

成都市 2020 级高中毕业班第二次诊断性检测

数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$, 则

- (A) $1 \in A$ (B) $2 \in A$ (C) $3 \notin \complement_{\mathbf{R}} A$ (D) $4 \in \complement_{\mathbf{R}} A$

2. 函数 $f(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{2}) + \cos x$ 的最小正周期为

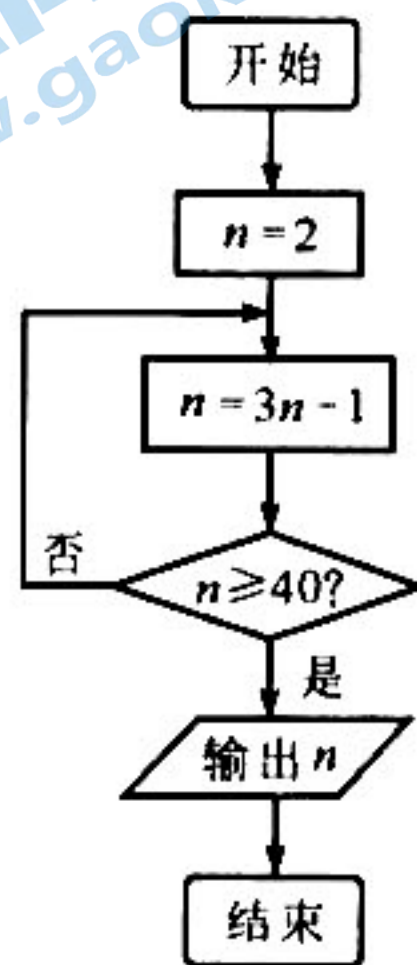
- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π
(C) 2π (D) 4π

3. 执行如图所示的程序框图,输出的 n 的值为

- (A) 40 (B) 41
(C) 119 (D) 122

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 1 \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为

- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2



5. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点. P 为双曲线 C 右支上一点, 若 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$, $|PF_2| = 2a$, 则双曲线 C 的离心率为

- (A) $\sqrt{5}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

6. 某同学计划 2023 年高考结束后, 在 A, B, C, D, E 五所大学中随机选两所去参观, 则 A 大学恰好被选中的概率为

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

7. 已知命题 p : 空间中两条直线没有公共点, 则这两条直线平行; 命题 q : 空间中三个平面 α, β, γ , 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, \alpha \cap \beta = l$, 则 $l \perp \gamma$. 则下列命题为真命题的是

- (A) $p \wedge q$ (B) $p \wedge \neg q$ (C) $p \vee \neg q$ (D) $\neg p \wedge q$

8. 已知过抛物线 $C: y = \frac{x^2}{8}$ 的焦点 F , 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线 l 交抛物线 C 于 A, B 两点, 则

$|AB| =$

- (A) 32 (B) $\frac{32}{3}$ (C) $\frac{28}{3}$ (D) 8

9. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = \frac{x}{4-2x}$, 则 $f(23) =$

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

10. 若正三棱锥 $P-ABC$ 的高为 2, $AB = 2\sqrt{6}$, 其各顶点都在同一球面上, 则该球的半径为

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3

11. 已知 $a = \frac{1}{2023}$, $b = \ln \frac{2024}{2023}$, $c = \log_5 \frac{2024}{2023}$, 则

- (A) $c < b < a$ (B) $c < a < b$ (C) $b < c < a$ (D) $a < b < c$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\vec{AD} = 2\vec{DC}$, $AC = 3BC = 3$, $\sin \angle BDC = 3\sin \angle BAC$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 复数 $z = 2i + i^2 + i^3$ (i 为虚数单位), 则 $|z|$ 的值为 _____.

14. 已知 $\tan\theta = 2$, 则 $\cos 2\theta =$ _____.

15. 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ 的极大值为 _____.

16. 若直线 $l_1: x + my - 2 = 0$ 与 $l_2: mx - y + 2 = 0$ ($m \in \mathbf{R}$) 相交于点 P , 过点 P 作圆 $C: (x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 1$ 的切线, 切点为 M , 则 $|PM|$ 的最大值为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

某中学为了丰富学生的课余生活, 欲利用每周一下午的自主活动时间, 面向本校高二学生开设“厨艺探秘”“盆景栽培”“家庭摄影”“名画鉴赏”四门选修课, 由学生自主申报, 每人只能报一门, 也可以不报. 该校高二有两种班型——文科班和理科班(各有 2 个班), 据调查这 4 个班中有 100 人报名参加了此次选修课, 报名情况统计如下:

	厨艺探秘	盆景栽培	家庭摄影	名画鉴赏
文科 1 班	11	5	14	6
文科 2 班	12	7	11	4
理科 1 班	3	1	9	3
理科 2 班	5	1	6	2

(I) 若把“厨艺探秘”“盆景栽培”统称为“劳育课程”, 把“家庭摄影”“名画鉴赏”统称为“美育课程”. 请根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表:

报名班型	课 程		合 计
	“劳育课程”	“美育课程”	
文科班			
理科班			
合 计			

(II) 根据(I)列联表中所填数据, 判断是否有 99% 的把握认为课程的选择与班型有关.

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

18. (本小题满分 12 分)

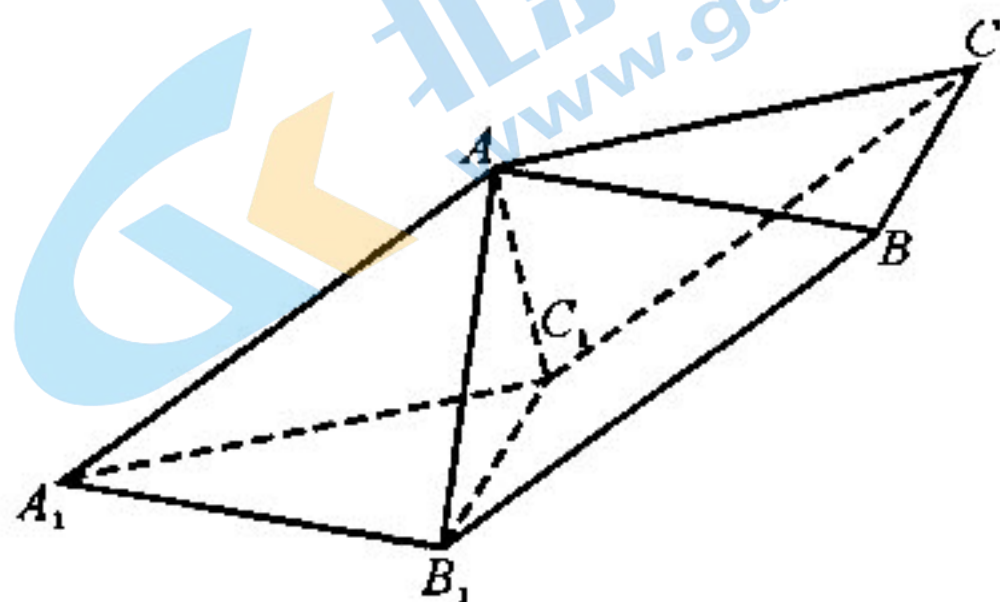
已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 3, 且 $a_1, a_2 + 3, a_3 - 6$ 成等差数列.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 均是边长为 2 的正三角形, 且 $AA_1 = \sqrt{6}$.

- (I) 证明: 平面 $AB_1C_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$;
- (II) 求四棱锥 $A-BB_1C_1C$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知中心为坐标原点 O , 对称轴为坐标轴的椭圆 C 经过 $P(\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{6}}{3}), Q(\sqrt{6}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ 两点.

圆 C 经过 $P(\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{6}}{3}), Q(\sqrt{6}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ 两点.

- (I) 求椭圆 C 的方程;
- (II) 设过点 $(0, 1)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, $2\vec{OD} = 3\vec{OB}, \vec{OE} = \vec{OD} + \vec{OA}$, 且点 E 在椭圆 C 上, 求直线 l 的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x^a}$, 其中 $x > 0, a > 0$.

- (I) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (II) 若方程 $\frac{f(x)}{e} = x - a \ln x$ 恰有两个不相等的实数根, 求 a 的取值范围.

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 3$.

- (I) 求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;
- (II) 已知点 P 的直角坐标为 $(-3, 2\sqrt{3})$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x + 1| + 2|x - 2|$.

- (I) 画出 $y = f(x)$ 的图象;
- (II) 求不等式 $f(x + 2) > f(x)$ 的解集.

数学(文科)参考答案及评分意见

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题:(每小题 5 分,共 60 分)

1. C; 2. C; 3. B; 4. C; 5. A; 6. B; 7. D; 8. A; 9. B; 10. D; 11. A; 12. D.

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题:(每小题 5 分,共 20 分)

13. $\sqrt{2}$; 14. $-\frac{3}{5}$; 15. 1; 16. $\sqrt{31}$.

三、解答题:(共 70 分)

17. 解:(I)由题意,列联表如下:

报名班型	课 程		合 计
	“劳育课程”	“美育课程”	
文科班	35	35	70
理科班	10	20	30
合 计	45	55	100

.....6 分

(II) $\because K^2 = \frac{100 \times (35 \times 20 - 35 \times 10)^2}{45 \times 55 \times 70 \times 30} = \frac{700}{297} \approx 2.357 < 6.635,$ 10 分

\therefore 没有 99% 的把握认为“劳育课程”“美育课程”的选择与文理科有关.12 分

18. 解:(I)设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q .

$\because a_1, a_2 + 3, a_3 - 6$ 成等差数列,

$\therefore 2(a_2 + 3) = a_1 + a_3 - 6.$ 2 分

$\therefore 2a_1q + 6 = a_1 + a_1q^2 - 6.$ 3 分

$\therefore q = 3,$

\therefore 解得 $a_1 = 3.$ 5 分

$\therefore a_n = 3^n.$ 6 分

(II) 设 $b_n = na_n$, 则 $b_n = n \cdot 3^n.$

$\therefore T_n = 3 + 2 \times 3^2 + 3 \times 3^3 + \dots + n \times 3^n$ ①

$\therefore 3T_n = 3^2 + 2 \times 3^3 + 3 \times 3^4 + \dots + n \times 3^{n+1}$ ②

由①-②得, $-2T_n = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n - n \cdot 3^{n+1}$ 8 分

$\therefore -2T_n = \frac{3 \times (1 - 3^n)}{1 - 3} - n \cdot 3^{n+1}$ 10 分

$$\therefore T_n = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4} \quad \dots\dots 12 \text{分}$$

19. 解:(I)取 B_1C_1 的中点 O , 连接 AO, A_1O .

$\because \triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 均是边长为 2 的正三角形,

$\therefore AO \perp B_1C_1, A_1O \perp B_1C_1, A_1O = AO = \sqrt{3}$.

$\dots\dots 2 \text{分}$

$\therefore \angle AOA_1$ 为二面角 $A-B_1C_1-A_1$ 的平面角.

$\dots\dots 3 \text{分}$

$\because AA_1 = \sqrt{6}$,

$\therefore A_1O^2 + AO^2 = A_1A^2$.

$\therefore A_1O \perp AO$. $\dots\dots 5 \text{分}$

\therefore 平面 $AB_1C_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$.

$\dots\dots 6 \text{分}$

(II) $V_{A-BB_1C_1C} = V_{ABC-A_1B_1C_1} - V_{A-A_1B_1C_1} = 2V_{A-A_1B_1C_1}$.

$\dots\dots 9 \text{分}$

由(I)知, $A_1O \perp AO, AO \perp B_1C_1$.

$\because A_1O \cap B_1C_1 = O, B_1C_1 \subset$ 面 $A_1B_1C_1, A_1O \subset$ 面 $A_1B_1C_1$,

$\therefore AO \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$.

$\therefore AO$ 为三棱锥 $A-A_1B_1C_1$ 的高.

$\dots\dots 10 \text{分}$

$$\therefore V_{A-A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle A_1B_1C_1} \times AO = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times \sqrt{3} = 1.$$

$\dots\dots 11 \text{分}$

\therefore 四棱锥 $A-BB_1C_1C$ 的体积为 2.

$\dots\dots 12 \text{分}$

20. 解:(I)由题意, 设椭圆 C 的方程 $mx^2 + ny^2 = 1 (m > 0, n > 0, m \neq n)$. $\dots\dots 1 \text{分}$

\because 椭圆 C 经过 $P(\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{6}}{3}), Q(\sqrt{6}, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 3m + \frac{8}{3}n = 1 \\ 6m + \frac{4}{3}n = 1 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = \frac{1}{9} \\ n = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$\dots\dots 3 \text{分}$

\therefore 椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

$\dots\dots 5 \text{分}$

(II)当直线 l 斜率存在时, 设直线 l 的方程为 $y = kx + 1, A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

则 $D(\frac{3x_2}{2}, \frac{3y_2}{2}), E(x_1 + \frac{3x_2}{2}, y_1 + \frac{3y_2}{2})$.

\because 点 A, B, E 均在椭圆 C 上,

$$\therefore \frac{x_1^2}{9} + \frac{y_1^2}{4} = 1, \frac{x_2^2}{9} + \frac{y_2^2}{4} = 1, \frac{(x_1 + \frac{3x_2}{2})^2}{9} + \frac{(y_1 + \frac{3y_2}{2})^2}{4} = 1.$$

$$\therefore 4x_1x_2 + 9y_1y_2 + 27 = 0.$$

$\dots\dots 7 \text{分}$

$$\therefore (4 + 9k^2)x_1x_2 + 9k(x_1 + x_2) + 36 = 0.$$

$\dots\dots 8 \text{分}$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + 1, \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \text{ 消去 } y, \text{ 得 } (9k^2 + 4)x^2 + 18kx - 27 = 0.$$

显然 $\Delta = 432(3k^2 + 1) > 0$.

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{-18k}{9k^2 + 4}, x_1 x_2 = \frac{-27}{9k^2 + 4}. \quad \dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{-27}{9k^2 + 4} \times (4 + 9k^2) - \frac{18k}{9k^2 + 4} \times 9k + 36 = 0.$$

$$\therefore 9k^2 = 4, k = \pm \frac{2}{3}. \quad \dots\dots 11 \text{ 分}$$

当直线 l 斜率不存在时, $E(0, \pm 1)$ 不合题意.

$$\therefore \text{所求直线 } l \text{ 的方程为 } y = \pm \frac{2}{3}x + 1. \quad \dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 解: (I) 当 $a = 1$ 时, $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

$$\therefore f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}. \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\because x > 0$,

\therefore 当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$.

\therefore 函数 $f(x)$ 单调递减区间为 $(0, 1)$, 单调递增区间为 $(1, +\infty)$. $\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$(II) \because x > 0, a > 0, \frac{e^x}{ex^a} = \ln e^x - \ln x^a = \ln \frac{e^x}{x^a},$$

$$\text{令 } t = \frac{e^x}{x^a} > 0, \text{ 则 } \frac{t}{e} = \ln t.$$

$$\text{令 } h(t) = \ln t - \frac{t}{e}, \text{ 则 } h'(t) = \frac{1}{t} - \frac{1}{e}.$$

\therefore 当 $0 < t < e$ 时, $h'(t) > 0$; 当 $t > e$ 时, $h'(t) < 0$.

\therefore 函数 $h(t)$ 在 $(0, e)$ 上单调递增, 在 $(e, +\infty)$ 上单调递减.

$\because h(e) = 0$,

$$\therefore \text{方程 } \frac{t}{e} = \ln t \text{ 有唯一解 } t = e.$$

$$\therefore \text{方程 } \frac{e^x}{ex^a} = x - a \ln x \text{ 有两个不等的实数解等价于方程 } e = \frac{e^x}{x^a} \text{ 有两个不相等的实数解.}$$

$\dots\dots 7 \text{ 分}$

等价于方程 $a \ln x = x - 1$ 有两个不相等的实数解.

$$\text{构造函数 } k(x) = a \ln x - x + 1, \text{ 则 } k'(x) = \frac{a}{x} - 1.$$

$\because a > 0$,

\therefore 当 $0 < x < a$ 时, $k'(x) > 0$; 当 $x > a$ 时, $k'(x) < 0$.

\therefore 函数 $k(x)$ 在 $(0, a)$ 上单调递增, 在 $(a, +\infty)$ 上单调递减.

$$\because x \rightarrow 0^+, k(x) \rightarrow -\infty; x \rightarrow +\infty, k(x) \rightarrow -\infty.$$

∴ 只需要 $k(a) = a \ln a - a + 1 > 0$, 即 $\ln a + \frac{1}{a} - 1 > 0$9分

构造函数 $m(a) = \ln a + \frac{1}{a} - 1$, 则 $m'(a) = \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}$.

∴ 当 $0 < a < 1$ 时, $m'(a) < 0$; 当 $a > 1$ 时, $m'(a) > 0$.

∴ 函数 $m(a)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增.

∴ $m(1) = 0$,

∴ 当 $a \neq 1$ 时, $\ln a + \frac{1}{a} - 1 > 0$ 恒成立.11分

∴ a 的取值范围为 $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ 12分

22. 解: (I) ∵ 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t \end{cases}$ (t 为参数),

∴ 曲线 C 的普通方程为 $y^2 = 3x$2分

∴ 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 3$,

∴ $\sqrt{3}\rho \sin\theta + \rho \cos\theta = 3$3分

∴ $x = \rho \cos\theta, y = \rho \sin\theta$,

∴ 直线 l 的直角坐标方程为 $x + \sqrt{3}y - 3 = 0$5分

(II) 由(I)知, 点 P 在直线 l 上,

∴ 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -3 - \frac{\sqrt{3}}{2}m \\ y = 2\sqrt{3} + \frac{1}{2}m \end{cases}$ (m 为参数),7分

代入 $y^2 = 3x$ 得, $m^2 + 14\sqrt{3}m + 84 = 0$.

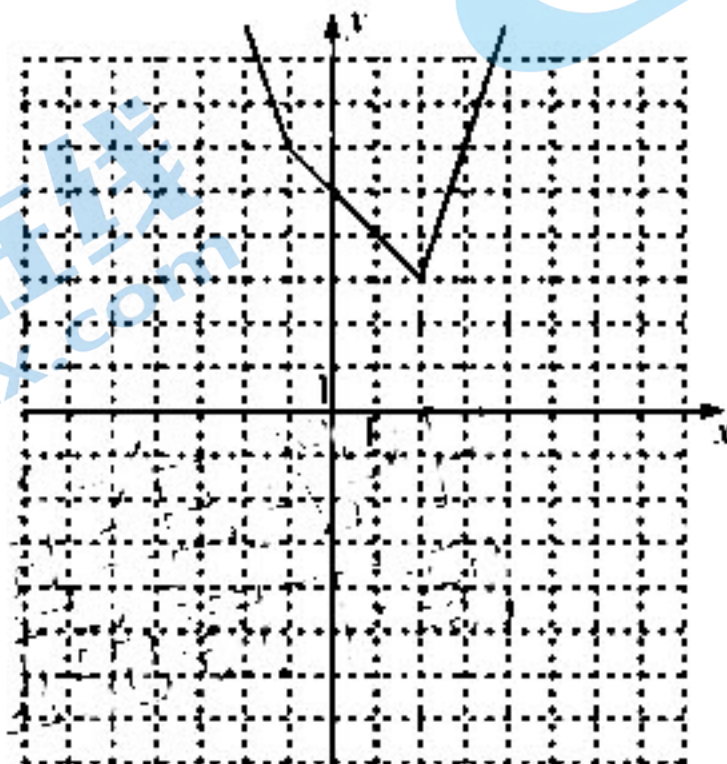
设 m_1, m_2 是上述方程的两根,

∴ $\Delta > 0, m_1 + m_2 = -14\sqrt{3}, m_1 m_2 = 84 > 0$,9分

∴ $|PA| + |PB| = |m_1| + |m_2| = |m_1 + m_2| = 14\sqrt{3}$10分

23. 解: (I) 由题得, $f(x) = |x+1| + 2|x-2| = \begin{cases} -3x+3, & x \leq -1 \\ -x+5, & -1 < x < 2 \\ 3x-3, & x \geq 2. \end{cases}$ 3分

函数 $y = f(x)$ 的图象为



.....5分

(II) 函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 2 个单位长度后得到函数 $y = f(x+2)$ 的图象, $y = f(x)$ 的图象与 $y = f(x+2)$ 的图象如右图所示.

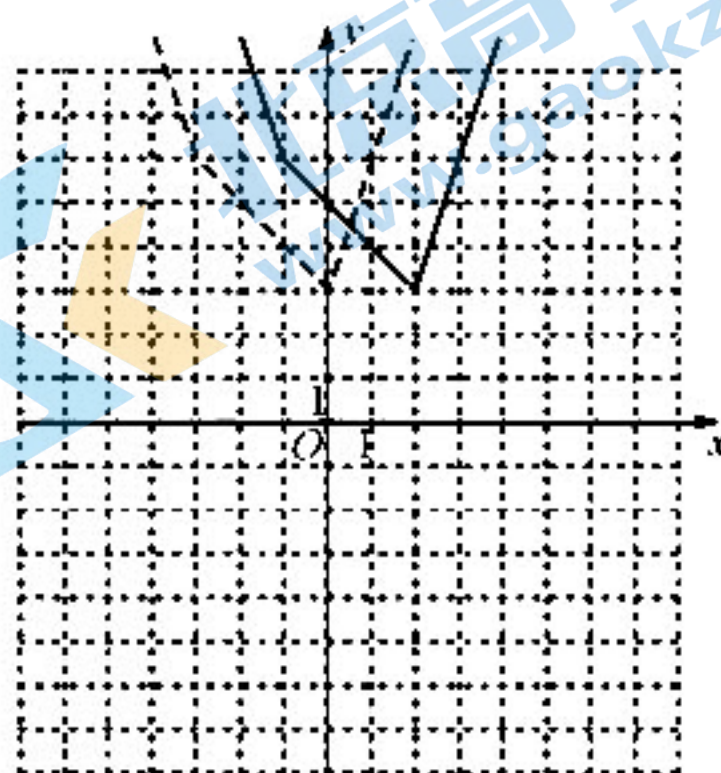
……7 分

当 $x \in (0, 2)$ 时, 由 $f(x+2) = f(x)$ 解得, $x = \frac{1}{2}$.

……9 分

由图象可知不等式 $f(x+2) > f(x)$ 的解集为

$(\frac{1}{2}, +\infty)$. ……10 分



2022 北京高三各区一模试题下载

北京高考资讯公众号搜集整理了【**2022 北京各区高三一模试题&答案**】，想要获取试题资料，关注公众号，点击菜单栏【**高三一模**】—【**一模试题**】，即可**免费获取**全部一模试题及答案，欢迎大家下载练习！

还有更多**一模排名**等信息，考后持续更新！



微信搜一搜

北京高考资讯

A screenshot of the WeChat public account interface for '北京高考资讯'. On the left is a vertical menu with options: '一模试题' (highlighted with a red box), '二模试题', '高考真题', '期末试题', and '各省热门试题'. To the right of the menu is a QR code with the text '识别二维码查看下载 北京各区一模试题&答案'. At the bottom is a navigation bar with three items: '高三一模' (highlighted with a red box), '热门资讯', and '福利资料'. On the right side of the screenshot is a promotional graphic with an orange background. It features a cartoon student sitting at a desk with books and papers. Text bubbles around the student say '这里有最新热门试题' and '考后最快更新分享'.