北京市八一学校 2019-2020 学年第一学期期中试卷

高二数学

一、选择题

1. S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，如果 $S_{10}=10$，那么 a_3+a_{10} 的值是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

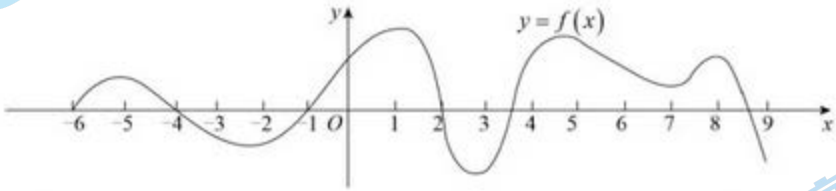
2. 设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$2a_3+a_4=0$，则 $\frac{S_3}{a_1}$ 的值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 函数 $y=(2x-1)^3$ 在 $x=1$ 处的导数值是（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

4. 如图是函数 $y=f(x)$ 的图象，那么导函数 $f'(x)$ 的零点个数是（　　）



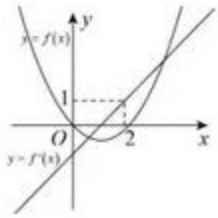
A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，公比为 q，则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 是递增数列”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 下列说法错误的是（　　）



A. 任给等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，数列 $\{a_n+b_n\}$ 是等差数列

B. 存在等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，数列 $\{a_nb_n\}$ 是等差数列

C. 任给等比数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，数列 $\{a_n+b_n\}$ 是等比数列

D. 存在等比数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，数列 $\{a_nb_n\}$ 是等比数列

7. 已知二次函数 $y=f(x)$ 及其导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示，则函数 $f(x)=$（　　）

A. $y=x-1$　　B. $y=x^2-2x$　　C. $y=2x-2$　　D. $y=\frac{1}{2}x^2-x$

8. 已知等腰梯形的上底长为7，腰长为2，那么该等腰梯形面积最大时的下底长为（　　）

A. 7.5　　B. 8　　C. 8.5　　D. 9

9. 若函数 $f(x)=x^3-3ax+16$ 有三个零点，并且在 $x=1$ 处的瞬时变化率是负值，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(3,+\infty)$　　D. $(4,+\infty)$

10. 已知函数 $f(x)=\sin x-\frac{1}{3}x$，$x\in[0,\pi]$，并且 $\cos x_0=\frac{1}{3}(x_0\in[0,\pi])$，那么下面命题中真命题的序号是（　　）

① $f(x)$ 的最大值为 $f(x_0)$；　　② $f(x)$ 的最小值为 $f(x_0)$

③在 $f(x)[0,x_0]$ 上是减函数　　④在 $f(x)$ 在 $[x_0,\pi]$ 上是减函数

A. ②③　　B. ①④　　C. ④　　D. ③

二、填空题

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{2a_n+n^2+1}{a_n+1}$，那么 $a_{2019}=$_____.

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=3$，则 a_1 和 a_5 乘积的最大值是_____.

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n，满足 $S_{n-1}=-5$，$S_n=11$，$S_{n+1}=-21$，$n\in N^*$，则 n 的值为_____.

14. 曲线 $f(x)=2\ln x-\frac{1}{2}x^2$ 的切线斜率为1，则切点横坐标是_____.

15. 函数 $f(x)=\frac{x}{(x-1)^2}$ 的最小值是_____.

16. 已知函数 $f(x)=x^3-3x^2-9x+14$，若函数 $F(x)=|f(x)-a|$ 恰好有两个极小值点，则常数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

17. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_2+a_5=19$，$a_3+a_6=25$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{a_n-b_n\}$是首项为2，公比为2的等比数列，求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

18. 学校科技节制作纸条车后，班里剩余一块长为80厘米、宽为50厘米的矩形纸板。如果从纸板的四个角各截取一个相同的小正方形，做成一个长方体形的无盖容器. 问截下的小正方形的边长(也就是该容器的高)是多少时，该容器的容积最大？

19. 已知函数$f(x)=(x^2-2x)e^x$.

(1)求该函数的单调增区间；

(2)当$x>-2$时，$f(x)\geq a$总成立，求常数a的最大值.

20. 对关于 x 的方程 $x^3+x-1=0$ 有近似解，必修一课本里研究过‘二分法’。现在结合导函数，介绍另一种方法‘牛顿切线法’。对曲线 $f(x)=x^3+x-1$，估计零点的值在 $x_0=1$ 附近，然后持续实施如下‘牛顿切线法’的步骤：

在 $(x_0,f(x_0))$ 处作曲线的切线，交 x 轴于点 $(x_1,0)$；

在 $(x_1,f(x_1))$ 处作曲线的切线，交 x 轴于点 $(x_2,0)$；

在 $(x_2,f(x_2))$ 处作曲线的切线，交 x 轴于点 $(x_3,0)$；

…

得到一个数列 $\{x_n\}$，它的各项就是方程 $x^3+x-1=0$ 的近似解，按照数列的顺序越来越精确。请回答下列问题：

(1) 求 x_1 的值；

(2) 设 $x_{n+1}=g(x_n)$，求 $g(x_n)$ 的解析式(用 x_n 表示 x_{n+1})；

(3) 求该方程的近似解的这两种方法，‘牛顿切线法’和‘二分法’，哪一种更快？请给出你的判断和依据。(参照值：关于 x 的方程 $x^3+x-1=0$ 有解 $x=0.6823278\cdots$)