2020 北京朝阳高一（上）期末

数　　学

2020.1

（考试时间 120 分钟　　满分 150 分）

本试卷分为选择题（共 50 分）和非选择题（共 100 分）两部分

第一部分（选择题　共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 80 分。在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合$A=\{-1，0，1\}$，集合$B=\{x\in Z/x^2-2x\leq 0\}$，那么$A\cup B$等于（　）

A. $\{-1\}$　　B. $\{0，1\}$　　C. $\{0，1，2\}$　　D. $\{-1，0，1，2\}$

2. 已知命题$p:\forall x<-1，x^2>1$，则$\neg p$是（　）

A. $\exists x<-1，x^2\leq 1$　　B. $\forall x\geq -1，x^2>1$

C. $\forall x<-1，x^2>1$　　D. $\exists x\leq -1，x^2\leq 1$

3. 下列命题是真命题的是（　）

A. 若$a>b>0$，则$ac^2>bc^2$　　B. 若$a>b$，则$a^2>b^2$

C. 若$a<b<0$，则$a^2<ab<b^2$　　D. 若$a<b<0$，则$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

4. 函数$f(x)=cos^2x-sin^2x$的最小正周期是（　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 2π　　D. 4π

5. 已知函数$f(x)$在区间$(0，+\infty)$上的函数值不恒为正，则在下列函数中，$f(x)$只可能是（　）

A. $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$　　B. $f(x)=sinx+2$

C. $f(x)=\ln(x^2-x+1)$　　D. $f(x)=\begin{cases}2^x-1，x>0\\-x+1，x\leq 0\end{cases}$

6. 已知$a，b，c\in R$，则“$a=b=c$”是“$a^2+b^2+c^2>ab+ac+bc$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 通过科学研究发现：地震时释放的能量E（单位：焦耳）与地震里氏震级M之间关系：$lgE=4.8+1.5M$. 已知 2011 年甲地发生里氏 9 级地震，2019 年乙地发生里氏 7 级地震，甲、乙两地地震释放能量分别为E_1，E_2，则E_1与E_2的关系式为（　）

A. $E_1=32E_2$　　B. $E_1=64E_2$　　C. $E_1=1000E_2$　　D. $E_1=1024E_2$

8. 已知函数$f(x)=x+\frac{4}{x}-a(a\in R)$，$g(x)=-x^2+4x+3$，在同一平面直角坐标系里，函数$f(x)$与$g(x)$的图象在$y$轴右侧有两个交点，则实数$a$的取值范围是（　）

A. $\{a/a<-3\}$　　B. $\{a/a>-3\}$　　C. $\{a/a=-3\}$　　D. $\{a/-3<a<4\}$

9. 已知大于 1 的三个实数a，b，c满足$(lga)^2-2lgalgb+lgblgc=0$，则a，b，c大小关系不可能的是（　）

A. $a=b=c$　　B. $a>b>c$　　C. $b>c>a$　　D. $b>a>c$

10. 已知正整数x_1，x_2，$\cdots$，x_{10}满足当$i<j(i,\ j\in N*)$时，$x_i<x_j$，且$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2\le 2020$，则$x_9-(x_1+x_2+x_3+x_4)$的最大值为（　）

A. 19　　B. 20　　C. 21　　D. 22

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。把答案填在答题卡上。

11. $sin330°=$ ______.

12. 若集合$A=\{x/x^2-ax+2<0\}=\emptyset$，则实数$a$的取值范围是______.

13. 已知$f(x)=log_2x$，在x轴上取两点$A(x_1,\ 0)$，$B(x_2,\ 0)(0<x_1<x_2)$，设线段AB中点为C，过A，B，C作x轴的垂线，与函数$f(x)$的图象分别交于A_1，B_1，C_1，则点C_1在线段A_1B_1中点M的______.（横线上填“上方”或者“下方”）

14. 给出下列命题：

①函数$f(x)=\sin(\frac{\pi}{2}+2x)$是偶函数；

②函数$f(x)=tan2x$在$\left(-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}\right)$上单调递增；

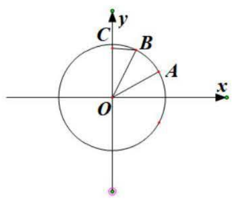
③直线$x=\frac{\pi}{8}$是函数$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$图象的一条对称轴；

④将函数$f(x)=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$单位，得到函数$y=cos2x$的图象.

其中所有正确的命题的序号是______.

15. 已知在平面直角坐标系xOy中，点$A(1,\ 1)$关于y轴的对称点A'的坐标是_____，若A和A'中至多有一个点的横纵坐标满足不等式组$\begin{cases} y>x+a \\ y>\left(\frac{1}{2}\right)^x+a \end{cases}$则实数$a$的取值范围是_______.

16. 在物理学中，把物体受到的力（总是指向平衡位置）正比于它离开平衡位置的距离的运动称为“简谐运动”. 可以证明，在适当的直角坐标系下，简谐运动可以用函数$y=Asin(\omega x+\varphi)$，$x\in[0,\ +\infty)$表示，其中$A>0$，$\omega>0$. 如图，平面直角坐标系xOy中，以原点O为圆心，r为半径作圆，A为圆周上一点，以Ox为始边，OA为终边的角为α，则点A的坐标是______，从A点出发，以恒定的角速度ω转动，经过t秒转动到点$B(x,\ y)$，动点B在y轴上的投影C作简谐运动，则点C的纵坐标y与时间t的函数关系式为_______.



三、解答题：本大题共 4 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17.（本小题满分 14 分）

已知集合$A=\{x/x^2-5x-6\le 0\}$，$B=\{x/m+1\le x\le 2m-1，m\in R\}$.

（I）求集合C_RA；

（II）若$A\cup B=A$，求m的取值范围.

18.（本小题满足 18 分）

已知函数$f(x)=sin2x-2\sqrt{3}sin^2x+\sqrt{3}$.

（I）若点$P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}，-\frac{1}{2}\right)$在角$\alpha$的终边上，求$tan2\alpha$和$f(\alpha)$的值；

（II）求函数$f(x)$的最小正周期；

（III）若x∈$\left[0，\frac{\pi}{2}\right]$，求函数$f(x)$的最小值.

19.（本小题满分 18 分）

已知函数$f(x)=\frac{2x}{x-a}(x\neq a)$.

（I）若2f(1)=-f(-1)，求a的值；

（II）若$a=2$，用函数单调性定义证明$f(x)$在$(2，+\infty)$上单调递减；

（III）设g(x)=xf(x)-3，若函数$g(x)$在$(0，1)$上有唯一零点，求实数a的取值范围.

20.（本小题满分 20 分）

已知函数$f(x)=\log_2(x+a)(a>0)$. 当点$M(x，y)$在函数$y=g(x)$图象上运动时，对应$M'(3x，2y)$在函数$y=f(x)$图象上运动，则称函数$y=g(x)$是函数$y=f(x)$的相关函数.

（I）解关于x的不等式$f(x)<1$;

（II）对任意的$x\in(0，1)$，$f(x)$的图象总在其相关函数图象的下方，求a的取值范围;

（III）设函数$F(x)=f(x)-g(x)$，$x\in(0，1)$. 当$a=1$时，求$|F(x)|$的最大值.