

德阳市高中 2018 级“三诊”考试

数学试卷(理工农医类)

月:

本试卷分第 I 卷和第 II 卷,第 I 卷 1—2 页,第 II 卷 3—4 页.考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试卷、草稿纸上答题无效.考试结束后,将答题卡交回.
本试卷满分 150 分,120 分钟完卷.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设 i 是虚数单位.若复数 $z = a - \frac{2}{1-i}$ ($a \in \mathbf{R}$) 是纯虚数,则 a 的值为

- A. -3 B. 1 C. -1 D. 3

2. 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid \lg x \leq 0\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $[0, 1]$ B. $(0, 1]$ C. $[-2, 3]$ D. $(-\infty, 3]$

3. 如图为某商场一天营业额的扇形统计图,根据统计图你不能得出的信息为

- A. 该商场家用电器销售额为全商场营业额的 40%
B. 服装鞋帽和百货日杂共售出 29000 元
C. 副食的销售额为该商场营业额的 10%
D. 家用电器部所得利润最高

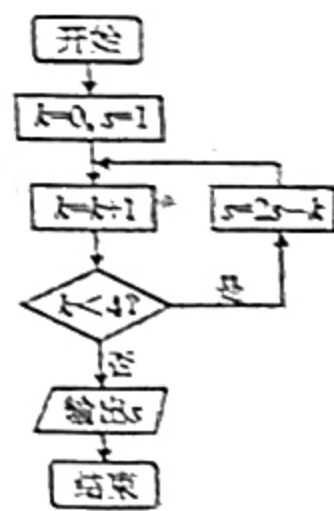


4. 已知 $p: x = -1$, q : 向量 $a = (1, x)$ 与 $b = (x+2, x)$ 共线, 则 p 是 q 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 阅读如图所示的框图,运行相应的程序,输出 s 的值等于

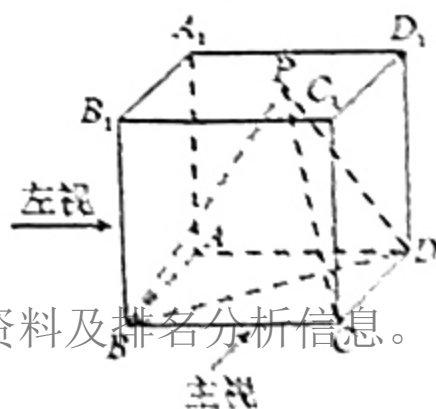
- A. -3 B. -10 C. 0 D. -2



6. 如图,在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,点 P 是平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点,

则三棱锥 $P - BCD$ 的主(正)视图与左(侧)视图的面积之比为

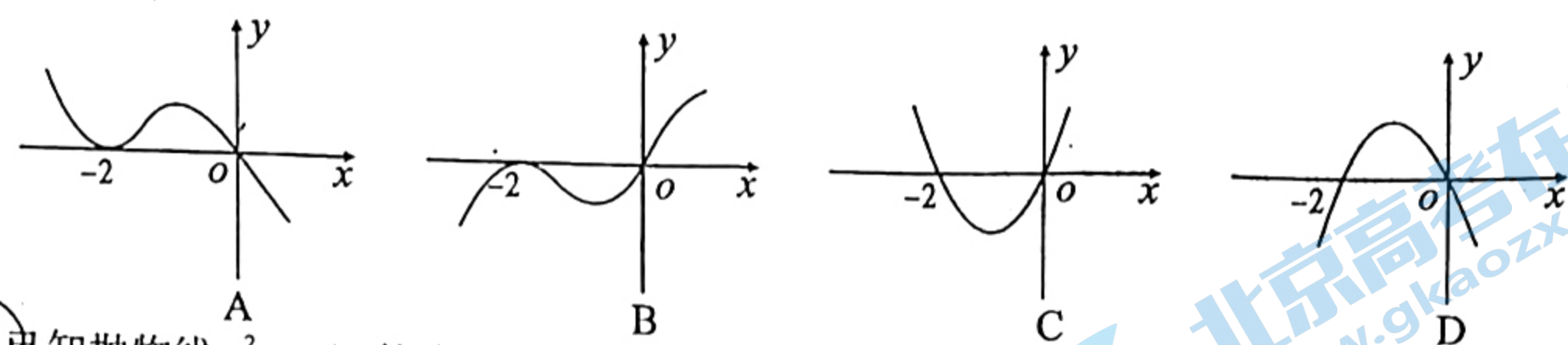
- A. 3 : 2 B. 2 : 1
C. 2 : 3 D. 1 : 1



关注北京高考在线官方微信:北京高考资讯(ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。

7. 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上可导,其导函数为 $f'(x)$,且函数 $f(x)$ 在 $x = -2$ 处

取得极小值)则函数 $y = xf'(x)$ 的图象可能是



已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的弦 AB 的中点的横坐标为 3, 则 $|AB|$ 的最大值为

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

设函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称, 它的周期是 π , 则下列说法正确的个数为

- ① 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $|\varphi|$ 个单位长度得到函数 $y = 2\sin\omega x$ 的图象;
 ② $f(x)$ 的图象过点 $(0, 1)$;
 ③ $f(x)$ 的图象的一个对称中心是 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$;
 ④ $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{12}, \frac{2\pi}{3}]$ 上是减函数.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

若数列 $\{a_n\}$ 对于任意的正整数 n 满足: $a_n > 0$, 且 $a_n a_{n+1} = n + 1$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“积增数列”. 已知“积增数列” $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 数列 $\{a_n^2 + a_{n+1}^2\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则对于任意的正整数 n , 有

- A. $S_n \leq 2n^2 + 3$ B. $S_n \geq n^2 + 3n$ C. $S_n \leq n^2 + 2n + 4$ D. $S_n \geq n^2 + 4n$

过双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 1$) 的左顶点 P 作斜率为 1 的直线 l , 若直线 l 与双曲线 C 的两条渐近线分别相交于点 Q, R , 且 $\vec{OP} + \vec{OR} = 2\vec{OQ}$, 则双曲线的离心率为 (O 为原点)

- A. $\sqrt{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

已知函数 $f(x) = (x - x^m + m \ln x)e^x + 1$ ($m < 0$), 若存在 $x_0 > 1$, 使 $f(x_0) \leq 0$, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(-\infty, -e)$ B. $(-\infty, -e]$ C. $[-e, 0)$ D. $(-e, 0)$

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息。

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13 ~ 21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.将答案填在答题卡上.

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3, a_1 + a_3 + a_5 = 21$, 则 $a_3 + a_5 + a_7 =$ _____.

14. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x - y + 6 \geq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$, 则目标函数 $z = x - y$ 的最大值是 _____.

15. $(1 + x + x^2)\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 _____.

16. 在直角三角形 ABC 中, $AC = 1, D$ 是斜边 AB 的中点, 将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折, 若在翻折过程中存在某个位置, 使得 $CB \perp AD$, 则 BC 边长的最大值为 _____.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 12 分)

为了更好的开展高中数学综合实践课的教学, 结合高中数学与物理紧密联系的特点, 某高级中学数学组与物理组进行联合教学实践活动. 在一次实践活动中, 某班学生分成五组进行物理实验(研究某物理现象中两个物理量 x, y 之间的关系), 得到五组数据如下表所示

组号	1	2	3	4	5
物理量 x	12	11	13	10	9
物理量 y	27	25	29	24	20

(1) 为了减少一定的运算量, 同学们决定用前三组的数据研究两个物理量 x, y 的线性回归方程, 并由该回归方程预估第 4, 5 组物理量 y 的值, 若产生的残差的绝对值不超过 1, 则认为本次实践活动成功. 请问本次实践活动是否成功? 并说明理由;

(2) 老师打算从这五组学生中随机选取两组学生进行校本科研课题:《数学与物理深度融合研究》的问卷调查, 记组号差的绝对值为 X , 求 X 的分布列与数学期望.

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

18. (本题满分 12 分)

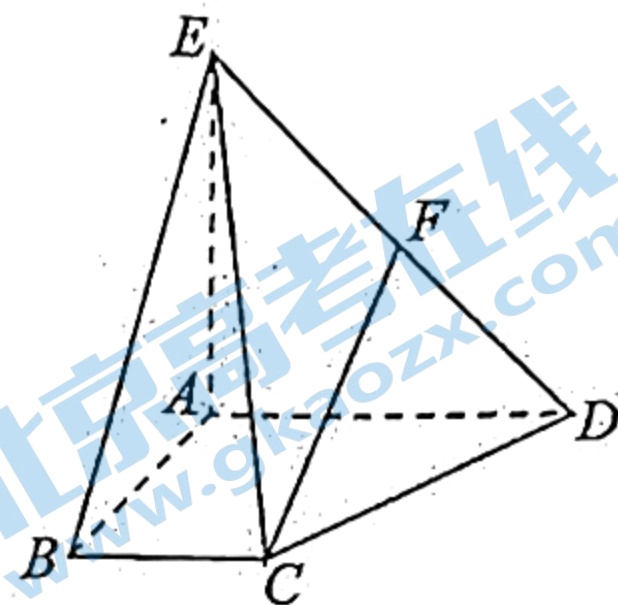
在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, AB = \sqrt{3}, BC = 1, P$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $PB \perp PC$.

(1) 若 $PB = \frac{1}{2}$, 求 PA ;

(2) 若 $\angle APB = 150^\circ$, 设 $\angle PBA = \alpha$, 求 $\tan \alpha$.

19. (本题满分 12 分)

四棱锥 $E-ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD = AE = 2BC = 2AB = 2$,
 $AB \perp AD$, 平面 $EAD \perp$ 平面 $ABCD$, 点 F 为 DE 的中点.



(1) 求证: 向量 $\vec{CF}, \vec{EA}, \vec{BA}$ 共面;

(2) 若 $CF \perp AD$, 求二面角 $D-CF-B$ 的余弦值.

20. (本题满分 12 分)

设圆 $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$ 的圆心为 P , 过点 $Q(1, 0)$ 且与 x 轴不重合的直线交圆 P 于 M, N 两点, 过 Q 作 MP 的平行线交 PN 于点 E .

(1) 证明 $|EP| + |EQ|$ 为定值, 并写出点 E 的轨迹 R 的方程;

(2) 已知点 $A(-2, 0), B(2, 0)$, 过点 $P(-1, 0)$ 的直线 l 与曲线 R 交于 C, D 两点. 记 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABC$ 的面积分别为 S_1 和 S_2 , 求 $|S_1 - S_2|$ 的最大值.

21. (本题满分 12 分)

已知函数 $y(x) = \ln x - ax + 1$.

(1) 求 $y(x)$ 的极值;

(2) 已知 $a \geq 1$, 函数 $f(x) = \begin{cases} y(x) & (x \geq a) \\ e^{x-1} + (a-2)x & (x < a) \end{cases}$. 若关于 x 的不等式 $f(x) \neq 0$ 恒

成立, 试确定 a 的取值范围.

请考生在 22、23 二题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做第一个题目计分, 作答时, 请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 M 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 2\cos\beta \\ y = 1 + 2\sin\beta \end{cases}$ (β 为参数), 以坐标

原点为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l_1 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$, 直线 l_2 的极坐

标方程为 $\theta = \frac{3\pi}{4}$.

(1) 写出曲线 M 的极坐标方程, 并指出它是何种曲线;

(2) 设 l_1 与曲线 M 交于 A, C 两点, l_2 与曲线 M 交于 B, D 两点, 求四边形 $ABCD$ 面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |2x - a| + |2x + 3|, g(x) = |x - 1| + 2$.

(1) 解不等式: $|g(x)| < 5$;

(2) 若对任意的 $x_1 \in \mathbf{R}$, 都有 $x_2 \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯 (ID:bj-gaokao), 获取更多试题资料及排名分析信息.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯