答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设复数 $z=(2+i)i^3$，则 $\bar{z}=$

A. $1-2i$　　　　B. $1+2i$

C. $-1-2i$　　　　D. $-1+2i$

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4\geq 0\}$，$B=\{x|x<a+3\}$，若 $A\cup B=\mathbf{R}$，则 a 的取值范围是

A. $[1,+\infty)$

B. $[-2,+\infty)$

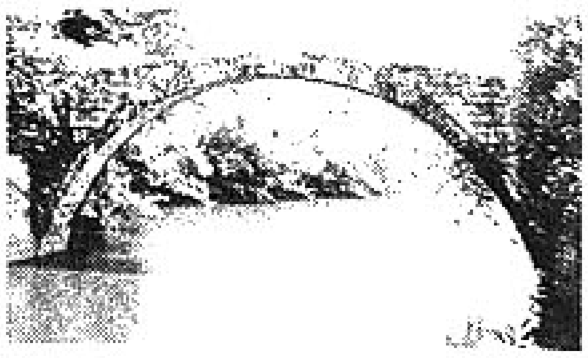
C. $(-\infty,1]$

D. $(-\infty,-2]$

3. 某班12名同学某次测试的数学成绩（单位：分）分别为62，57，72，85，95，69，74，91，83，65，78，89，则这12名同学这次测试的数学成绩的第60百分位数是

A. 74　　B. 78　　C. 83　　D. 91

4. 跃鲤桥，为单孔石拱桥，该石拱桥内侧曲线呈抛物线型，如图. 当水面宽度为24米时，该石拱桥的拱顶离水面的高度为12米，若以该石拱桥的拱顶为坐标原点，桥面为 x 轴（不考虑拱部顶端的厚度），竖直向上为 y 轴正方向建立直角坐标系，则该抛物线的焦点坐标是



A. $(0,-3)$

B. $(0,-6)$

C. $(0,-12)$

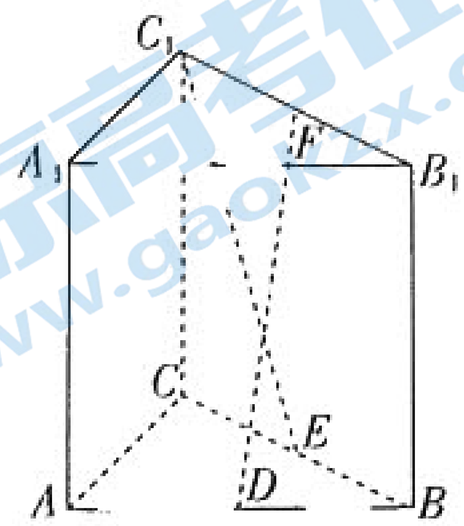
D. $(0,-24)$

5. 已知 p：$\forall x\in[-1,2]$，$x^2-2x+a<0$；q：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-4x+a=0$. 若 p 为假命题，q 为真命题，则 a 的取值范围为

A. $[-3,4]$　　　　B. $(-3,4]$

C. $(-\infty,-3)$　　　　D. $[4,+\infty)$

6. 如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，所有棱长都相等，D,E,F 分别是棱 AB,BC,B_1C_1 的中点，则异面直线 DF 与 C_1E 所成角的余弦值是



A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{3}{10}$

C. $\frac{7}{10}$

D. $\frac{9}{10}$

7. 已知函数 $f(x)=2\sin^2\omega x+\sqrt{3}\sin 2\omega x(\omega>0)$在$(0,\pi)$上恰有两个零点，则 ω 的取值范围是

A. $(\frac{2}{3},1]$　　B. $(1,\frac{5}{3}]$　　C. $[\frac{2}{3},1)$　　D. $[1,\frac{5}{3})$

8. 已知 $a=\frac{1}{4}$，$b=\sqrt[3]{e}-1$，$c=2\ln 2-\ln 3$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $c<b<a$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知圆 C_n：$(x-n)^2+y^2=n^2(n>0)$，则下列结论正确的是

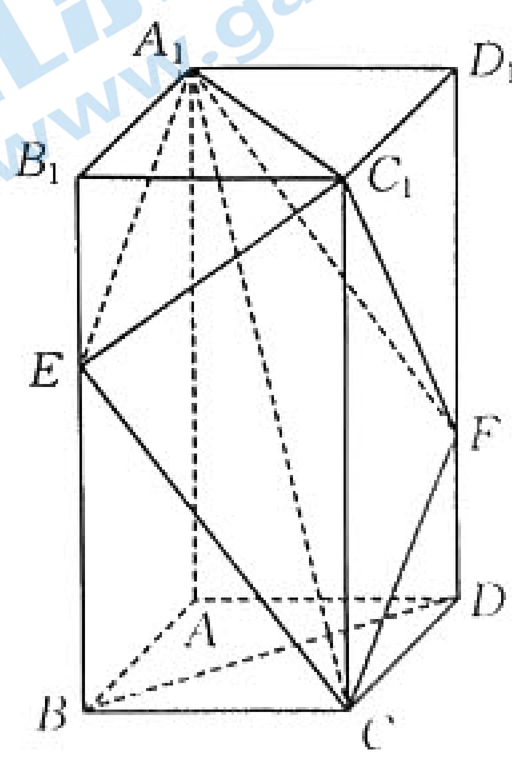
A. 无论 n 为何值，圆 C_n 都与 y 轴相切

B. 存在整数 n，使得圆 C_n 与直线 $y=x+2$ 相切

C. 当 $n=5$ 时，圆 C_n 上恰有 11 个整点（横、纵坐标都是整数的点）

D. 若圆 C_n 上恰有两个点到直线 $y=x$ 的距离为$\sqrt{2}$，则 $2\sqrt{2}-2<n<2\sqrt{2}+2$

10. 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，$AA_1=4$，E 是棱 BB_1 上的一点，点 F 在棱 DD_1 上，则下列结论正确的是



A. 若 A_1,C,E,F 四点共面，则 $BE=DF$

B. 存在点 E，使得 $BD/\!/$平面 A_1CE

C. 若 A_1,C,E,F 四点共面，则四棱锥 $C_1\text{-}A_1ECF$ 的体积为定值

D. 若 E 为 BB_1 的中点，则三棱锥 $E\text{-}A_1CC_1$ 的外接球的表面积是 32π

11. 已知函数 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(x-1)+f(x+1)=0$，$f(1-x)=f(x+5)$，若 $f(\frac{5}{2})=1$，则

A. $f(x)$是周期为 4 的周期函数

B. $f(x)$的图象关于直线 $x=1$ 对称

C. $f(x)$是偶函数

D. $f(\frac{1}{2})+2f(\frac{3}{2})+3f(\frac{5}{2})+\cdots+30f(\frac{59}{2})=-31$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和是 S_n，且 $a_8=5$，则 $S_{15}=$ ▲ .

13. 某班元旦晚会准备了 8 个节目，其中歌曲节目有 3 个，舞蹈节目有 2 个，小品、相声、魔术节目各 1 个，要求小品、相声、魔术这 3 个节目不安排在第一个表演，这 3 个节目中最多有 2 个节目连续表演，且魔术在小品后面表演，则该班元旦晚会的节目表演不同的安排方式有 ▲ 种.（用数字作答）

14. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过点 F_1 的直线 l 与双曲线 C 的两支分别交于 A,B 两点. 若$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{BF_1}$，且$|AF_2|=|BF_2|$，则双曲线 C 的离心率是 ▲ .

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（13 分）

在$\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且 $a\sin C=c\sin(A+\frac{\pi}{3})$.

（1）求角 A 的大小；

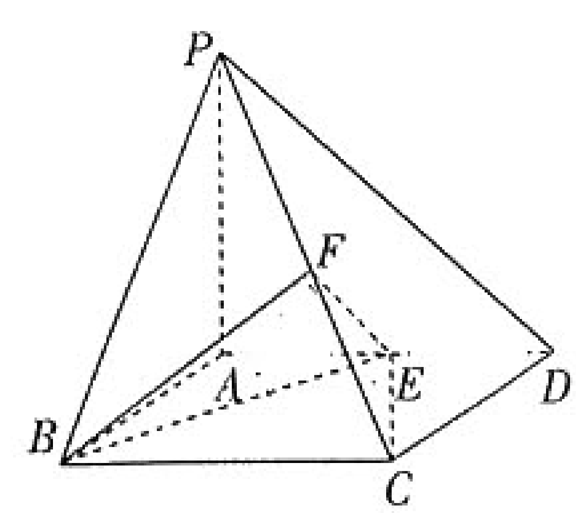
（2）若 $b=2,c=3$，D 是边 BC 的中点，求 AD 的长.

16.（15 分）

如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，$PA\perp$平面 $ABCD$，E,F 分别为棱 AD，PC 的中点，$PA=AD=2AB$.

（1）证明：$EF\parallel$平面 PAB.

（2）求平面 BEF 与平面 CEF 所成角的余弦值.



17.（15 分）

某校为庆祝元旦，举办了游园活动，活动中有一个填四字成语的游戏，游戏规则如下：该游戏共两关，第一关中四字成语给出其中三个字，参与游戏者需填对所缺的字，才能进入第二关；第二关中四字成语给出其中两个字，剩余两个字全部填对得 10 分，只填一个且填对得 5 分，只要填错一个或两个都不填得 0 分.

(1)已知小李知道该成语的概率是$\frac{1}{2}$，且小李在不知道该成语的情况下，填对所缺的字的概率是$\frac{1}{2}$，在小李通过第一关的情况下，求他知道该成语的概率.

(2)在过第二关时，小李每个字填与不填是等可能的，且每个字填对与填不对也是等可能的.记 X 表示小李在第二关中得到的分数，求 X 的分布列及数学期望.

18.（17 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别是 A,B，点 $H(\sqrt{3},\frac{1}{2})$在椭圆 C 上，P 是椭圆 C 上异于点 A,B 的动点，且直线 PA,PB 的斜率之积为$-\frac{1}{4}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程.

(2)过点$(1,0)$的直线 l 与椭圆 C 交于 M,N(异于 A,B)两点，直线 AM 与 BN 交于点 Q，试问点 Q 是否恒在一条直线上？若是，求出该直线方程；若不是，请说明理由.

19.（17 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\ln(x-m)$(其中 e 为自然对数的底数).

(1)当 $m=-1$ 时，求 $f(x)$的最小值；

(2)若对定义域内的一切实数 x，都有 $f(x)>4$，求整数 m 的最小值.

（参考数据：$e^{\frac{5}{4}}\approx3.49$）

高三数学参考答案

1. B　因为 $z=(2+\mathrm{i})\mathrm{i}^3=(2+\mathrm{i})(-\mathrm{i})=1-2\mathrm{i}$，所以 $\bar{z}=1+2\mathrm{i}$.

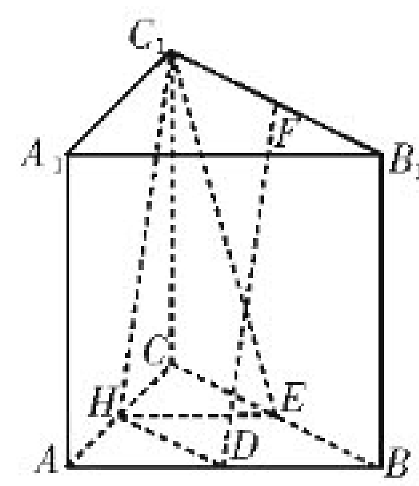
2. A　由题意可得 $A=\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 4\}$. 因为 $A\cup B=\mathbf{R}$，所以 $a+3\geqslant 4$，解得 $a\geqslant 1$.

3. C　将这组数据按从小到大的顺序排列为 57，62，65，69，72，74，78，83，85，89，91，95. 因为 $12\times 60\%=7.2$，所以这 12 名同学这次测试的数学成绩的第 60 百分位数是 83.

4. A　设该抛物线方程为 $x^2=-2py(p>0)$，则点 $(12,-12)$ 在该抛物线上，从而 $12^2=-2p\times(-12)$，解得 $p=6$，故该抛物线的焦点坐标是 $(0,-3)$.

5. A　设 $f(x)=x^2-2x+a$，$x\in[-1,2]$，则 $f(x)_{\max}=f(-1)=3+a$. 由 p 为真命题，得 $3+a<0$，解得 $a<-3$. 由 q 为真命题，得 $\Delta=16-4a\geqslant 0$，解得 $a\leqslant 4$. 综上，$-3\leqslant a\leqslant 4$.

6. D　如图，取棱 AC 的中点 H，连接 DH，EH，C_1H，易证四边形 DHC_1F 是平行四边形，则 $C_1H/\!/DF$，故 $\angle EC_1H$ 是异面直线 DF 与 C_1E 所成的角或补角. 设 $AB=2$，则 $EH=1$，$C_1H=C_1E=\sqrt{5}$. 在 $\triangle C_1EH$ 中，由余弦定理可得 $\cos\angle EC_1H=\dfrac{C_1H^2+C_1E^2-EH^2}{2C_1H\cdot C_1E}=\dfrac{9}{10}$.

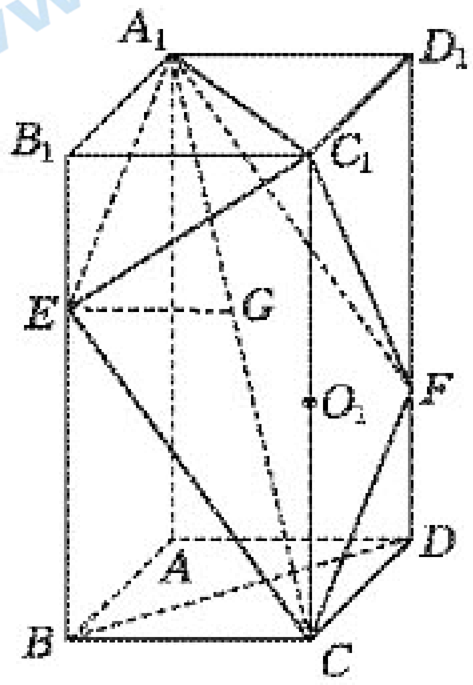


7. B　由题意可得 $f(x)=2\sin^2\omega x+\sqrt{3}\sin 2\omega x=\sqrt{3}\sin 2\omega x-\cos 2\omega x+1=2\sin(2\omega x-\dfrac{\pi}{6})+1$. 因为 $0<x<\pi$，所以 $-\dfrac{\pi}{6}<2\omega x-\dfrac{\pi}{6}<2\omega\pi-\dfrac{\pi}{6}$. 因为 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上恰有两个零点，所以 $\dfrac{11\pi}{6}<2\omega\pi-\dfrac{\pi}{6}\leqslant\dfrac{19\pi}{6}$，解得 $1<\omega\leqslant\dfrac{5}{3}$.

8. B　设 $f(x)=\mathrm{e}^x-x-1$，则 $f'(x)=\mathrm{e}^x-1$. 当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，从而 $f(x)>f(0)=0$，即 $\mathrm{e}^x-x-1>0$，即 $\mathrm{e}^x-1>x$，故 $\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}-1>\dfrac{1}{3}$，即 $b>\dfrac{1}{3}$. 设 $g(x)=\ln(1+x)-x(x>0)$，则 $g'(x)=\dfrac{-x}{1+x}$. 当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$g'(x)<0$，则 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，从而 $g(x)<g(0)=0$，即 $\ln(1+x)-x<0$，即 $\ln(1+x)<x$，故 $\ln(1+\dfrac{1}{3})<\dfrac{1}{3}$. 因为 $c=2\ln 2-\ln 3=\ln(1+\dfrac{1}{3})$，所以 $c<\dfrac{1}{3}$，则 $c<\dfrac{1}{3}<b$，即 $c<b$. 设 $h(x)=\ln(1+x)-\dfrac{x}{1+x}(x>0)$，则 $h'(x)=\dfrac{x}{(1+x)^2}$. 当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，则 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，从而 $h(x)>h(0)=0$，即 $\ln(1+x)>\dfrac{x}{1+x}$，即 $\ln(1+\dfrac{1}{3})>\dfrac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}$，即 $\ln\dfrac{4}{3}>\dfrac{1}{4}$，故 $a<c$，即 $a<c<b$.

9. AD　由题意可知圆 C_n 的圆心坐标为 $(n,0)$，半径为 n，则圆心到 y 轴的距离等于圆 C_n 的半径，则 A 正确. 由圆 C_n 与直线 $y=x+2$ 相切，得 $\dfrac{|n+2|}{\sqrt{2}}=n$，解得 $n=2\sqrt{2}+2$，则 B 错误. 当

$n=5$ 时，圆 $C_n:(x-5)^2+y^2=25$，则 C_n 上的整点有 $(0,0),(1,3),(1,-3),(2,4),(2,-4),(5,5),(5,-5),(8,4),(8,-4),(9,3),(9,-3),(10,0)$，共 12 个，则 C 错误. 圆心到直线 $y=x$ 的距离 $d=\frac{n}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}n$，则 $n-\frac{\sqrt{2}}{2}n<\sqrt{2}<n+\frac{\sqrt{2}}{2}n$，解得 $2\sqrt{2}-2<n<2\sqrt{2}+2$，故 D 正确.



10. BCD　由 A_1,C,E,F 四点共面，得 $CF/\!/A_1E$，则 $DF=B_1E$，若 E 不是棱 BB_1 的中点，则 $BE\neq DF$，故 A 错误. 当 E 是棱 BB_1 的中点时，取 A_1C 的中点 G，连接 GE,B_1D，则 G 为 B_1D 的中点. 因为 E 为 BB_1 的中点，则 $GE/\!/BD$. 因为 $GE\subset$ 平面 A_1CE，$BD\not\subset$ 平面 A_1CE，所以 $BD/\!/$ 平面 A_1CE，则 B 正确. 因为 $\triangle A_1CC_1$ 的面积为定值，点 E,F 到平面 A_1CC_1 的距离为定值，所以三棱锥 $E\text{-}A_1CC_1$ 和三棱锥 $F\text{-}A_1CC_1$ 的体积都为定值，则四棱锥 $C_1\text{-}A_1ECF$ 的体积为定值，故 C 正确. 取棱 CC_1 的中点 O_1，由题中数据可得 O_1 是 $\triangle CC_1E$ 外接圆的圆心，$\triangle CC_1E$ 外接圆的半径 $r=2$. 设三棱锥 $E\text{-}A_1CC_1$ 的外接球的球心为 O，半径为 R，设 $OO_1=d$，则 $R^2=d^2+r^2=O_1B_1^2+(A_1B_1-d)^2=8+(2-d)^2$，解得 $R^2=8$，从而三棱锥 $E\text{-}A_1CC_1$ 的外接球的表面积是 $4\pi R^2=32\pi$，故 D 正确.

11. ABD　因为 $f(x-1)+f(x+1)=0$，所以 $f(x+1)+f(x+3)=0$，所以 $f(x-1)=f(x+3)$，即 $f(x)=f(x+4)$，所以 $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数，则 A 正确. 因为 $f(1-x)=f(x+5)$，所以 $f(1-x)=f(x+1)$，所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，则 B 正确. 因为 $f(\frac{5}{2})=1$，所以 $f(-\frac{3}{2})=1$. 令 $x=\frac{3}{2}$，得 $f(\frac{1}{2})+f(\frac{5}{2})=0$，则 $f(\frac{1}{2})=-1$. 因为 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，所以 $f(\frac{3}{2})=f(\frac{1}{2})=-1$，则 $f(\frac{3}{2})\neq f(-\frac{3}{2})$，从而 $f(x)$ 不是偶函数，则 C 错误. 由 $f(x)$ 的对称性与周期性可得 $f(\frac{1}{2})=f(\frac{3}{2})=-1$，$f(\frac{5}{2})=f(\frac{7}{2})=1$，则 $f(\frac{1}{2})+2f(\frac{3}{2})+3f(\frac{5}{2})+\cdots+30f(\frac{59}{2})=7(-1-2+3+4)-29-30=-31$，故 D 正确.

12. 75　因为 $a_8=5$，所以 $a_1+a_{15}=2a_8=10$，则 $S_{15}=\frac{(a_1+a_{15})\times 15}{2}=\frac{10\times 15}{2}=75$.

13. 10800　先将歌曲和舞蹈节目排好，有 $A_5^5=120$ 种，再将小品、相声、魔术这 3 个节目排好，有 $3C_5^3+C_5^2\cdot 3A_2^2=90$ 种，则该班元旦晚会的节目表演不同的安排方式有 $120\times 90=10800$ 种.

14. $\frac{\sqrt{41}}{3}$　设 $|BF_1|=m$，则 $|AF_1|=4m$. 由双曲线的定义可得 $|BF_2|=m+2a$，$|AF_2|=4m-2a$. 因为 $|AF_2|=|BF_2|$，所以 $m+2a=4m-2a$，所以 $m=\frac{4a}{3}$，则 $|BF_1|=\frac{4a}{3}$，$|AF_1|=\frac{16a}{3}$，$|AF_2|=|BF_2|=\frac{10a}{3}$. 在 $\triangle BF_1F_2$ 中，由余弦定理可得 $|BF_2|^2=|BF_1|^2+|F_1F_2|^2-2|BF_1||F_1F_2|\cos\angle BF_1F_2$，即 $\frac{100}{9}a^2=\frac{16}{9}a^2+4c^2-\frac{16}{3}ac\cos\angle BF_1F_2$，即 $\frac{16}{3}ac\cos\angle BF_1F_2=$

$4c^2-\frac{28}{3}a^2$. 在$\triangle AF_1F_2$中，由余弦定理可得$|AF_2|^2=|AF_1|^2+|F_1F_2|^2-2|AF_1||F_1F_2|\cdot$ $\cos\angle BF_1F_2$，则$\frac{100}{9}a^2=\frac{256}{9}a^2+4c^2-\frac{64}{3}ac\cos\angle BF_1F_2$，即$\frac{16}{3}ac\cos\angle BF_1F_2=\frac{13}{3}a^2+c^2$，从而$4c^2-\frac{28}{3}a^2=\frac{13}{3}a^2+c^2$，即$3c^2=\frac{41}{3}a^2$，即$\frac{c^2}{a^2}=\frac{41}{9}$，故$e=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{41}}{3}$.

15. 解：(1)因为$a\sin C=c\sin(A+\frac{\pi}{3})$，所以$\sin A\sin C=\sin C\sin(A+\frac{\pi}{3})$. …………… 1 分

因为$0<C<\pi$，所以$\sin C\neq 0$，所以$\sin A=\sin(A+\frac{\pi}{3})$. …………… 2 分

因为$\sin(A+\frac{\pi}{3})=\sin A\cos\frac{\pi}{3}+\cos A\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\sin A+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A$，…………… 4 分

所以$\frac{1}{2}\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A$，所以$\tan A=\sqrt{3}$. …………… 6 分

因为$0<A<\pi$，所以$A=\frac{\pi}{3}$. …………… 7 分

(2)(解法一)因为D是边BC的中点，所以$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，即$2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，…………… 9 分

所以$4\overrightarrow{AD}^2=\overrightarrow{AB}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}^2=c^2+bc+b^2$. …………… 10 分

因为$b=2$，$c=3$，所以$4\overrightarrow{AD}^2=3^2+2\times3+2^2=19$，…………… 11 分

所以$\overrightarrow{AD}^2=\frac{19}{4}$，则$|\overrightarrow{AD}|=\frac{\sqrt{19}}{2}$. …………… 13 分

(解法二)在$\triangle ABC$中，由余弦定理可得$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC=7$，则$BC=\sqrt{7}$. …………… 9 分

因为$b=2$，$c=3$，$a=BC=\sqrt{7}$，所以$\cos\angle ABC=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$. …………… 10 分

因为D是边BC的中点，所以$BD=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{7}}{2}$，…………… 11 分

在$\triangle ABD$中，由余弦定理可得$AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cos\angle ABD=\frac{19}{4}$，则$AD=\frac{\sqrt{19}}{2}$. …………… 13 分

16. (1)证明：取棱PB的中点H，连接AH，FH.

因为H，F分别是棱PB，PC的中点，所以$HF/\!/BC$，$HF=\frac{1}{2}BC$. …………… 1 分

因为E是棱AD的中点，所以$AE/\!/BC$，$AE=\frac{1}{2}BC$，…………… 2 分

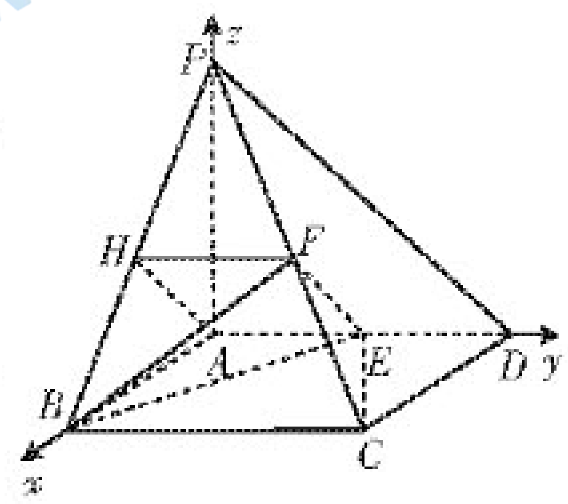
所以$HF/\!/AE$，$HF=AE$，…………… 3 分

所以四边形 $AEFH$ 为平行四边形，……………………………………………………………… 4 分

所以 $EF /\!/ AH$. ……………………………………………………………………………………… 5 分

因为 $AH \subset$ 平面 PAB，$EF \not\subset$ 平面 PAB，所以 $EF /\!/$ 平面 PAB. ………………………… 7 分

(2)解：以 A 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AP}$ 的方向为 x, y, z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系.



设 $AB=2$，则 $B(2,0,0)$，$C(2,4,0)$，$E(0,2,0)$，$F(1,2,2)$，

故 $\overrightarrow{BE}=(-2,2,0)$，$\overrightarrow{CE}=(-2,-2,0)$，$\overrightarrow{EF}=(1,0,2)$. ……… 9 分

设平面 BEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1, y_1, z_1)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE}=-2x_1+2y_1=0, \\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF}=x_1+2z_1=0, \end{cases}$ 令 $x_1=2$，得 $\boldsymbol{n}=(2,2,-1)$. … 11 分

设平面 CEF 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2, y_2, z_2)$，

则 $\begin{cases} \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CE}=-2x_2-2y_2=0, \\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{EF}=x_2+2z_2=0, \end{cases}$ 令 $x_2=2$，得 $\boldsymbol{m}=(2,-2,-1)$. ……………………………… 13 分

设平面 BEF 与平面 CEF 所成的角为 θ，

则 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\dfrac{1}{9}$，即平面 BEF 与平面 CEF 所成角的余弦值为 $\dfrac{1}{9}$. …

……………………………………………………………………………………………………… 15 分

17. 解：(1)记事件 A 为“小李通过第一关”，事件 B 为“小李知道该成语”，

则 $P(A|B)=1$，$P(A|B)=\dfrac{1}{2}$，$P(B)=P(B)=\dfrac{1}{2}$，……………………………………… 3 分

由全概率公式可得 $P(A)=P(B)P(A|B)+P(B)P(A|B)=\dfrac{1}{2}\times1+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$，… 6 分

则所求概率为 $P(B|A)=\dfrac{P(BA)}{P(A)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}=\dfrac{2}{3}$. ………………………………………… 8 分

(2)设事件 A_i 表示小明填了 i 个字，$i=1,2$，C 表示填到的字都是正确的.

X 的可能取值为 0，5，10. ……………………………………………………………………… 9 分

$P(X=5)=P(A_1C)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$，……………………………………………………… 10 分

$P(X=10)=P(A_2C)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{16}$，……………………………………………………… 11 分

$P(X=0)=1-P(X=5)-P(X=10)=\dfrac{11}{16}$. ………………………………………………… 12 分

随机变量 X 的分布列为

X	0	5	10
P	$\frac{11}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

……………………………………………………………………………… 13 分

故 $E(X)=0\times\frac{11}{16}+5\times\frac{1}{4}+10\times\frac{1}{16}=\frac{15}{8}$. ……………………………… 15 分

18. 解:(1)设 $P(s,n)$,则 $\frac{s^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}=1$,故 $n^2=\frac{b^2(a^2-s^2)}{a^2}$. ……………………………… 1 分

由题意可知 $A(-a,0)$,$B(a,0)$,则 $k_{PA}=\frac{n}{s+a}$,$k_{PB}=\frac{n}{s-a}$, ……………………………… 2 分

从而 $k_{PA}k_{PB}=\frac{n}{s+a}\cdot\frac{n}{s-a}=\frac{n^2}{s^2-a^2}=\frac{b^2(a^2-s^2)}{a^2(s^2-a^2)}=-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{4}$. ……………………… 4 分

因为 $H(\sqrt{3},\frac{1}{2})$ 在椭圆 C 上,所以 $\frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1$. ……………………………… 5 分

联立 $\begin{cases}-\frac{b^2}{a^2}=-\frac{1}{4},\\ \frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1,\end{cases}$ 解得 $a^2=4,b^2=1$. ……………………………… 7 分

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………… 8 分

(2)由题意可知 $A(-2,0)$,$B(2,0)$,设 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,

则直线 AM 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$,直线 BN 的方程为 $y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$. ……… 9 分

联立 $\begin{cases}y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2),\\ y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2),\end{cases}$ 整理得 $x=-\frac{2y_1(x_2-2)+2y_2(x_1+2)}{y_1(x_2-2)-y_2(x_1+2)}$. ……………………… 10 分

由题意可知直线 l 的斜率不为 0,设直线 $l:x=my+1$,

则 $x=-\frac{2y_1(my_2-1)+2y_2(my_1+3)}{y_1(my_2-1)-y_2(my_1+3)}=\frac{4my_1y_2+6y_2-2y_1}{y_1+3y_2}$. ……………………… 12 分

联立 $\begin{cases}x=my+1,\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$ 整理得 $(m^2+4)y^2+2my-3=0$,

则 $y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+4}$,$y_1y_2=-\frac{3}{m^2+4}$,故 $2my_1y_2=3(y_1+y_2)$. ……………………… 14 分

故 $x=\frac{6y_1+6y_2+6y_2-2y_1}{y_1+3y_2}=\frac{4y_1+12y_2}{y_1+3y_2}=4$. ……………………………… 16 分

即点 Q 恒在直线 $x=4$ 上. ……………………………… 17 分

19. 解:(1)当 $m=-1$ 时,$f(x)=e^x-\ln(x+1)$,此时 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$, …… 1 分

且 $f'(x)=e^x-\frac{1}{x+1}$,显然 $f'(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增. ……………………………… 3 分

因为 $f'(0)=0$,所以当 $x\in(-1,0)$ 时,$f'(x)<0$,当 $x\in(0,+\infty)$ 时,$f'(x)>0$,

则 $f(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递减,在 $(0,+\infty)$ 上单调递增. ……………………………… 5 分

故 $f(x)_{\min}=f(0)=1$. ……………………………… 6 分

(2)由题意可知 $f(x)$的定义域为$(m,+\infty)$，

因为对定义域内的一切实数 x，都有 $f(x)>4$，所以 $f(m+1)=e^{m+1}>4$，即 $m>\ln 4-1>0$.

因为 m 为整数，所以 $m\geq 1$. ………………………………………………………… 8 分

当 $m=1$ 时，由题意可得 $f'(x)=e^x-\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{(x-1)e^x-1}{x-1}$，显然 $f'(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增. ………………………………………………………………………… 9 分

设 $g(x)=(x-1)e^x-1$，则 $g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增.

因为 $g(\dfrac{5}{4})=\dfrac{1}{4}e^{\frac{5}{4}}-1<0$，$g(\dfrac{3}{2})=\dfrac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}-1>0$， ……………………………… 11 分

所以存在唯一的 $x_0\in(\dfrac{5}{4},\dfrac{3}{2})$，使得 $f'(x_0)=0$，即 $e^{x_0}=\dfrac{1}{x_0-1}$，即 $\ln(x_0-1)=-x_0$， ……

……………………………………………………………………………… 13 分

所以 $f(x)_{\min}=f(x_0)=e^{x_0}-\ln(x_0-1)=e^{x_0}+x_0$，$x_0\in(\dfrac{5}{4},\dfrac{3}{2})$， ……………………… 14 分

设 $H(x)=e^x+x$，显然 $H(x)$在$(\dfrac{5}{4},\dfrac{3}{2})$上单调递增， ……………………………… 15 分

则 $H(x)>e^{\frac{5}{4}}+\dfrac{5}{4}>4$ 成立，故 $m=1$ 符合题意， ……………………………… 16 分

即整数 m 的最小值为 1. ……………………………………………………………… 17 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！