2021 北京四中高二（下）期中

数　　学

试卷分为两卷，卷（I）100 分，卷（II）50 分，满分共计 150 分 考试时间：120 分钟

卷（I）

一、　选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分

1. 在等差数列 40，37，34，……中，第 6 项是

（A）28　　（B）25　　（C）24　　（D）22

2. 在一段时间内，甲去博物馆的概率为 0.8，乙去博物馆的概率为 0.7，且甲乙两人各自行动．则在这段时间内，甲乙两人至少有一个去博物馆的概率是

（A）0.56　　（B）0.24　　（C）0.94　　（D）0.84

3. 从 2,4 中选一个数字，从 1,3,5 中选两个数字，组成无重复数字的三位奇数的个数为

（A）36　　（B）24　　（C）18　　（D）12

4. 若随机变量 X 的分布列如下表，则 $P(X \geq 3)=$

X	1	2	3	4
P	$3x$	$6x$	$2x$	x

（A）$\dfrac{1}{4}$　　（B）$\dfrac{1}{3}$　　（C）$\dfrac{3}{4}$　　（D）$\dfrac{1}{12}$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=1$，$S_9=18$，则 $a_1=$

（A）0　　（B）-1　　（C）-2　　（D）-3

6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数，且 $a_5{}^2=2a_3\cdot a_9$，则 $q=$

（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）2　　（C）$\sqrt{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

7. 从编号分别为 1,2,3,4,5 的五个大小完全相同的小球中，随机取出两个小球，则取出的两个小球编号连续的概率为

（A）$\dfrac{3}{10}$　　（B）$\dfrac{2}{5}$　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）$\dfrac{3}{5}$

8. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_n=n^2$，则 $\{a_n\}$ 是

（A）既是等差数列也是等比数列　　（B）既非等差数列又非等比数列

（C）等差数列，但不是等比数列　　（D）等比数列，但不是等差数列

9. 由实数组成的等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的

（A）充分不必要条件　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

10. 袋子中有四张卡片，分别写有“中、华、文、明”四个字，有放回地每次从中任取一张卡片，共取三次．将三次抽取后“中，华”两个字都取到记为事件 A，用随机模拟的方法估计事件 A 发生的概率．利用电脑随机产生 0,1,2,3 四个随机数，分别代表“中、华、文、明”这四个字，以每三个随机数为一组，表示取卡片三次的结果，经随机模拟产生了以下 18 组随机数：

232	321	230	023	123	021	132	220	001
231	130	133	231	031	320	122	103	233

由此可以估计事件 A 发生的概率为

（A）$\dfrac{7}{18}$　　（B）$\dfrac{5}{18}$　　（C）$\dfrac{2}{9}$　　（D）$\dfrac{1}{9}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分

11. 在等差数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_1=3, a_2+a_5=16$，则数列$\left\{a_n\right\}$前 4 项的和为____________.

12. $(1+\sqrt{x})^7$ 的展开式中 x^2 的系数是_____.

13. 某地区空气质量监测资料表明，一天空气质量为优良的概率是 0.75，连续两天为优良的概率是 0.6. 在某天空气质量已经为优良的条件下，随后一天的空气质量为优良的概率是___.

14. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1\neq 0$，$a_2=3a_1$，则 $\dfrac{S_{10}}{S_5}=$_____.

15. 某人忘记了电话号码的最后一个数字，因而他随意拨号．假设拨过了的号码不能再重拨，则拨号不超过 2 次而接通电话的概率为_____.

16. 若数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{2n+1}=2a_{2n-1}+1$，$a_{2n+2}=a_{2n}+1$，则 $a_7=$____，$S_{20}=$____.

三、解答题：本大题共 2 小题，共 26 分

17. 某同学参加冬奥会知识有奖问答竞赛，竞赛共设置 A，B，C 三道题目．已知该同学答对 A 题的概率为$\dfrac{2}{3}$，答对 B 题的概率为$\dfrac{1}{2}$，答对 C 题的概率为$\dfrac{1}{4}$．假设他回答每道题目正确与否是相互独立的．

（1）求该同学所有题目都答对的概率；

（2）设该同学答对题目总数为 X，求随机变量 X 的分布列与数学期望；

（3）若答对 A，B，C 三题分别得 1 分，2 分，3 分，答错均不得分，求该同学总分为 3 分的概率．

18. 已知等比数列$\{a_n\}$不是常数列，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，a_3,a_1,a_2成等差数列，且$S_3=9$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若等差数列$\{b_n\}$的前三项恰好为a_3,a_1,a_2，求$b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1}$；

（3）是否存在正整数n，使得$S_n\geq 2020$？若存在，求出符合条件的所有n的集合；若不存在，说明理由.

四、过程性评价（考生不必作答）：共 10 分

卷（II）

一、　选择题：本大题共 3 小题，每小题 4 分，共 12 分

1. 等差数列$\{a_n\}$中，公差$d<0$，$a_3+a_9=0$，则当前n项和S_n最大时，$n=$

（A）5　　（B） 6　　（C） 4 或 5　　（D）5 或 6

2. 已知数列$\left\{a_n\right\}$是等比数列，$a_2=2$，$a_5=\dfrac{1}{4}$，则$a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=$

（A）$16(1-4^{-n})$　　（B）$16(1-2^{-n})$　　（C）$\dfrac{32}{3}(1-4^{-n})$　　（D）$\dfrac{32}{3}(1-2^{-n})$

3. A 品牌三种车型 2020 年 7 月的销量增长率如下表：

A 品牌车型	A_1	A_2	A_3
销量增长率	–8.49%	–13.76%	14.25%

根据此表中的数据，有如下关于 7 月份销量增长率的四个结论：

①A 品牌三款车型总销量增长率可能大于14.25%；

②A_2，A_3两种车型总销量增长率可能大于 A_1 车型销量增长率；

③A 品牌三款车型总销量增长率可能小于13.76%；

④A_1，A_3两种车型总销量增长率可能小于 A_2 车型销量增长率.

其中正确的结论是

（A）②③　　（B）②④　　（C）③④　　（D）①③

二、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分

4. 等比数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_3+a_5=1,a_6+a_8=27$，则a_4为____.

5. 甲、乙两人进行一对一投篮比赛．甲和乙每次投篮命中的概率分别是$\frac{1}{3},\frac{1}{5}$，每人每次投篮互不影响．若某人某次投篮命中，则由他继续投篮，否则由对方接替投篮．已知两人共投篮 3 次，且第一次由甲开始投篮，则 3 次投篮的人依次为甲、乙、乙的概率是___.

6. 已知数列$\{a_n\}$满足$\forall m,n\in \mathbf{N}^*$, $a_{m+n}=a_m\cdot a_n$，且$a_1=\frac{2}{3}$. 则

（1）$a_4=$___；（2）数列$\{n^2\cdot a_n\}$的最大项为第___项.

三、解答题：本大题共 2 小题，共 23 分

7. 某学校为了解高二年级学生的选考科目情况（选考规定：每位学生从理化生史地政 6 科中恰好选择 3 科），随机抽取 20 名学生进行了一次调查，其中男生 8 人，女生 12 人．统计选考科目人数如下表：

性别	物理	化学	生物	历史	地理	政治
男生	8	8	4	2	1	1
女生	10	9	5	4	5	3

（1）估计高二年级所有学生中，选考历史的概率；

（2）假设每位学生选择选考科目相互独立．在高二年级所有学生中任取 3 人，记这 3 人中选考历史的人数为 X，用频率估计概率，求随机变量 X 的分布列；

（3）从已抽取的 8 名男生中随机选取 2 人，设随机变量$Y=\begin{cases}1,\text{这2人选考科目完全相同}\\0,\text{这2人选考科目不完全相同}\end{cases}$，$Y$ 的方差为 $D(Y)$．若这 8 名男生中有一人将选考科目由“物理化学生物”更改为“物理化学历史”，试问更改之后 $D(Y)$ 是变大还是变小？请说明理由.

8.已知有穷数列$A_n:a_1,a_2,\cdots,a_n\ (n\in\mathbf{N}^*,n\geq 2)$满足$a_1=a_n=0$，且当$2\leq k\leq n\ (k\in\mathbf{N}^*)$时，$(a_k-a_{k-1})^2=1$，令$S(A_n)=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

（1）写出$S(A_5)$所有可能的值；

（2）求证：n一定为奇数；

（3）是否存在数列A_n，使得$S(A_n)=\frac{(n-3)^2}{4}$,若存在，求出数列A_n；若不存在，说明理由.