绝密★启封并使用完毕前

2015 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（文）（北京卷）

一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

1. （5 分）若集合 $A=\{x|-5<x<2\}$，$B=\{x|-3<x<3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|-3<x<2\}$　B. $\{x|-5<x<2\}$　C. $\{x|-3<x<3\}$　D. $\{x|-5<x<3\}$

2. （5 分）圆心为（1，1）且过原点的圆的标准方程是（　　）

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$　B. $(x+1)^2+(y+1)^2=1$

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=2$　D. $(x-1)^2+(y-1)^2=2$

3. （5 分）下列函数中为偶函数的是（　　）

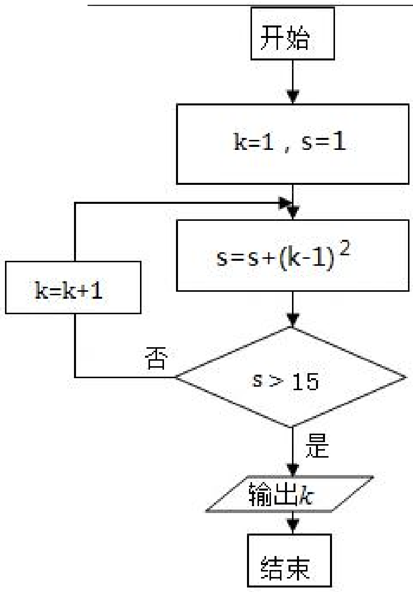
A. $y=x^2\sin x$　B. $y=x^2\cos x$　C. $y=|lnx|$　D. $y=2^{-x}$

4. （5 分）某校老年、中年和青年教师的人数见如表，采用分层插样的方法调查教师的身体状况，在抽取的样本中，青年教师有 320 人，则该样本的老年教师人数为（　　）

类别	人数
老年教师	900
中年教师	1800
青年教师	1600
合计	4300

A. 90　B. 100　C. 180　D. 300

5. （5 分）执行如图所示的程序框图，输出的 k 值为（　　）



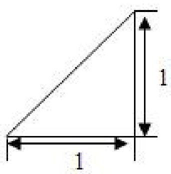
A．3　　B．4　　C．5　　D．6

6．（5 分）设 $\vec{a}$，$\vec{b}$是非零向量，“$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$”是“$\vec{a}\parallel\vec{b}$”的（　　）

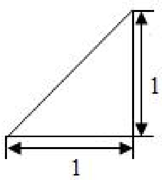
A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．（5 分）某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥最长棱的棱长为（　　）



正(主)视图



侧(左)视图

俯视图

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

8．（5 分）某辆汽车每次加油都把油箱加满，下表记录了该车相邻两次加油时的情况

加油时间	加油量（升）	加油时的累计里程（千米）
2015 年 5 月 1 日	12	35000
2015 年 5 月 15 日	48	35600

注：“累计里程”指汽车从出厂开始累计行驶的路程，在这段时间内，该车每 100 千米平均耗油量为（　　）

A. 6 升　　　　B. 8 升　　　　C. 10 升　　　　D. 12 升

二、填空题

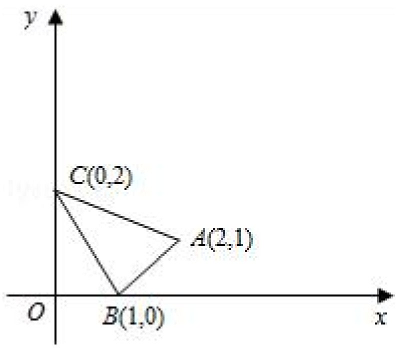
9. （5 分）复数 $i(1+i)$ 的实部为______.

10. （5 分）2^{-3}，$3^{\frac{1}{2}}$，$\log_2 5$ 三个数中最大数的是______.

11. （5 分）在△ABC 中，$a=3$，$b=\sqrt{6}$，$\angle A=\frac{2\pi}{3}$，则 $\angle B=$______.

12. （5 分）已知（2，0）是双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的一个焦点，则 $b=$______.

13. （5 分）如图，△ABC 及其内部的点组成的集合记为 D，$P(x，y)$ 为 D 中任意一点，则 $z=2x+3y$ 的最大值为______.

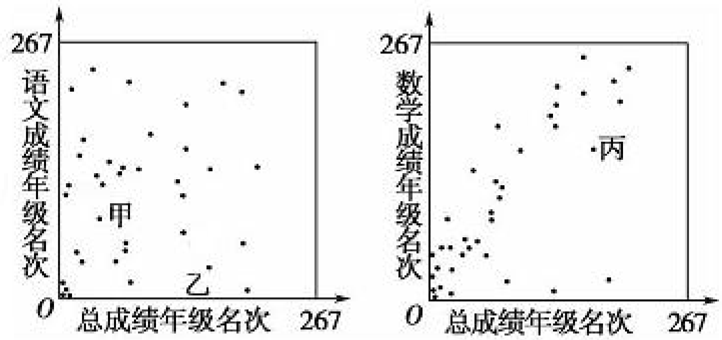


14. （5 分）高三年级 267 位学生参加期末考试，某班 37 位学生的语文成绩，数学成绩与总成绩在全年级的排名情况如图所示，甲、乙、丙为该班三位学生.

从这次考试成绩看，

①在甲、乙两人中，其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是______；

②在语文和数学两个科目中，丙同学的成绩名次更靠前的科目是______.



三、解答题（共 80 分）

15. （13 分）已知函数 $f(x)=\sin x-2\sqrt{3}\sin^2\frac{x}{2}$.

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 在区间$[0,\frac{2\pi}{3}]$上的最小值.

16. （13 分）已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_2=10$，$a_4-a_3=2$

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设等比数列$\{b_n\}$满足 $b_2=a_3$，$b_3=a_7$，问：b_6与数列$\{a_n\}$的第几项相等？

17. （13 分）某超市随机选取 1000 位顾客，记录了他们购买甲、乙、丙、丁四种商品的情况，整理成如下统计表，其中“√”表示购买，“×”表示未购买.

	甲	乙	丙	丁
100	√	×	√	√
217	×	√	×	√
200	√	√	√	×
300	√	×	√	×
85	√	×	×	×
98	×	√	×	×

（1）估计顾客同时购买乙和丙的概率；

（2）估计顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的概率；

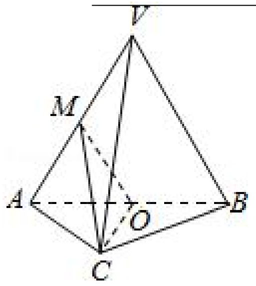
（3）如果顾客购买了甲，则该顾客同时购买乙、丙、丁中哪种商品的可能性最大？

18. （14 分）如图，在三棱锥 $V-ABC$ 中，平面 $VAB\perp$平面 ABC，$\triangle VAB$ 为等边三角形，$AC\perp BC$ 且 $AC=BC=\sqrt{2}$，O，M 分别为 AB，VA 的中点.

（1）求证：$VB//$平面 MOC；

（2）求证：平面 $MOC\perp$平面 VAB

（3）求三棱锥 $V-ABC$ 的体积.



19. （13 分）设函数 $f(x)=\frac{x^2}{2}-k\ln x$，$k>0$.

（1）求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（2）证明：若 $f(x)$ 存在零点，则 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上仅有一个零点.

20. （14 分）已知椭圆 C：$x^2+3y^2=3$，过点 $D(1,0)$ 且不过点 $E(2,1)$ 的直线与椭圆 C 交于 A，B 两点，直线 AE 与直线 $x=3$ 交于点 M.

（1）求椭圆 C 的离心率；

（2）若 AB 垂直于 x 轴，求直线 BM 的斜率；

（3）试判断直线 BM 与直线 DE 的位置关系，并说明理由.

数学试题答案

一、选择题（每小题 5 分,共 40 分）

1．【分析】直接利用集合的交集的运算法则求解即可．

【解答】解：集合 $A=\{x|-5<x<2\}$，$B=\{x|-3<x<3\}$，

则 $A\cap B=\{x|-3<x<2\}$．

故选：A．

【点评】本题考查集合的交集的运算法则，考查计算能力．

2．【分析】利用两点间距离公式求出半径，由此能求出圆的方程．

【解答】解：由题意知圆半径 $r=\sqrt{2}$，

∴圆的方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$．

故选：D．

【点评】本题考查圆的方程的求法，解题时要认真审题，注意圆的方程的求法，是基础题．

3．【分析】首先从定义域上排除选项 C，然后在其他选项中判断 $-x$ 与 x 的函数值关系，相等的就是偶函数．

【解答】解：对于 A，$(-x)^2\sin(-x)=-x^2\sin x$；是奇函数；

对于 B，$(-x)^2\cos(-x)=x^2\cos x$；是偶函数；

对于 C，定义域为 $(0,+\infty)$，是非奇非偶的函数；

对于 D，定义域为 R，但是 $2^{-(-x)}=2^x\neq 2^{-x}$，$2^x\neq-2^{-x}$；是非奇非偶的函数；

故选：B．

【点评】本题考查了函数奇偶性的判断；首先判断定义域是否关于原点对称；如果不对称，函数是非奇非偶的函数；如果对称，再判断 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 关系，相等是偶函数，相反是奇函数．

4．【分析】由题意，老年和青年教师的人数比为 900：1600=9：16，即可得出结论．

【解答】解：由题意，老年和青年教师的人数比为 900：1600=9：16，

因为青年教师有 320 人，所以老年教师有 180 人，

故选：C．

【点评】本题考查分层抽样，考查学生的计算能力，比较基础．

5. 【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 a，k 的值，当 $k=4$ 时满足条件 $s>15$，退出循环，输出 k 的值为 4.

【解答】解：模拟执行程序框图，可得

$k=1$，$s=1$，

$s=s+(k-1)^2=1$，不满足条件 $s>15$，$k=2$，

$s=s+(k-1)^2=2$，不满足条件 $s>15$，$k=3$，

$s=s+(k-1)^2=6$，不满足条件 $s>15$，$k=4$，

$s=s+(k-1)^2=15$，不满足条件 $s>15$，$k=5$，

$s=s+(k-1)^2>15$，输出 $k=5$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图，属于基础题.

6. 【分析】由 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$便可得到$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角为 0，从而得到 $\vec{a}/\!/\vec{b}$，而 $\vec{a}/\!/\vec{b}$并不能得到$\vec{a}$夹角为 0，从而得不到 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$，这样根据充分条件、必要条件的概念即可找出正确选项.

【解答】解：（1）$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$；

∴ $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$时，$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=1$；

∴ $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=0$；

∴ $\vec{a}/\!/\vec{b}$；

∴ “$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$” 是 “$\vec{a}/\!/\vec{b}$” 的充分条件；

（2）$\vec{a}/\!/\vec{b}$时，$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为 0 或 π；

∴ $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$，或 $-|\vec{a}||\vec{b}|$；

即 $\vec{a}/\!/\vec{b}$得不到 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$；

∴ “$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$” 不是 “$\vec{a}/\!/\vec{b}$” 的必要条件；

∴总上可得 “$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$” 是 “$\vec{a}/\!/\vec{b}$” 的充分不必要条件.

故选：A.

【点评】考查充分条件，必要条件，及充分不必要条件的概念，以及判断方法与过程，数量积的计算公式，向量共线的定义，向量夹角的定义．

7．【分析】几何体是四棱锥，且四棱锥的一条侧棱与底面垂直，结合直观图求相关几何量的数据，可得答案

【解答】解：由三视图知：几何体是四棱锥，且四棱锥的一条侧棱与底面垂直，

底面为正方形如图：

其中 $PB\perp$平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为正方形

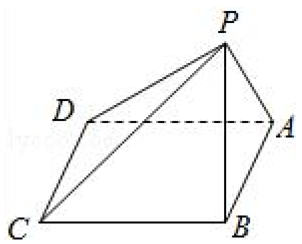
∴$PB=1$，$AB=1$，$AD=1$，

∴$BD=\sqrt{2}$，$PD=\sqrt{2+1}=\sqrt{3}$.

$PC=PA=\sqrt{2}$

该几何体最长棱的棱长为：$\sqrt{3}$

故选：C.



【点评】本题考查了由三视图求几何体的最长棱长问题，根据三视图判断几何体的结构特征是解答本题的关键

8．【分析】由表格信息，得到该车加了 48 升的汽油，跑了 600 千米，由此得到该车每 100 千米平均耗油量．

【解答】解：由表格信息，得到该车加了 48 升的汽油，跑了 600 千米，所以该车每 100 千米平均耗油量 $48\div6=8$；

故选：B.

【点评】本题考查了学生对表格的理解以及对数据信息的处理能力．

二、填空题

9．【分析】直接利用复数的乘法运算法则，求解即可．

【解答】解：复数 $i(1+i)=-1+i$，

所求复数的实部为：-1．

故答案为：-1．

【点评】本题考查复数的基本运算，复数的基本概念，考查计算能力．

10. 【分析】运用指数函数和对数函数的单调性，可得 $0<2^{-3}<1$，$1<3^{\frac{1}{2}}<2$，$\log_2 5>\log_2 4=2$，即可得到最大数.

【解答】解：由于 $0<2^{-3}<1$，$1<3^{\frac{1}{2}}<2$，

$\log_2 5>\log_2 4=2$，

则三个数中最大的数为 $\log_2 5$.

故答案为：$\log_2 5$.

【点评】本题考查数的大小比较，主要考查指数函数和对数函数的单调性的运用，属于基础题.

11. 【分析】由正弦定理可得 $\sin B$，再由三角形的边角关系，即可得到角 B.

【解答】解：由正弦定理可得，

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

即有 $\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由 $b<a$，则 $B<A$，

可得 $B=\frac{\pi}{4}$.

故答案为：$\frac{\pi}{4}$.

【点评】本题考查正弦定理的运用，同时考查三角形的边角关系，属于基础题.

12. 【分析】求得双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的焦点为（$\sqrt{1+b^2}$，0），（$-\sqrt{1+b^2}$，0），可得 b 的方程，即可得到 b 的值.

【解答】解：双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的焦点为（$\sqrt{1+b^2}$，0），（$-\sqrt{1+b^2}$，0），

由题意可得 $\sqrt{1+b^2}=2$，

解得 $b=\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.

【点评】本题考查双曲线的方程和性质，主要考查双曲线的焦点的求法，属于基础题．

13．【分析】利用线性规划的知识，通过平移即可求 z 的最大值．

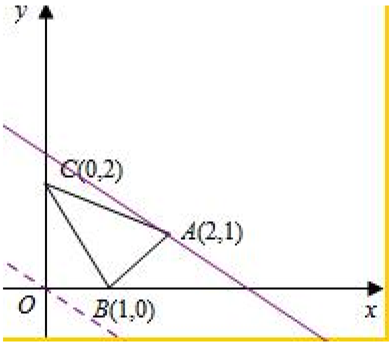
【解答】解：由 $z=2x+3y$，得 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$，

平移直线 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$，由图象可知当直线 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$ 经过点 A 时，直线 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}$ 的截距最大，此时 z 最大．

即 A（2，1）．

此时 z 的最大值为 $z=2\times2+3\times1=7$，

故答案为：7．



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用数形结合是解决线性规划题目的常用方法．

14．【分析】（1）根据散点图 1 分析甲乙两人所在的位置的纵坐标确定总成绩名次；

（2）根据散点图 2，观察丙的对应的坐标，如果横坐标大于纵坐标，说明总成绩名次大于数学成绩名次，反之小于．

【解答】解：由高三年级 267 位学生参加期末考试，某班 37 位学生的语文成绩，数学成绩与总成绩在全年级的排名情况的散点图可知，两个图中，同一个人的总成绩是不会变的．从第二个图看，丙是从右往左数第 5 个点，即丙的总成绩在班里倒数第 5．在左边的图中，找到倒数第 5 个点，它表示的就是丙，发现这个点的位置比右边图中丙的位置高，所以语文名次更“大”

①在甲、乙两人中，其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是 乙；

②观察散点图，作出对角线 $y=x$，发现丙的坐标横坐标大于纵坐标，说明数学成绩的名次小于总成绩名次，所以在语文和数学两个科目中，丙同学的成绩名次更靠前的科目是数学；

故答案为：乙；数学．

【点评】本题考查了对散点图的认识；属于基础题．

三、解答题（共 80 分）

15. 【分析】（1）由三角函数恒等变换化简函数解析式可得 $f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}$，由三角函数的周期性及其求法即可得解；

（2）由 $x\in[0,\frac{2\pi}{3}]$，可求范围 $x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\pi]$，即可求得 $f(x)$ 的取值范围，即可得解.

【解答】解：（1）∵ $f(x)=\sin x-2\sqrt{3}\sin^2\frac{x}{2}$

$=\sin x-2\sqrt{3}\times\frac{1-\cos x}{2}$

$=\sin x+\sqrt{3}\cos x-\sqrt{3}$

$=2\sin(x+\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}$

∴ $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{1}=2\pi$；

（2）∵ $x\in[0,\frac{2\pi}{3}]$，

∴ $x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\pi]$，

∴ $\sin(x+\frac{\pi}{3})\in[0,1]$，即有：$f(x)=2\sin(x+\frac{\pi}{3})-\sqrt{3}\in[-\sqrt{3},2-\sqrt{3}]$，

∴可解得 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{2\pi}{3}]$ 上的最小值为：$-\sqrt{3}$.

【点评】本题主要考查了三角函数恒等变换的应用，三角函数的周期性及其求法，三角函数的最值的应用，属于基本知识的考查.

16. 【分析】（I）由 $a_4-a_3=2$，可求公差 d，然后由 $a_1+a_2=10$，可求 a_1，结合等差数列的通项公式可求

（II）由 $b_2=a_3=8$，$b_3=a_7=16$，可求等比数列的首项及公比，代入等比数列的通项公式可求 b_6，结合（I）可求

【解答】解：（I）设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d.

∵ $a_4-a_3=2$，所以 $d=2$

∵ $a_1+a_2=10$，所以 $2a_1+d=10$

∴ $a_1=4$，

∴ $a_n=4+2(n-1)=2n+2$（$n=1,2,\cdots$）

（*II*）设等比数列$\{b_n\}$的公比为 q，

∵ $b_2=a_3=8$，$b_3=a_7=16$，

∴ $\begin{cases} b_1q=8 \\ b_1q^2=16 \end{cases}$

∴ $q=2$，$b_1=4$

∴ $b_6=4\times 2^{6-1}=128$，而 $128=2n+2$

∴ $n=63$

∴ b_6 与数列$\{a_n\}$中的第 63 项相等

【点评】本题主要考查了等差数列与等比数列通项公式的简单应用，属于对基本公式应用的考查，试题比较容易.

17. 【分析】（1）从统计表可得，在这 1000 名顾客中，同时购买乙和丙的有 200 人，从而求得顾客同时购买乙和丙的概率.

（2）根据在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的有 300 人，求得顾客顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的概率.

（3）在这 1000 名顾客中，求出同时购买甲和乙的概率、同时购买甲和丙的概率、同时购买甲和丁的概率，从而得出结论.

【解答】解：（1）从统计表可得，在这 1000 名顾客中，同时购买乙和丙的有 200 人，

故顾客同时购买乙和丙的概率为$\dfrac{200}{1000}=0.2$.

（2）在这 1000 名顾客中，在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的有 100+200＝300（人），

故顾客顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的概率为$\dfrac{300}{1000}=0.3$.

（3）在这 1000 名顾客中，同时购买甲和乙的概率为$\dfrac{200}{1000}=0.2$，

同时购买甲和丙的概率为$\dfrac{100+200+300}{1000}=0.6$，

同时购买甲和丁的概率为$\dfrac{100}{1000}=0.1$，

故同时购买甲和丙的概率最大.

【点评】本题主要考查古典概率、互斥事件的概率加法公式的应用，属于基础题.

18. 【分析】（1）利用三角形的中位线得出 $OM// VB$，利用线面平行的判定定理证明 $VB//$ 平面 MOC；

（2）证明：$OC\perp$ 平面 VAB，即可证明平面 $MOC\perp$ 平面 VAB

（3）利用等体积法求三棱锥 $V-ABC$ 的体积．

【解答】（1）证明：∵O，M 分别为 AB，VA 的中点，

∴$OM// VB$，

∵$VB\not\subset$ 平面 MOC，$OM\subset$ 平面 MOC，

∴$VB//$ 平面 MOC；

（2）∵$AC=BC$，O 为 AB 的中点，

∴$OC\perp AB$，

∵平面 $VAB\perp$ 平面 ABC，$OC\subset$ 平面 ABC，

∴$OC\perp$ 平面 VAB，

∵$OC\subset$ 平面 MOC，

∴平面 $MOC\perp$ 平面 VAB

（3）在等腰直角三角形 ACB 中，$AC=BC=\sqrt{2}$，∴$AB=2$，$OC=1$，

∴$S_{\triangle VAB}=\sqrt{3}$，

∵$OC\perp$ 平面 VAB，

∴$V_{C-VAB}=\frac{1}{3}OC\cdot S_{\triangle VAB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$V_{V-ABC}=V_{C-VAB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$．

【点评】本题考查线面平行的判定，考查平面与平面垂直的判定，考查体积的计算，正确运用线面平行、平面与平面垂直的判定定理是关键．

19. 【分析】（1）利用 $f'(x)\geq 0$ 或 $f'(x)\leq 0$ 求得函数的单调区间并能求出极值；

（2）利用函数的导数的极值求出最值，利用最值讨论存在零点的情况．

【解答】解：（1）由 $f(x)=\frac{x^2}{2}-k\ln x(k>0)$

$f'(x)=x-\frac{k}{x}=\frac{x^2-k}{x}$

由 $f'(x)=0$ 解得 $x=\sqrt{k}$

$f(x)$ 与 $f'(x)$ 在区间（0，+∞）上的情况如下：

X	$(0,\sqrt{k})$	$\sqrt{k}$	$(\sqrt{k},+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↓	$\frac{k(1-\ln k)}{2}$	↑

所以，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(\sqrt{k},+\infty)$，单调递减区间为 $(0,\sqrt{k})$；

$f(x)$ 在 $x=\sqrt{k}$ 处的极小值为 $f(\sqrt{k})=\frac{k(1-\ln k)}{2}$，无极大值.

（2）证明：由（1）知，$f(x)$ 在区间（0，+∞）上的最小值为 $f(\sqrt{k})=\frac{k(1-\ln k)}{2}$.

因为 $f(x)$ 存在零点，所以 $\frac{k(1-\ln k)}{2}\leqslant 0$，从而 $k\geqslant e$

当 $k=e$ 时，$f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e})$ 上单调递减，且 $f(\sqrt{e})=0$

所以 $x=\sqrt{e}$ 是 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上唯一零点.

当 $k>e$ 时，$f(x)$ 在区间 $(0,\sqrt{e})$ 上单调递减，且 $f(1)=\frac{1}{2}>0$，$f(\sqrt{e})=\frac{e-k}{2}<0$，

所以 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e})$ 上仅有一个零点.

综上所述，若 $f(x)$ 存在零点，则 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上仅有一个零点.

【点评】本题考查利用函数的导数求单调区间和导数的综合应用，在高考中属于常见题型.

20. 【分析】（1）通过将椭圆 C 的方程化成标准方程，利用离心率计算公式即得结论；

（2）通过令直线 AE 的方程中 $x=3$，得点 M 坐标，即得直线 BM 的斜率；

（3）分直线 AB 的斜率不存在与存在两种情况讨论，利用韦达定理，计算即可.

【解答】解：（1）∵椭圆 C：$x^2+3y^2=3$，

∴椭圆 C 的标准方程为：$\frac{x^2}{3}+y^2=1$，

∴$a=\sqrt{3}$，$b=1$，$c=\sqrt{2}$，

∴椭圆 C 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$；

（2）∵AB 过点 D（1，0）且垂直于 x 轴，

∴可设 A（1，y_1），B（1，$-y_1$），

∵E（2，1），∴直线 AE 的方程为：$y-1=(1-y_1)(x-2)$，

令 $x=3$，得 M（3，$2-y_1$），

∴直线 BM 的斜率 $k_{BM}=\frac{2-y_1+y_1}{3-1}=1$；

（3）结论：直线 BM 与直线 DE 平行．

证明如下：

当直线 AB 的斜率不存在时，由（2）知 $k_{BM}=1$，

又∵直线 DE 的斜率 $k_{DE}=\frac{1-0}{2-1}=1$，∴$BM/\!/DE$；

当直线 AB 的斜率存在时，设其方程为 $y=k(x-1)$（$k\neq1$），

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

则直线 AE 的方程为 $y-1=\frac{y_1-1}{x_1-2}(x-2)$，

令 $x=3$，则点 M（3，$\frac{x_1+y_1-3}{x_1-2}$），

∴直线 BM 的斜率 $k_{BM}=\frac{\frac{x_1+y_1-3}{x_1-2}-y_2}{3-x_2}$，

联立 $\begin{cases}x^2+3y^2=3\\y=k(x-1)\end{cases}$，得 $(1+3k^2)x^2-6k^2x+3k^2-3=0$，

由韦达定理，得 $x_1+x_2=\frac{6k^2}{1+3k^2}$，$x_1x_2=\frac{3k^2-3}{1+3k^2}$，

∵$k_{BM}-1=\frac{k(x_1-1)+x_1-3-k(x_2-1)(x_1-2)-(3-x_2)(x_1-2)}{(3-x_2)(x_1-2)}$

$=\frac{(k-1)[-x_1x_2+2(x_1+x_2)-3]}{(3-x_2)(x_1-2)}$

$=\frac{(k-1)(\frac{-3k^2+3}{1+3k^2}+\frac{12k^2}{1+3k^2}-3)}{(3-x_2)(x_1-2)}$

$=0$，

$\therefore k_{BM}=1=k_{DE}$，即 $BM// DE$；

综上所述，直线 BM 与直线 DE 平行．

【点评】本题是一道直线与椭圆的综合题，涉及到韦达定理等知识，考查计算能力，注意解题方法的积累，属于中档题．