x_0 表示）；

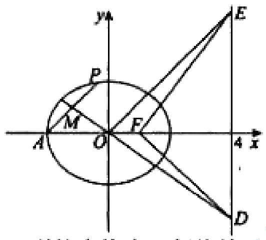
（Ⅱ）设 O 为原点，直线 $x=1$ 分别与直线 l 和 x 轴交于 A，B 两点，求△AOB 的面积的最小值.

19.（本小题满分 14 分）

如图，已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，F 为椭圆 C 的右焦点. $A(-a,0)$，$|AF|=3$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设 O 为原点，P 为椭圆上一点，AP 的中点为 M. 直线 OM 与直线 $x=4$ 交于点 D，过 O 且平行于 AP 的直线与直线 $x=4$ 交于点 E. 求证：$\angle ODF=\angle OEF$.



20.（本小题满分 13 分）

如图，将数字 1，2，3，…，$2n(n\geqslant 3)$ 全部填入一个 2 行 n 列的表格中，每格填一个数字. 第一行填入的数字依次为 a_1，a_2，…，a_n，第二行填入的数字依次为 b_1，b_2，…，b_n. 记 $S_n=\sum_{i=1}^{n}|a_i-b_i|=|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\cdots+|a_n-b_n|$.

a_1	a_2	…	a_n
b_1	b_2	…	b_n

（Ⅰ）当 $n=3$ 时，若 $a_1=1$，$a_2=3$，$a_3=5$，写出 S_3 的所有可能的取值；

（Ⅱ）给定正整数 n. 试给出 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的一组取值，使得无论 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 填写的顺序如何，S_n 都只有一个取值，并求出此时 S_n 的值；

（Ⅲ）求证：对于给定的 n 以及满足条件的所有填法，S_n 的所有取值的奇偶性相同.

西城区高三统一测试

数学（理科）参考答案及评分标准

2017.4

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. A	2. A	3. B	4. C
5. D	6. C	7. A	8. C

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 40	10. $3\cdot 2^{n-1}$；$3\cdot(2^n-1)$	11. 6
12. 2	13. $[\frac{1}{2},2]$	14. $\frac{\pi}{4}$；$\frac{4}{3}$

注：第 10，14 题第一空 2 分，第二空 3 分.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由 $a\tan C=2c\sin A$，

得 $\frac{a}{c}\cdot\frac{\sin C}{\cos C}=2\sin A$. ［1 分］

由正弦定理得 $\frac{\sin A}{\sin C}\cdot\frac{\sin C}{\cos C}=2\sin A$. ［3 分］

所以 $\cos C=\frac{1}{2}$. ［4 分］

因为 $C\in(0,\pi)$， ［5 分］

所以 $C=\frac{\pi}{3}$. ［6 分］

（Ⅱ）$\sin A+\sin B=\sin A+\sin(\frac{2\pi}{3}-A)$ ［7 分］

$=\frac{3}{2}\sin A+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A$ ［8 分］

$=\sqrt{3}\sin(A+\frac{\pi}{6})$. ［9 分］

因为 $C=\frac{\pi}{3}$，所以 $0<A<\frac{2\pi}{3}$， ［10 分］

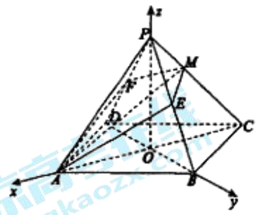
所以 $\frac{\pi}{6}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$， ［11 分］

所以 $\frac{1}{2}<\sin(A+\frac{\pi}{6})\leqslant 1$， ［12 分］

所以 $\sin A+\sin B$ 的取值范围是 $(\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3}]$. ［13 分］

16.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）设 $AC\cap BD=O$，则 O 为底面正方形 $ABCD$ 中心．连接 PO．



因为 $P-ABCD$ 为正四棱锥，

所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$．［1 分］

所以 $PO\perp AC$．［2 分］

又 $BD\perp AC$，且 $PO\cap BD=O$，［3 分］

所以 $AC\perp$ 平面 PBD．［4 分］

（Ⅱ）因为 OA，OB，OP 两两互相垂直，如图建立空间直角坐标系 $O-xyz$．［5 分］

因为 $PB=AB$，所以 $\mathrm{Rt}\triangle POB\cong\mathrm{Rt}\triangle AOB$．

所以 $OA=OP$．［6 分］

设 $OA=2$．

所以 $A(2,0,0)$，$B(0,2,0)$，$C(-2,0,0)$，$D(0,-2,0)$，$P(0,0,2)$，$E(0,1,1)$，$F(0,-1,1)$．

所以 $\overrightarrow{AE}=(-2,1,1)$，$\overrightarrow{PC}=(-2,0,-2)$．［7 分］

所以 $|\cos\langle\overrightarrow{AE},\overrightarrow{PC}\rangle|=\dfrac{|\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{PC}|}{|\overrightarrow{AE}||\overrightarrow{PC}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$．

即 异面直线 PC 与 AE 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$．［9 分］

（Ⅲ）连接 AM．

设 $\dfrac{PM}{PC}=\lambda$，其中 $\lambda\in[0,1]$，则 $\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PC}=(-2\lambda,0,-2\lambda)$，［10 分］

所以 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PM}=(-2-2\lambda,0,2-2\lambda)$．

设平面 $AEMF$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，又 $\overrightarrow{AF}=(-2,-1,1)$，所以

$$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0,\end{cases}\text{即}\begin{cases}-2x+y+z=0,\\ -2x-y+z=0.\end{cases}$$

所以 $y=0$．令 $x=1$，$z=2$，所以 $\boldsymbol{n}=(1,0,2)$．［12 分］

因为 $AM\subset$ 平面 AEF，所以 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AM}=0$，［13 分］

即 $-2-2\lambda+2(2-2\lambda)=0$，

解得 $\lambda=\dfrac{1}{3}$，所以 $\dfrac{PM}{PC}=\dfrac{1}{3}$．［14 分］

17.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）因为20人中答对第5题的人数为4人，因此第5题的实测难度为$\frac{4}{20}=0.2$． [2分]

所以，估计240人中有$240\times0.2=48$人实测答对第5题． [3分]

（Ⅱ）X 的可能取值是0，1，2． [4分]

$P(X=0)=\frac{C_{16}^2}{C_{20}^2}=\frac{12}{19}$；　$P(X=1)=\frac{C_{16}^1C_4^1}{C_{20}^2}=\frac{32}{95}$；　$P(X=2)=\frac{C_4^2}{C_{20}^2}=\frac{3}{95}$． [7分]

X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{12}{19}$	$\frac{32}{95}$	$\frac{3}{95}$

[8分]

$EX=0\times\frac{12}{19}+1\times\frac{32}{95}+2\times\frac{3}{95}=\frac{38}{95}$． [10分]

（Ⅲ）将抽样的20名学生中第i题的实测难度，作为240名学生第i题的实测难度．

定义统计量$S=\frac{1}{n}[(P_1'-P_1)^2+(P_2'-P_2)^2+\cdots+(P_n'-P_n)^2]$，其中$P_i$为第$i$题的预估难度．并规定：若$S<0.05$，则称本次测试的难度预估合理，否则为不合理． [11分]

$S=\frac{1}{5}[(0.8-0.9)^2+(0.8-0.8)^2+(0.7-0.7)^2+(0.7-0.6)^2+(0.2-0.4)^2]$

$=0.012$． [12分]

因为 $S=0.012<0.05$，

所以，该次测试的难度预估是合理的． [13分]

注：本题答案不唯一，学生可构造其它统计量和临界值来进行判断．如"预估难度与实测难度差的平方和"，"预估难度与实测难度差的绝对值的和"，"预估难度与实测难度差的绝对值的平均值"等，学生只要言之合理即可．

18.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）对$f(x)$求导数，得$f'(x)=e^x-x$， [1分]

所以切线l的斜率为$f'(x_0)=e^{x_0}-x_0$， [2分]

由此得切线l的方程为：$y-(e^{x_0}-\frac{1}{2}x_0^2)=(e^{x_0}-x_0)(x-x_0)$，

即$y=(e^{x_0}-x_0)x+(1-x_0)e^{x_0}+\frac{1}{2}x_0^2$． [4分]

（Ⅱ）依题意，切线方程中令 $x=1$，

得 $y=(e^{x_0}-x_0)+(1-x_0)e^{x_0}+\frac{1}{2}x_0^2=(2-x_0)(e^{x_0}-\frac{1}{2}x_0)$. [5 分]

所以 $A(1,y)$，$B(1,0)$.

所以 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|OB|\cdot|y|$

$=\frac{1}{2}|(2-x_0)(e^{x_0}-\frac{1}{2}x_0)|$

$=|(1-\frac{1}{2}x_0)(e^{x_0}-\frac{1}{2}x_0)|$，$x_0\in[-1,1]$. [7 分]

设 $g(x)=(1-\frac{1}{2}x)(e^x-\frac{1}{2}x)$，$x\in[-1,1]$. [8 分]

则 $g'(x)=-\frac{1}{2}(e^x-\frac{1}{2}x)+(1-\frac{1}{2}x)(e^x-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}(x-1)(e^x-1)$. [10 分]

令 $g'(x)=0$，得 $x=0$ 或 $x=1$.

$g(x)$，$g'(x)$ 的变化情况如下表：

x	-1	$(-1,0)$	0	$(0,1)$	1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\frac{3}{2}(\frac{1}{2}+\frac{1}{e})$	↘	1	↗	$\frac{1}{2}(e-\frac{1}{2})$

所以 $g(x)$ 在 $(-1,0)$ 单调递减；在 $(0,1)$ 单调递增， [12 分]

所以 $g(x)_{\min}=g(0)=1$，

从而 $\triangle AOB$ 的面积的最小值为 1. [13 分]

19.（本小题满分 14 分）

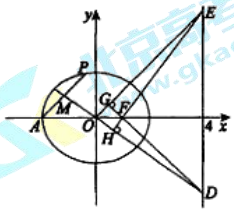
解：（Ⅰ）设椭圆 C 的半焦距为 c．依题意，得

$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，$a+c=3$. [2 分]

解得 $a=2$，$c=1$.

所以 $b^2=a^2-c^2=3$，

所以椭圆 C 的方程是 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. [4 分]



（Ⅱ）解法一：由（Ⅰ）得 $A(-2,0)$．设 AP 的中点 $M(x_0,y_0)$，$P(x_1,y_1)$.

设直线 AP 的方程为：$y=k(x+2)$ $(k\neq0)$，将其代入椭圆方程，整理得

$(4k^2+3)x^2+16k^2x+16k^2-12=0$， [6 分]

所以 $-2+x_1=\dfrac{-16k^2}{4k^2+3}$． [7分]

所以 $x_0=\dfrac{-8k^2}{4k^2+3}$， $y_0=k(x_0+2)=\dfrac{6k}{4k^2+3}$，

即 $M(\dfrac{-8k^2}{4k^2+3},\dfrac{6k}{4k^2+3})$． [8分]

所以直线 OM 的斜率是 $\dfrac{\frac{6k}{4k^2+3}}{\frac{-8k^2}{4k^2+3}}=-\dfrac{3}{4k}$， [9分]

所以直线 OM 的方程是 $y=-\dfrac{3}{4k}x$．令 $x=4$，得 $D(4,-\dfrac{3}{k})$． [10分]

直线 OE 的方程是 $y=kx$．令 $x=4$，得 $E(4,4k)$． [11分]

由 $F(1,0)$，得直线 EF 的斜率是 $\dfrac{4k}{4-1}=\dfrac{4k}{3}$，所以 $EF\perp OM$，记垂足为 H；

因为直线 DF 的斜率是 $\dfrac{-\frac{3}{k}}{4-1}=-\dfrac{1}{k}$，所以 $DF\perp OE$，记垂足为 G． [13分]

在 $\mathrm{Rt}\triangle EHO$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle DGO$ 中，$\angle ODF$ 和 $\angle OEF$ 都与 $\angle EOD$ 互余，

所以 $\angle ODF=\angle OEF$． [14分]

解法二： 由（Ⅰ）得 $A(-2,0)$．设 $P(x_1,y_1)$ $(x_1\neq\pm2)$，其中 $3x_1^2+4y_1^2-12=0$．

因为 AP 的中点为 M，所以 $M(\dfrac{x_1-2}{2},\dfrac{y_1}{2})$． [6分]

所以直线 OM 的斜率是 $k_{OM}=\dfrac{y_1}{x_1-2}$， [7分]

所以直线 OM 的方程是 $y=\dfrac{y_1}{x_1-2}x$．令 $x=4$，得 $D(4,\dfrac{4y_1}{x_1-2})$． [8分]

直线 OE 的方程是 $y=\dfrac{y_1}{x_1+2}x$．令 $x=4$，得 $E(4,\dfrac{4y_1}{x_1+2})$． [9分]

由 $F(1,0)$，得直线 EF 的斜率是 $k_{EF}=\dfrac{4y_1}{3(x_1+2)}$， [10分]

因为 $k_{EF}\cdot k_{OM}=\dfrac{4y_1}{3(x_1+2)}\cdot\dfrac{y_1}{x_1-2}=\dfrac{4y_1^2}{3(x_1^2-4)}=-1$，

所以 $EF\perp OM$，记垂足为 H； [12分]

同理可得 $k_{DF}\cdot k_{OE}=\frac{4y_1}{3(x_1-2)}\cdot\frac{y_1}{x_1+2}=\frac{4y_1^2}{3(x_1^2-4)}=-1$，

所以 $DF\perp OE$，记垂足为 G． [13 分]

在 Rt△EHO 和 Rt△DGO 中，$\angle ODF$ 和 $\angle OEF$ 都与 $\angle EOD$ 互余，

所以 $\angle ODF=\angle OEF$． [14 分]

20.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ） S_3 的所有可能的取值为 3，5，7，9. [3 分]

（Ⅱ） 令 $a_i=i\ \ (i=1,2,\cdots,n)$，则无论 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 填写的顺序如何，都有 $S_n=n^2$． [5 分]

因为 $a_i=i$，

所以 $b_i\in\{n+1,n+2,\cdots,2n\}$，$(i=1,2,\cdots,n)$． [6 分]

因为 $a_i<b_i\ \ (i=1,2,\cdots,n)$，

所以 $S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}|a_i-b_i|=\sum\limits_{i=1}^{n}(b_i-a_i)=\sum\limits_{i=1}^{n}b_i-\sum\limits_{i=1}^{n}a_i=\sum\limits_{i=n+1}^{2n}i-\sum\limits_{i=1}^{n}i=n^2$． [8 分]

注：$\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}=\{1,2,\cdots,n\}$，或 $\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}=\{n+1,n+2,\cdots,2n\}$ 均满足条件.

（Ⅲ）解法一：显然，交换每一列中两个数的位置，所得的 S_n 的值不变.

不妨设 $a_i>b_i$，记 $A=\sum\limits_{i=1}^{n}a_i$，$B=\sum\limits_{i=1}^{n}b_i$，其中 $i=1,2,\cdots,n$．

则 $S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}|a_i-b_i|=\sum\limits_{i=1}^{n}(a_i-b_i)=\sum\limits_{i=1}^{n}a_i-\sum\limits_{i=1}^{n}b_i=A-B$． [9 分]

因为 $A+B=\sum\limits_{i=1}^{2n}i=\frac{2n(2n+1)}{2}=n(2n+1)$，

所以 $A+B$ 与 n 具有相同的奇偶性. [11 分]

又因为 $A+B$ 与 $A-B$ 具有相同的奇偶性，

所以 $S_n=A-B$ 与 n 的奇偶性相同，

所以 S_n 的所有可能取值的奇偶性相同. [13 分]

解法二：显然，交换每一列中两个数的位置，所得的S_n的值不变.

考虑如下表所示的任意两种不同的填法，$S_n=\sum_{i=1}^{n}|a_i-b_i|$，$S_n'=\sum_{i=1}^{n}|a_i'-b_i'|$，不妨

设$a_i<b_i$，$a_i'<b_i'$，其中 $i=1,2,\cdots,n$.　[9 分]

a_1	a_2	$\cdots$	a_n
b_1	b_2	$\cdots$	b_n

a_1'	a_2'	$\cdots$	a_n'
b_1'	b_2'	$\cdots$	b_n'

$S_n+S_n'=\sum_{i=1}^{n}(b_i-a_i)+\sum_{i=1}^{n}(b_i'-a_i')=(\sum_{i=1}^{n}b_i+\sum_{i=1}^{n}b_i')-(\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{n}a_i')$.

对于任意$k\in\{1,2,\cdots,2n\}$，

① 若在两种填法中k都位于同一行，

则k在S_n+S_n'的表达式中或者只出现在$\sum_{i=1}^{n}b_i+\sum_{i=1}^{n}b_i'$中，或只出现在$\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{n}a_i'$中，且出现两次，

则对k而言，在S_n+S_n'的结果中得到$\pm 2k$.　[11 分]

② 若在两种填法中k位于不同行，

则k在S_n+S_n'的表达式中在$\sum_{i=1}^{n}b_i+\sum_{i=1}^{n}b_i'$与$\sum_{i=1}^{n}a_i+\sum_{i=1}^{n}a_i'$中各出现一次，

则对k而言，在S_n+S_n'的结果中得到0.

由 ① ② 得，对于任意$k\in\{1,2,\cdots,2n\}$，S_n+S_n'必为偶数.

所以，对于表格的所有不同的填法，S_n所有可能取值的奇偶性相同.　[13 分]