

高三数学

(试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟)

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.)

1. 已知集合 $A = \{-1, 1, 2\}$, $B = \{x | x - 1 \geq 0\}$, 则 $A \cup B =$

- (A) $\{1, 2\}$ (B) $[1, +\infty)$ (C) $[-1, +\infty)$ (D) $\{-1\} \cup [1, +\infty)$

2. “ $m = -2$ ”是“直线 $(2-m)x + my + 3 = 0$ 和直线 $x - my - 3 = 0$ 互相垂直”的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x) = \lg(x^2 - 2x - 8)$ 的单调递增区间是

- (A) $(-\infty, -2)$ (B) $(-\infty, -1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $(4, +\infty)$

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\overrightarrow{OB} = a_1 \overrightarrow{OA} + a_{200} \overrightarrow{OC}$, 且 A, B, C 三点共线(该直线不过点 O), 则 $S_{200} =$

- (A) 100 (B) 101 (C) 200 (D) 201

5. 直线 $x + y + 2 = 0$ 分别与 x 轴, y 轴交于 A, B 两点, 点 P 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 上, 则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是

- (A) $[2, 6]$ (B) $[4, 8]$ (C) $[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$ (D) $[2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}]$

6. 若 $\theta \in \left(\frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi\right)$, 则复数 $(\cos \theta + \sin \theta) + (\sin \theta - \cos \theta)i$ 在复平面内所对应的点在

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

7. 设 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点, P 为直线 $x = \frac{3a}{2}$ 上一点, $\triangle F_2PF_1$ 是

底角为 30° 的等腰三角形, 则 E 的离心率为

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

8. 过双曲线 $M: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左顶点 A 作斜率为 1 的直线 l , 若 l 与双曲线 M 的两条渐近线分

别相交于点 B, C , 且 $|AB| = |BC|$, 则双曲线 M 的离心率是

- (A) $\sqrt{10}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

9. 放射性元素由于不断有原子放射出微粒子而变成其他元素, 其含量不断减少, 这种现象称为衰变. 假设在放射性同位素铯 137 的衰变过程中, 其含量 M (单位: 太贝克) 与时间 t (单位: 年) 满足函数关系: $M(t) = M_0 2^{-\frac{t}{30}}$, 其中 M_0 为 $t=0$ 时铯 137 的含量. 已知 $t=30$ 时, 铯 137 含量的瞬时变化率是 $-10 \ln 2$ (太贝克/年), 则 $M(60) =$

- (A) 5 (B) $75 \ln 2$ (C) $150 \ln 2$ (D) 150

10. 下列关于函数 $f(x) = (2x - x^2)e^x$ 的判断正确的是

① $f(x) > 0$ 的解集是 $\{x | 0 < x < 2\}$; ② $f(-\sqrt{2})$ 是极小值, $f(\sqrt{2})$ 是极大值;

③ $f(x)$ 没有最小值, 也没有最大值; ④ $f(x)$ 有最大值, 没有最小值.

- (A) ①③ (B) ①②③ (C) ②④ (D) ①②④

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.)

11. 向量 $\mathbf{a} = (1, -2), \mathbf{b} = (-1, 0)$, 若 $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp (\lambda \mathbf{a} + \mathbf{b})$, 则 $\lambda =$ _____.

12. 抛物线 $y^2 = 2x$ 的准线方程是 _____; 该抛物线的焦点为 F , 点 $M(x_0, y_0)$ 在此抛物线上, 且 $|MF| = \frac{5}{2}$, 则 $x_0 =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2, & x \leq 0, \\ x + \frac{1}{x} + a, & x > 0. \end{cases}$ 若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值, 则 a 的取值范围为 _____.

14. 若 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在区间 $[-a, a]$ 上单调递减, 则实数 a 的最大值是 _____.

15. 已知直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AD = 2$, $BC = 1$, P 是腰 DC 上的动点, 则 $|\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB}|$ 的最小值为 _____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分。）

16.（本小题 13 分）

已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$.

(I) 当 $\omega = 1$ 时，求 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值；

(II) 当函数 $f(x)$ 图象的两条相邻对称轴之间的距离是 $\frac{\pi}{2}$ 时，_____.

从①②③中任选一个，补充到上面空格处并作答.

①求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值；

②求 $f(x)$ 的单调递增区间；

③若 $f(x) \geq 0$ ，求 x 的取值范围.

注：如果选择多个问题分别解答，按第一个解答计分.

17. (本小题 13 分)

已知椭圆 E 的焦点为 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, 且经过点 $P\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

(I) 求椭圆 E 的标准方程;

(II) 直线 $l: y = x + t$ 与曲线 E 交于 M, N 两点, 求四边形 MF_1NF_2 面积的最大值.

北京高考在线
www.gkzox.com

北京高考在线
www.gkzox.com

北京高考在线
www.gkzox.com

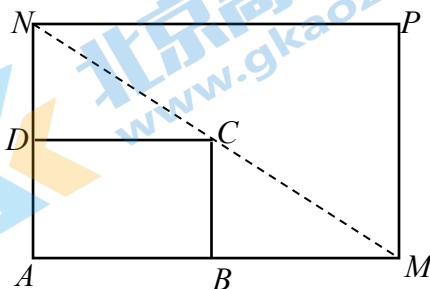
北京高考在线
www.gkzox.com

18. (本小题 14 分)

如图所示, 将一矩形花坛 $ABCD$ 扩建成一个更大的矩形花园 $AMPN$, 要求 B 在 AM 上, D 在 AN 上, 且对角线 MN 过 C 点, $AB=3$ 米, $AD=2$ 米.

(I) 要使矩形 $AMPN$ 的面积大于 32 平方米, 则 AN 的长应在什么范围内?

(II) 若 AN 的长度不少于 6 米, 则当 AM 、 AN 的长度是多少时, 矩形 $AMPN$ 的面积最小? 并求出最小面积.



北京高考在线
www.gkzox.com

北京高考在线
www.gkzox.com

北京高考在线
www.gkzox.com

19. (本小题 15 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $P(1,1)$. 过点 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 作直线 l 与抛物线 C 交于不同的两

点 M, N , 过点 M 作 x 轴的垂线分别与直线 OP, ON 交于点 A, B , 其中 O 为原点.

(I) 求抛物线 C 的方程, 并求其焦点坐标和准线方程;

(II) 求 $\frac{|MA|}{|MB|}$ 的值.

20. (本小题 15 分)

设函数 $f(x) = ae^x + \cos x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(I) 若函数 $f(x)$ 为偶函数, 求 a 的值;

(II) 若 $a = 1$, 证明: 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 2$;

(III) 若 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 内有两个不同的零点, 求 a 的取值范围.



21. (本小题 15 分)

已知数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_N$ ($N \geq 3$) 的各项均为正整数,

设集合 $T = \{x \mid x = a_j - a_i, 1 \leq i < j \leq N\}$, 记 T 的元素个数为 $P(T)$.

(I) 若数列 $A: 1, 2, 4, 3$, 求集合 T , 并写出 $P(T)$ 的值;

(II) 若 A 是递增数列, 求证: “ $P(T) = N - 1$ ” 的充要条件是 “ A 为等差数列”;

(III) 若 $N = 2n + 1$, 数列 A 由 $1, 2, 3, \dots, n, 2n$ 这 $n + 1$ 个数组成, 且这 $n + 1$ 个数在数列 A 中每个至少出现一次, 求 $P(T)$ 的取值个数.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018