2019 北京昌平区高一（下）期末

数　　学

2019.7

本试卷共 5 页，共 150 分．考试时长 120 分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.

第一部分（选择题共 50 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．经过点（ 1 ， 1 ）且斜率为 1 的直线方程为

A. $x-y=0$ B. $x+y=0$ C. $x-y+2=0$ D. $x+y-2=0$

2．某学校有高中学生 1000 人，其中高一年级、高二年级、高三年级的人数分别为 320，300，380.

为调查学生参加“社区志愿服务”的意向，现采用分层抽样的方法从中抽取一个容量为 100 的样本，那么应抽取高二年级学生的人数为

A．68　　B．38　　C．32　　D．30

3．直线 $\sqrt{3}x-y+1=0$ 的倾斜角是

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 已知圆 $C_1: x^2+(y+1)^2=1$, 圆 $C_2:(x-2)^2+(y+1)^2=1$, 那么这两个圆的位置关系是

A．内含　B．外离　C．外切　D. 相交

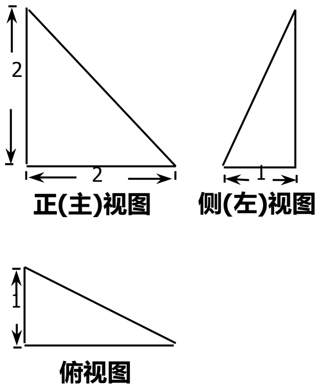
5．已知 ΔABC 中，$c^2=a^2+b^2-\sqrt{3}ab$，那么角 C 的大小是

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

6. 已知直线 $y=x+b$ 与圆 $x^2+y^2=2$ 相切，那么实数 b 的值是

A．0　B. 2　C. ± 1　D. ± 2

7. 一个几何体的三视图如图所示，则几何体的体积是



A. 2 B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{2}{3}$ D. 1

8. 设 m, n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，给出下列四个命题：

① 如果 $m//\alpha$，$n//\alpha$，那么 $m//n$；

② 如果 $m//\alpha$，$m\subset\beta$，$\alpha\cap\beta=n$，那么 $m//n$；

③ 如果 $m\perp\alpha$，$m\subset\beta$，那么 $\alpha\perp\beta$；

④如果 $\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n//\beta$，那么 $m//n$.

其中正确的是

A. ①② B. ②③C. ②④D. ③④

9. 为迎接 2022 年北京冬季奥运会，某校开设了冰球选修课，12 名学生被分成甲、乙两组进行训练.

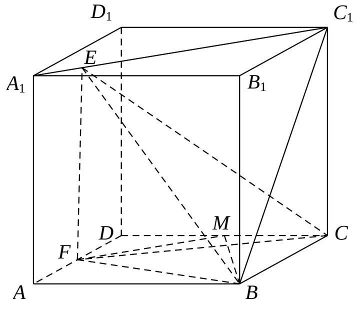
他们的身高（单位：cm）如下图所示：

甲组		乙组
4 5 6 7 8 9	17	6 7 8 9
	18	0 1

设两组队员身高平均数依次为 $\overline{x}_{甲}$，$\overline{x}_{乙}$，方差依次为 $s_{甲}^2$，$s_{乙}^2$，则下列关系式中完全正确的是

A. $\overline{x}_{甲}=\overline{x}_{乙}$，$s_{甲}^2=s_{乙}^2$ B. $\overline{x}_{甲}<\overline{x}_{乙}$，$s_{甲}^2>s_{乙}^2$ C. $\overline{x}_{甲}<\overline{x}_{乙}$，$s_{甲}^2=s_{乙}^2$ D. $\overline{x}_{甲}<\overline{x}_{乙}$，$s_{甲}^2<s_{乙}^2$

10．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，动点 E 在线段 A_1C_1 上，F，M 分别是 AD，CD 的中点，则下列结论中错误的是



A. $FM//A_1C_1$

B. $BM\perp$ 平面 CC_1F

C. 三棱锥 $B-CEF$ 的体积为定值

D. 存在点 E，使得平面 $BEF//$ 平面 CC_1D_1D

第二部分（非选择题共 100 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

11. $A(1,1,-1,),B(2,0,3)$ 两点的距离等于__________.

12. 已知直线 $l_1:2x-3y+1=0$ 和直线 $l_2:kx-6y+1=0$ 平行，那么实数 $k=$__________.

13. 某校 4 名学生参加“丝绸之路”夏令营活动，其中有 2 名学生去过敦煌．从这 4 名学生中任选 2 名学生担任讲解员，则这 2 名学生都去过敦煌的概率是__________.

14. 把边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 进行翻折，点 D 旋转到 D'，使得平面 $D'AC\perp$ 平面 ABC，则 D' 到平面 ABC 的距离是__________；三棱锥 $D'-ABC$ 的体积是 __________.

15. 某公司制造两种电子设备：影片播放器和音乐播放器. 在每天生产结束后，要对产品进行检测，故障的播放器会被移除进行修复．下表显示各播放器每天制造的平均数量以及平均故障率.

商品类型	播放器每天平均产量	播放器每天平均故障率
影片播放器	3000	4%
音乐播放器	9000	3%

下面是关于公司每天生产量的叙述：

② 每天生产的播放器有三分之一是影片播放器；

② 在任何一批数量为 100 的影片播放器中，恰好有 4 个会是故障的；

③ 如果从每天生产的音乐播放器中随机选取一个进行检测，此产品需要进行修复的概率是 0.03.

上面叙述正确的是__________.

16. 设 $m\in\mathrm{R}$，过定点 A 的直线 $l_1:x+my=0$ 和过定点 B 的直线 $l_2:mx-y-4m+2=0$，两条直线相交于点 P，点 P 的轨迹为曲线 C．则

（1）定点 B 的坐标是__________；

（2）设点 (x,y) 是曲线 C 上的任意一点，那么 $x+y$ 的取值范围是__________.

三、解答题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. （本小题满分 14 分）

在 ΔABC 中，$a=7$，$b=5$，$\cos A=-\dfrac{1}{2}$.

（Ⅰ）求 $\sin B$ 的值；

（Ⅱ）求 c 边的长及 ΔABC 面积的大小.

18. （本小题满分 14 分）

已知表 1 是某年部分日期的天安门广场升旗时刻表.

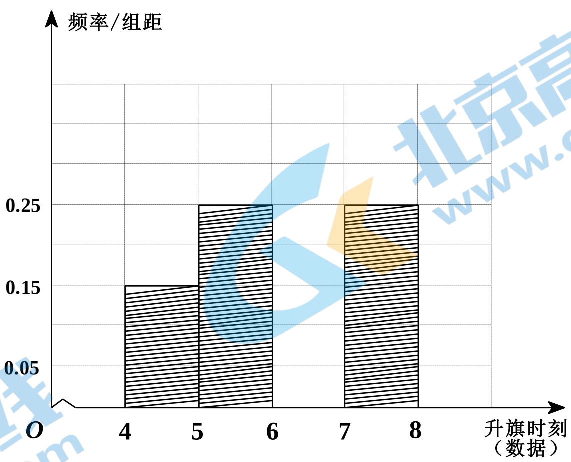
表 1：某年部分日期的天安门广场升旗时刻表

日期	升旗时刻	日期	升旗时刻	日期	升旗时刻	日期	升旗时刻
1 月 1 日	7:36	3 月 13 日	6:30	5 月 15 日	5:00	9 月 5 日	6:45
1 月 23 日	7:30	3 月 22 日	6:15	6 月 9 日	4:45	10 月 6 日	6:15
2 月 5 日	7:15	4 月 10 日	5:45	6 月 16 日	4:45	10 月 21 日	6:30
2 月 21 日	7:00	4 月 20 日	5:30	6 月 21 日	4:45	11 月 3 日	6:45
3 月 3 日	6:45	5 月 1 日	5:15	8 月 20 日	5:30	12 月 18 日	7:30

将表 1 中的升旗时刻化为分数后作为样本数据（如：$7:36$ 可化为 $7\frac{36}{60}=7\frac{3}{5}$）.

(I) 请补充完成下面的频率分布表及频率分布直方图；

分组	频数	频率
4:00—4:59	3	
5:00—5:59		0.25
6:00—6:59		
7:00—7:59	5	
合计	20	



(II) 若甲学校从上表日期中随机选择一天观看升旗．试估计甲学校观看升旗的时刻早于 6:00 的概率；

(III) 若甲，乙两个学校各自从表 1 中五月、六月的日期中随机选择一天观看升旗， 求两校观看升旗的时刻均不早于 5:00 的概率.

19.（本小题满分 14 分）

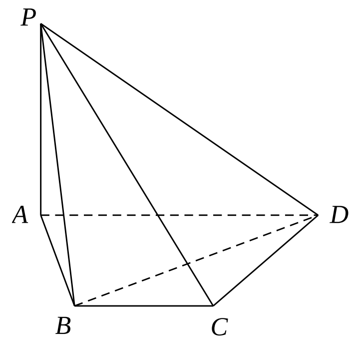
已知圆 C 的圆心在 x 轴上，且经过点 $A(-1,0)$， $B(1,2)$.

(I)　求线段 AB 的垂直平分线方程；

(II) 求圆 C 的标准方程；

(III) 过点 $P(0,2)$ 的直线 l 与圆 C 相交于 M 、 N 两点，且 $|MN|=2\sqrt{3}$，求直线 l 的方程.

20.（本小题满分 14 分）



如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$CD\perp AD$，$BC// AD$，$BC=CD=\frac{1}{2}AD$.

(I) 求证：$CD\perp PD$;

(II) 求证：$BD\perp$ 平面 PAB;

(III) 在棱 PD 上是否存在点 M，使 $CM//$ 平面 PAB，若存在，确定点 M 的位置，若不存在，请说明理由.

21.(本小题满分 14 分）

在平面几何中，通常将完全覆盖某平面图形且直径最小的圆，称为该平面图形的最小覆盖圆. 最小覆盖圆满足以下性质：

(1) 线段 AB 的最小覆盖圆就是以 AB 为直径的圆；

(2) 锐角 ΔABC 的最小覆盖圆就是其外接圆.

已知曲线 W： $x^2+y^4=16$， $A(0,t)$， $B(4,0)$， $C(0,2)$， $D(-4,0)$ 为曲线 W 上不同的四点.

(I)　求实数 t 的值及 ΔABC 的最小覆盖圆的方程；

(II) 求四边形 $ABCD$ 的最小覆盖圆的方程；

(III) 求曲线 W 的最小覆盖圆的方程.

2019 北京昌平区高一（下）期末数学参考答案

一、选择题：（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	B	C	A	D	C	B	C	D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．）

11. $3\sqrt{2}$ 12. 4 13. $\frac{1}{6}$

14. $\frac{\sqrt{2}}{2}$；$\frac{\sqrt{2}}{12}$ 15. ③ 16. $(4,2)$；$[3-\sqrt{10},3+\sqrt{10}]$

三、解答题(本大题共 5 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．)

17.（本小题满分 14 分）

解：（I）在 ΔABC 中, 由 $\cos A=-\frac{1}{2}$，得 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………3 分

因为 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$， ………………………5 分

得 $\sin B=\frac{5\sqrt{3}}{14}$. ………………………7 分

（II）在 ΔABC 中, 由 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{c^2-24}{10c}=-\frac{1}{2}$. ………………………9 分

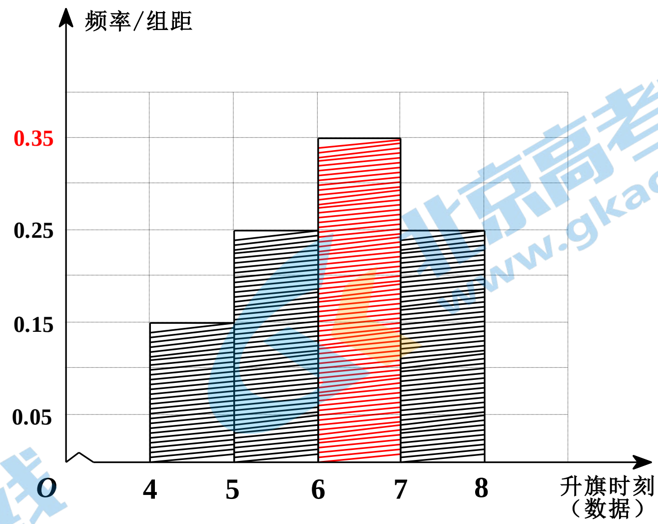
整理，得 $c^2+5c-24=0$，解得 $c=3, c=-8$（舍） ………………………11 分

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times b\times c\times\sin A=\frac{1}{2}\times5\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15}{4}\sqrt{3}$. ………………………………14 分

18.（本小题满分 14 分）

解：（I）频率分布表及频率分布直方图如下：

分组	频数	频率
4:00—4:59	3	0. 15
5:00—5:59	5	0. 25
6:00—6:59	7	0. 35
7:00—7:59	5	0. 25
合计	20	1



……………………6 分

(II) 由表知，甲学校从上表 20 次日期中随机选择一天观看升旗，观看升旗的时刻早于 6:00 的日期为 8 次，所以，估计甲学校观看升旗的时刻早于 6:00 的概率为 $P=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$.

……………………9 分

(III) 由表知，五月、六月的日期中不早于 5:00 的时间为 2 次，共 5 次.

设按表 1 中五月、六月的日期先后顺序，甲选择一天观看升旗分别为 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5，乙选择一天观看升旗分别为 b_1,b_2,b_3,b_4,b_5， ……………………10 分

则甲，乙两个学校观看升旗的时刻的基本事件空间 Ω 为:

$$\begin{aligned}&(a_1,b_1),(a_2,b_1),(a_3,b_1),(a_4,b_1),(a_5,b_1),\\&(a_1,b_2),(a_2,b_2),(a_3,b_2),(a_4,b_2),(a_5,b_2),\\&(a_1,b_3),(a_2,b_3),(a_3,b_3),(a_4,b_3),(a_5,b_3),\\&(a_1,b_4),(a_2,b_4),(a_3,b_4),(a_4,b_4),(a_5,b_4),\\&(a_1,b_5),(a_2,b_5),(a_3,b_5),(a_4,b_5),(a_5,b_5),\end{aligned}$$

其中基本事件为 25 个. ……………………12 分

设两校观看升旗的时刻均不早于 5:00 为事件 A，包含基本事件为:

$(a_1,b_1),(a_2,b_1),(a_1,b_2),(a_2,b_2)$，共 4 个， ……………………13 分

所以 $P(A)=\dfrac{4}{25}$，即两校观看升旗的时刻均不早于 5:00 的概率为 $\dfrac{4}{25}$. ……………14 分

19. （本小题满分 14 分）

解：（I） 设 AB 的中点为 D，则 $D(0,1)$． ··················1 分

由圆的性质，得 $CD\perp AB$，所以 $k_{CD}\times k_{AB}=-1$，得 $k_{CD}=-1$． ··················3 分

所以线段 AB 的垂直平分线的方程是 $y=-x+1$． ··················4 分

（II）设圆 C 的标准方程为 $(x-a)^2+y^2=r^2$，其中 $C(a,0)$，半径为 r（$r>0$）． ··················5 分

由圆的性质，圆心 $C(a,0)$ 在直线 CD 上，化简得 $a=1$．

所以 圆心 $C(1,0)$， ··················7 分

$r=|CA|=2$， ··················8 分

所以 圆 C 的标准方程为 $(x-1)^2+y^2=4$． ··················9 分

（III）由(I)设 F 为 MN 中点，则 $CF\perp l$，得 $|FM|=|FN|=\sqrt{3}$．

圆心 C 到直线的距离 $d=|CF|=\sqrt{4-(\sqrt{3})^2}=1$． ··················10 分

(1) 当 l 的斜率不存在时，$l:x=0$，此时 $|CF|=1$，符合题意． ··················11 分

(2) 当 l 的斜率存在时，设 $l:y=kx+2$，即 $kx-y+2=0$，

由题意得 $d=\dfrac{|k\times 1+2|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得：$k=-\dfrac{3}{4}$．

故直线 l 的方程为 $y=-\dfrac{3}{4}x+2$，即 $3x+4y-8=0$． ··················13 分

综上直线 l 的方程 $x=0$ 或 $3x+4y-8=0$． ··················14 分

20.（本小题满分 14 分）

（I）证明：因为 $PA\perp$平面 $ABCD$，$CD\subset$平面 $ABCD$，

所以 $CD\perp PA$. ··················2 分

因为 $CD\perp AD$，$PA\cap AD=A$，

所以 $CD\perp$平面 PAD. ··················4 分

因为 $PD\subset$平面 PAD，

所以 $CD\perp PD$. ··················5 分

（II）因为 $PA\perp$平面 $ABCD$，$BD\subset$平面 $ABCD$，

所以 $BD\perp PA$. ··················7 分

在直角梯形 $ABCD$ 中，$BC=CD=\frac{1}{2}AD$，

由题意可得 $AB=BD=\sqrt{2}BC$，

所以 $AD^2=AB^2+BD^2$，

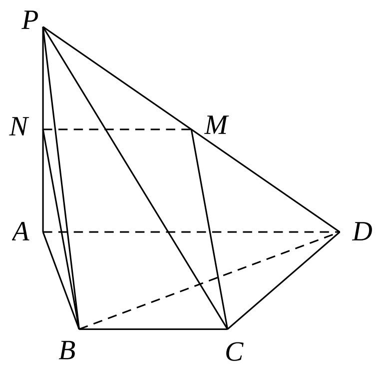
所以 $BD\perp AB$. ··················9 分

因为 $PA\cap AB=A$，

所以 $BD\perp$平面 PAB. ··················10 分

（III）解：在棱 PD 上存在点 M，使 $CM//$平面 PAB，且 M 是 PD 的中点. ··················11 分

证明：取 PA 的中点 N，连接 MN，BN，



因为 M 是 PD 的中点，所以 $MN \underline{\underline{//}} \frac{1}{2}AD$.

因为 $BC \underline{\underline{//}} \frac{1}{2}AD$，所以 $MN \underline{\underline{//}} BC$.

所以 $MNBC$ 是平行四边形，

所以 $CM//BN$. ··················13 分

因为 $CM\not\subset$平面 PAB，$BN\subset$平面 PAB.

所以 $CM//$平面 PAB. ··················14 分

21.（本小题满分 14 分）

解：（I）由题意，$t=-2$. ························2 分

由于 ΔABC 为锐角三角形，外接圆就是 ΔABC 的最小覆盖圆. ························3 分

设 ΔABC 外接圆方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

则 $\begin{cases}4-2E+F=0\\16+4D+F=0\\4+2E+F=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}D=-3\\E=0\\F=-4\end{cases}$. ························5 分

所以 ΔABC 的最小覆盖圆的方程为 $x^2+y^2-3x-4=0$. ························6 分

（II）因为 DB 的最小覆盖圆就是以 DB 为直径的圆，························7 分

所以 DB 的最小覆盖圆的方程为 $x^2+y^2=16$. ························9 分

又因为 $|OA|=|OC|=2<4$，所以点 A, C 都在圆内.

所以四边形 $ABCD$ 的最小覆盖圆的方程为 $x^2+y^2=16$. ························10 分

(III)由题意，曲线W为中心对称图形.

设$P(x_0,y_0)$，则$x_0^{\ 2}+y_0^{\ 4}=16$. ························11 分

所以$|OP|^2=x_0^{\ 2}+y_0^{\ 2}$，且$-2\le y_0\le 2$.

故 $|OP|^2=x_0^{\ 2}+y_0^{\ 2}=16-y_0^{\ 4}+y_0^{\ 2}=-(y_0^{\ 2}-\frac{1}{2})^2+\frac{65}{4}$，

所以 当$y_0^{\ 2}=\frac{1}{2}$时，$|OP|_{\max}=\frac{\sqrt{65}}{2}$， ························13 分

所以曲线W的最小覆盖圆的方程为$x^2+y^2=\frac{65}{4}$. ························14 分

【以上答案仅供参考】