

# 2019 北京五中高 一（上）期中

## 数 学

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1. 集合  $M = \{x|x \leq 6\}$ ,  $a = 3\sqrt{2}$ , 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $\{a\} \subseteq M$       B.  $a \subseteq M$       C.  $\{a\} \in M$       D.  $a \notin M$

2. 下列结论正确的是 ( )

- A. 若  $ac > bc$ , 则  $a > b$       B. 若  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ , 则  $a < b$   
 C. 若  $a > b, c < 0$ , 则  $a + c < b + c$       D. 若  $a^2 > b^2$ , 则  $a > b$

3. 命题 “ $\forall x \in R, ax^2 - 2ax + 3 > 0$ ” 是假命题, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(0, 3)$       B.  $(-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$       D.  $(-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$

4. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ , 若  $x \in [0, 5]$ , 则函数  $f(x)$  的值域为 ( )

- A.  $[-4, 12]$       B.  $[-3, 5]$       C.  $[-4, 5]$       D.  $[-3, 12]$

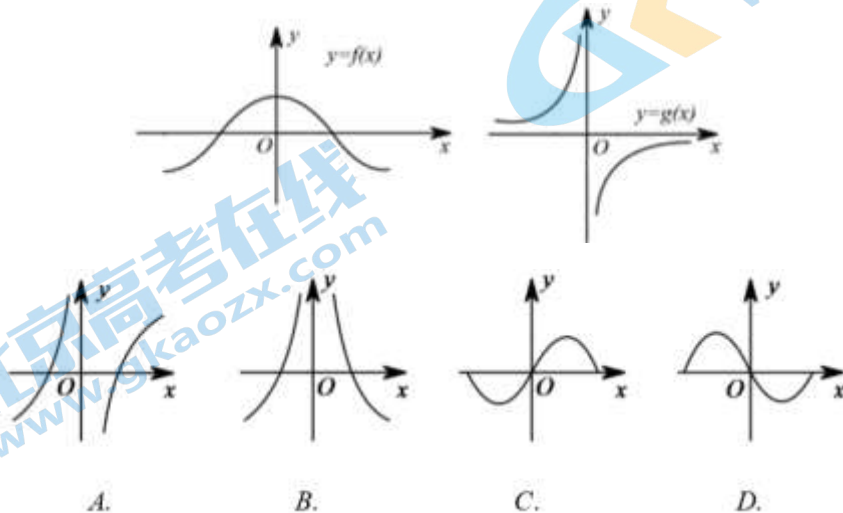
5. 已知  $f(x) = x + \frac{1}{x} - 3 (x < 0)$ , 则  $f(x)$  有 ( )

- A. 最小值 -1      B. 最小值 -5  
 C. 最大值 -1      D. 最大值 -5

6. 下列函数中, 既是奇函数又是增函数的是 ( )

- A.  $f(x) = \frac{1}{x}$       B.  $f(x) = x^2$       C.  $f(x) = x^3$       D.  $f(x) = x + 1$

7. 函数  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  的图象如图所示, 则函数  $y = f(x) \cdot g(x)$  的图象可能是 ( )



8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} kx + 5, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$  是减函数, 则  $k$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, 0)$       B.  $(-\infty, -4)$       C.  $(-4, 0)$       D.  $[-4, 0)$

9. 设 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数 (如 $[2] = 2, [\frac{5}{4}] = 1$ ). 对于给定的 $n \in N^*$ , 定义 $C_n^x = \frac{n(n-1)\wedge(n-[x]+1)}{x(x-1)\wedge(x-[x]+1)}, x \in [1, +\infty)$ , 则当 $x \in [\frac{3}{2}, 3)$ , 函数 $C_8^x$ 的值域是 ( )

- A.  $[\frac{16}{3}, 28]$       B.  $[\frac{16}{3}, 56)$       C.  $(4, \frac{28}{3}) \cup [28, 56)$       D.  $(4, \frac{16}{3}) \cup (\frac{28}{3}, 28]$

10. 定义域为 $R$ 的函数 $f(x)$ 满足以下条件: ①对任意 $x \in R, f(x) + f(-x) = 0$ ; ②对任意 $x_1, x_2 \in [1, a]$ , 当 $x_2 > x_1$ 时, 有 $f(x_2) > f(x_1) > 0$ , 则下列不等式不一定成立的是 ( )

- A.  $f(a) > f(0)$       B.  $f(\frac{1+a}{2}) > f(\sqrt{a})$   
 C.  $f(\frac{1-3a}{1+a}) > f(-3)$       D.  $f(\frac{1-3a}{1+a}) > f(-a)$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 函数 $f(x) = \sqrt{x-2} + \frac{1}{4-x}$ 的定义域为\_\_\_\_\_.

12. 一元二次不等式 $x^2 + 5x - 6 < 0$ 的解集为\_\_\_\_\_.

13. 若函数 $f(x-2) = x^2 - x + 1$ , 则 $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知函数 $f(x) = 4x^2 - kx - 8$ 在区间 $[5, 20]$ 上具有单调性, 那么实数 $k$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 非空有限数集 $M$ 满足: 若 $a, b \in M$ , 则必有 $ab \in M$ . 请写出一个满足条件的含有两个元素的集合 $M =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知 $f(x) = |1 - 2x|, x \in [0, 1]$

(1)  $f(f(\frac{1}{8})) =$ \_\_\_\_\_.

(2) 方程 $f(f(f(x))) = \frac{1}{2}x$ 的解的个数是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 36 分)

17. 已知全集 $U = R$ , 集合 $A = \{x | x^2 - 1 > 0\} B = \{x | x + a > 0\}$

(1) 当 $a = 2$ 时, 求 $(C_U A) \cap B$ ;

(2) 若 $(C_U A) \cap B = \emptyset$ , 求实数 $a$ 的取值范围.

18. 已知函数 $g(x) = \frac{mx+n}{x^2+1}$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的奇函数, 且 $g(\frac{1}{2}) = \frac{2}{5}$ .

(1) 求实数 $m, n$ 的值;

(2) 用定义证明 $g(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上是增函数;

(3) 解关于 $t$ 的不等式 $g(t-1) + g(t) < 0$ .

19. 甲、乙两地相距 $S$ 千米,汽车从甲地匀速行驶到乙地,速度不超过 $c$ 千米/时.已知汽车每小时的运输成本(以元为单位)由可变部分和固定部分组成:可变部分与速度 $v$ (千米/时)的平方成正比,比例系数为 $b$ ;固定部分为 $a$ 元.

(1)把全程运输成本 $y$ (元)表示为 $v$ (千米/时)的函数,并指出这个函数的定义域;

(2)为使全程运输成本最小,汽车应以多大速度行驶?

20. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $R$ ,且满足:

① $f(1) = 3$

②对 $\forall m, n \in R$ , 总有 $f(m+n) = f(m) + f(n) - 1$

③对 $\forall m, n \in R$ 且 $m \neq n$ , 都有 $m - n(f(m) - f(n)) > 0$

(1)求 $f(0)$ 及 $f(-1)$ 的值;

(2)求证:函数 $y = f(x) - 1$ 为奇函数;

(3)若 $f(m^2) - 2f\left(m - \frac{1}{2}\right) > -\frac{1}{2}$ ,求实数 $m$ 的取值范围.

# 2019 北京五中高—（上）期中数学参考答案

一、选择题（每题 4 分共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	B	A	D	C	A	D	D	C

二、填空题（每题 4 分共 24 分）

11.  $[2,4) \cup (4, +\infty)$                       12.  $(-6,1)$                       13.  $f(x) = x^2 + 3x + 3$   
 14.  $k \in (-\infty, 40] \cup [160, +\infty)$                       15.  $\{0,1\}$  或  $\{-1,1\}$ （填一个即可）                      16.  $\frac{1}{2}, 8$

三、解答题（本大题共 4 小题，共 36 分）

17. 解：（1） $[-1,1]$                       （2） $(-\infty, -1]$   
 18. 解：（1）1                      （2）略                      （3） $(0, \frac{1}{2})$   
 19. 解：（1） $y = \frac{aS}{v} + bvS, (v \in (0, c])$   
 （2）①若  $\sqrt{\frac{a}{b}} \leq c$  时，则当  $v = \sqrt{\frac{a}{b}}$  时，汽车运输成本最小为  $2\sqrt{ab}S$  元  
 ②若  $\sqrt{\frac{a}{b}} > c$  时，当  $v = c$  时，汽车运输成本最小为  $(\frac{aS}{c} + bcS)$  元  
 20. 解：（1） $f(0) = 1, f(-1) = -1$   
 （2）略  
 （3） $(\frac{3}{2}, +\infty) \cup (-\infty, \frac{1}{2})$



长按识别关注