2022 北京十一学校高三 12 月月考

数　学

考试时间：120 分钟　满分：150 分

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分，每小题有且仅有一个正确选项）

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{y|\ y=3x,-1<x<0\},B=\left\{x\left|\dfrac{x}{x+2}\geq 0\right.\right\}$，则 $A\cap\complement_U B$ 等于（　　）

A. $(-2,0)$　　B. $[-2,0)$　　C. $(-3,-2)$　　D. $(-3,-2]$

2. 已知 a，b，c，d 为实数，$a>b$ 且 $c>d$，则下列不等式一定成立的是（　　）.

A. $ac>bd$　　B. $a-c>b-d$　　C. $a-d>b-c$　　D. $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

3. 设 l 是直线，α，β 是两个不同的平面，下列命题中正确的是（　　）

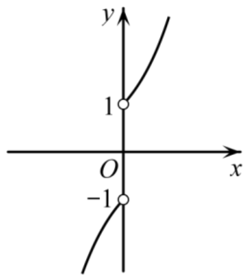
A. 若 $l//\alpha$，$l//\beta$，则 $\alpha//\beta$

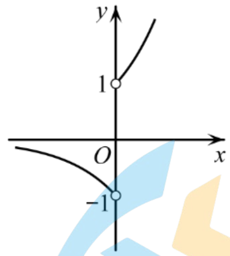
B. 若 $\alpha\perp\beta$，$l\perp\alpha$，则 $l\perp\beta$

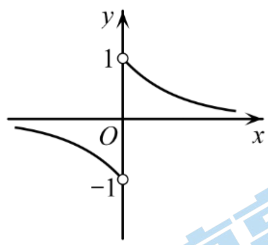
C. 若 $\alpha\perp\beta$，$l//\alpha$，则 $l\perp\beta$

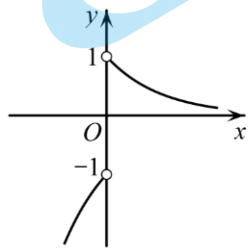
D. 若 $l//\alpha$，$l\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{|x|\cdot 3^x}$ 图象大致为（　　）

A.


B.


C.


D.


5. 已知抛物线 C：$y^2=12x$ 的焦点为 F，准线为 l，点 A 在 C 上，过 A 点作准线的垂线交准线于 B，若 $\angle FAB=\dfrac{2\pi}{3}$，则 $|BF|=$（　　）

A　$2\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

6. 已知函数 $f(x)=2\cos^2(x+\theta)-1$，则“$\theta=\dfrac{\pi}{4}+k\pi(k\in \mathrm{Z})$”是“$f(x)$为奇函数”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 《周髀算经》中有这们一个问题：从冬至日起，依次有小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气，其日影长依次成等差数列，若冬至、立春、春分日影长之和为31.5尺，谷雨日影长为5.5尺，则这十二个节气日影长之和为（　　）

A. 80 尺　　B. 96 尺　　C. 162 尺　　D. 228 尺

8. 已知 $\vec{a}$ 为单位向量，向量 $\vec{b}=(1,2)$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $\langle\vec{a},\vec{b}-\vec{a}\rangle=$（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{3\pi}{4}$

9. 设 $m,n\in\mathbf{R}$，若直线 $(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切，则 $m+n$ 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,2-2\sqrt{2}]$　　B. $[2+2\sqrt{2},+\infty)$

C. $[2-2\sqrt{2},2+2\sqrt{2}]$　　D. $(-\infty,2-2\sqrt{2}]\cup[2+2\sqrt{2},+\infty)$

10. 已知点 $P(2,0)$ 和圆 $O:x^2+y^2=36$ 上两个不同点 M,N，满足 $\angle MPN=90^\circ$，Q 是弦 MN 的中点，给出下列三个结论：

①$|MP|$的最小值是 4；

②点 Q 的轨迹是一个圆；

③若点 $A(5,3)$，点 $B(5,5)$，则存在点 Q，使得 $\angle AQB=90^\circ$；

其中所有正确结论的个数为（　　）

A　0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11. 在复平面内，复数 $z=\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}$，则 z 的共轭复数的虚部是__________.

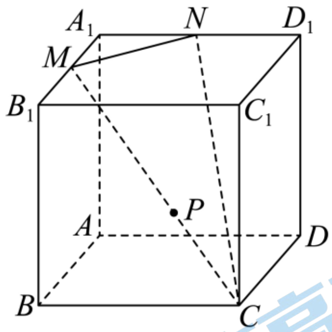
12. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{5}$，C 的焦点到其渐近线的距离为 5，则 $a=$__________，渐近线方程为__________.

13. 能说明“设数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n，对于任意的 $n\in\mathrm{N}^*$，若 $a_{n+1}>a_n$，则 $S_{n+1}>S_n$”为假命题的一个

等比数列是__________.（写出数列的通项公式）

14. 若函数 $f(x)=\begin{cases}|x+a|+5,x\ge 1\\ -x^2+2ax,x<1\end{cases}$ 在 R 上单调递增，则实数 a 的取值范围是__________.

15. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M,N 分别是棱 A_1B_1, A_1D_1 的中点，点 P 在线段 CM 上运动，给出下列四个结论：



①平面 CMN 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面图形是五边形；

②直线 B_1D_1 到平面 CMN 的距离是 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

③存在点 P，使得 $\angle B_1PD_1=90^\circ$；

④$\triangle PDD_1$ 面积的最小值是 $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

其中所有正确结论的序号是__________.

三、解答题（共 85 分）

16. $\triangle ABC$ 中，已知 $\sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-B\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+B\right)=0, a=6, S_{\triangle ABC}=15\sqrt{3}$.

（1）求 $\angle B$；

（2）记 AC 边上的中线为 BD. 求 AC 和 BD 的长度.

17. 已知函数 $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}ax^2+2a^2x+3(a\in\mathrm{R})$.

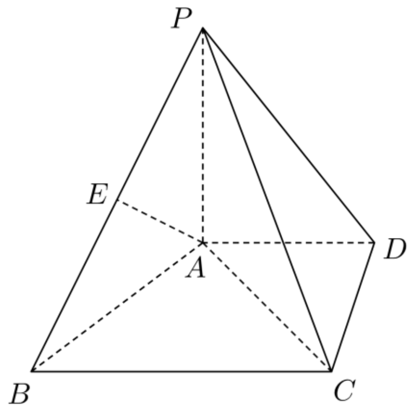
（1）若 $x=-1$ 为函数 $f(x)$ 的极值点，求实数 a 的值；

（2） $f(x)$ 的单调增区间（不含端点）内有且只有两个整数时，求实数 a 的取值范围.

18. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD, E$ 为棱 PB 中点，$PA=AD=CD=2, BC=3$，$PC=2\sqrt{3}$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知.

条件①：$AB=\sqrt{5}$；

条件②：$BC\,/\!/$ 平面 PAD.



（1）.求证：$BC \perp CD$；

（2）.求直线 AE 与平面 PCD 所成角 正弦值.

19. 已知椭圆 $E: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$， A, B 分别为椭圆 E 的上、下顶点，且 $|AB|=2$.

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）设直线 l 与椭圆 E 交于 M, N （不与点 A, B 重合）两点，若直线 AM 与直线 AN 的斜率之和为 2，判断直线 l 是否经过定点？若是，求出定点的坐标；若不是，说明理由.

20. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x(1+m\ln x)$，其中 $m>0$， $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

（1）当 $m=1$，求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

（2）设函数 $h(x)=\dfrac{f'(x)}{\mathrm{e}^x}$，且 $h(x) \geqslant \dfrac{5}{2}$ 恒成立.

①求 m 的取值范围；

②设函数 $f(x)$ 的零点为 x_0， $f'(x)$ 的极小值点为 x_1，求证： $x_0 > x_1$.

21. 对于无穷数列 $\{c_n\}$，若对任意 $m, n \in \mathrm{N}^*$，且 $m \neq n$，存在 $k \in \mathrm{N}^*$，使得 $c_m + c_n = c_k$ 成立，则称 $\{c_n\}$ 为"G 数列".

（1）若数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 2n$, $\{t_n\}$ 的通项公式为 $t_n = 2n+1$，分别判断 $\{b_n\}, \{t_n\}$ 是否为"G 数列"，并说明理由；

（2）已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，

①若 $\{a_n\}$ 是"G 数列， $a_1 = 8, a_2 \in \mathrm{N}^*$，且 $a_2 > a_1$，求 a_2 所有可能的取值；

②若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$，存在 $k \in \mathrm{N}^*$，使得 $a_k = S_n$ 成立，求证：数列 $\{a_n\}$ 为"G 数列".

参考答案

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分，每小题有且仅有一个正确选项）

1. 【答案】B

【解析】

【分析】分别求出集合 A,B，再根据补集和交集的定义即可得出答案.

【详解】解：$A=\{y|\ y=3x,-1<x<0\}=\left(-3,0\right)$，

由 $\dfrac{x}{x+2}\geq 0$，得 $\begin{cases}x\left(x+2\right)\geq 0\\x+2\neq 0\end{cases}$，解得 $x\geq 0$ 或 $x<-2$，

所以 $B=\left\{x\left|\dfrac{x}{x+2}\geq 0\right.\right\}=\left(-\infty,-2\right)\cup\left[0,+\infty\right)$，则 $\complement_U B=\left[-2,0\right)$，

所以 $A\cap\complement_U B=\left[-2,0\right)$.

故选：B.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】给实数 a，b，c，d 在其取值范围内任取值 $a=2$，$b=-2$，$c=1$，$d=-4$，代入各个选项进行验证，A、B、D 都不成立，由此可得选项.

详解】令 $a=2$，$b=-2$，$c=1$，$d=-4$，

选项 A，$ac=2$，$bd=8$，$ac<bd$，A 错误；

选项 B，$a-c=1$，$b-d=2$，$a-c<b-d$，B 错误；

选项 C，$\because a>b$，c > d，$\therefore -d>-c$，根据不等式的加法性质 $a-d>b-c$，C 正确.；

选项 D，$\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{b}=-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$，D 错误.

故选：C.

【点睛】通过给变量取特殊值，举反例来说明某个命题不正确，是一种简单有效的方法.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】

由线面平行的性质和面面平行的判定可判断选项 A；由面面垂直的性质定理和线面平行的性质可判断选项 B；由面面垂直的性质定理和线面位置关系可判断选项 C；由线面平行的性质和面面垂直的判定定理可判断选项 D；

【详解】对于选项 A：若 $l//\alpha$，$l//\beta$，则 $\alpha//\beta$ 或 α 与 β 相交，故选项 A 不正确；

对于选项 B：若 $\alpha\perp\beta$，$l\perp\alpha$，则 $l//\beta$ 或 $l\subset\beta$，故选项 B 不正确；

对于选项 C：若 $\alpha\perp\beta$，$l//\alpha$，则 $l//\beta$ 或 $l\subset\beta$ 或 l 与 β 相交，故选项 C 不正确；

对于选项 D：若 $l//\alpha$，由线面平行的性质定理可得过 l 的平面 γ，设 $\gamma\cap\alpha=m$，则 $m//l$，所以 $m\perp\beta$，再由面面垂直的判定定理可得 $\alpha\perp\beta$，故选项 D 正确；

故选：D

4. 【答案】D

【解析】

【分析】化简函数解析式，由此可得出合适的选项.

【详解】函数 $f(x)=\dfrac{x}{|x|\cdot 3^x}$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$，且 $f(x)=\dfrac{x}{|x|\cdot 3^x}=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^x, x>0\\ -\left(\dfrac{1}{3}\right)^x, x<0\end{cases}$，

因此，函数 $f(x)=\dfrac{x}{|x|\cdot 3^x}$ 的图象为选项 D 中的图象.

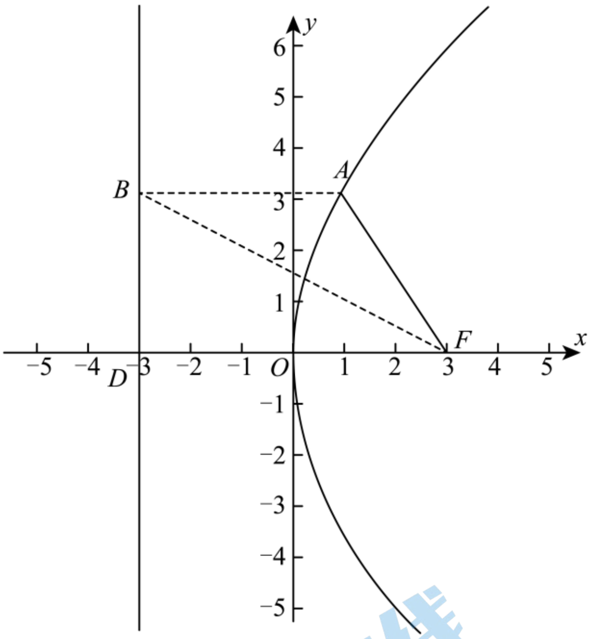
故选：D.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】结合图形，利用抛物线的定义，直角三角形的性质进行求解.

【详解】



因为 $AB\perp l$，根据抛物线定义有：$|AF|=|AB|$，

设 l 与 x 轴的交点为 D，因为 $\angle FAB=\dfrac{2\pi}{3}$，所以 $\angle BFD=\dfrac{\pi}{6}$.

因为 $|DF|=p=6$，所以 $|BF|=\dfrac{6}{\cos 30^\circ}=4\sqrt{3}$.故 A，C，D 错误.

故选：B.

6. 【答案】A

【解析】

【分析】利用二倍角的余弦公式以及已知条件求出θ，利用集合的包含关系判断可得出结论.

【详解】因为$f\left(x\right)=2\cos^2\left(x+\theta\right)-1=\cos\left(2x+2\theta\right)$，

若函数$f\left(x\right)$为奇函数，则$2\theta=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in \mathrm{Z}\right)$，解得$\theta=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\left(k\in \mathrm{Z}\right)$，

因为$\left\{\theta\middle|\theta=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in \mathrm{Z}\right\}\supsetneqq\left\{\theta\middle|\theta=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in \mathrm{Z}\right\}$，

因此，“$\theta=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in \mathrm{Z}\right)$”是“$f\left(x\right)$为奇函数”的充分而不必要条件.

故选：A.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】设十二个节气其日影长依次成等差数列$\left\{a_n\right\}$，公差为d，把已知用数列语言描述后求解可得.

【详解】设十二个节气其日影长依次成等差数列$\left\{a_n\right\}$，公差为d，

由题意可得$a_1+a_4+a_7=31.5$，即$3a_4=31.5$，解得$a_4=10.5$，

因为谷雨日影长为5.5，即$a_9=5.5$，

所以$d=\dfrac{1}{5}\left(5.5-10.5\right)=-1$，

所以$a_1=10.5+3=13.5$，

所以$S_{12}=12\times13.5+\dfrac{12\times11}{2}\times\left(-1\right)=96$.

故选：B.

8. 【答案】B

【解析】

【分析】先根据已知条件求出$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$和$\left|\vec{b}-\vec{a}\right|$，然后利用向量的夹角公式可求出结果

【详解】因为$\vec{a}$为单位向量，向量$\vec{b}=\left(1,2\right)$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，

所以$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}^2=2-1=1$，

$\left|\vec{b}-\vec{a}\right|=\sqrt{(\vec{b}-\vec{a})^2}=\sqrt{\vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}^2}=\sqrt{5-2\times2+1}=\sqrt{2}$，

所以$\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}-\vec{a}\right\rangle=\dfrac{\vec{a}\cdot\left(\vec{b}-\vec{a}\right)}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}-\vec{a}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

因 $\left\langle\vec{a},\vec{b}-\vec{a}\right\rangle\in\left[0,\pi\right]$，

所以$\langle\vec{a},\vec{b}-\vec{a}\rangle=\frac{\pi}{4}$,

故选：B

9. 【答案】D

【解析】

【分析】利用直线与圆相切的性质可得m，n的关系式，再借助均值不等式求解能求出$m+n$的取值范围.

【详解】$m,n\in\mathbf{R}$,直线$(m+1)x+(n+1)y-2=0$与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$相切，

圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$的圆心$(1,1)$，半径$r=1$，

则$\frac{|m+n|}{\sqrt{(m+1)^2+(n+1)^2}}=1$，整理得$mn=(m+n)+1$，

$\because mn\leqslant(\frac{m+n}{2})^2$，

$\therefore(\frac{m+n}{2})^2\geqslant(m+n)+1$，$\therefore(m+n)^2-4(m+n)-4\geqslant0$，

解得$m+n\leqslant2-2\sqrt{2}$或$m+n\geqslant2+2\sqrt{2}$，

$\therefore m+n$的取值范围是$\left(-\infty,2-2\sqrt{2}\right]\cup\left[2+2\sqrt{2},+\infty\right)$

故选：D

10. 【答案】C

【解析】

【分析】①设$M\left(6\cos\theta,6\sin\theta\right)$，再根据两点的距离公式进行求解即可；②设出$(x,y)$，找到等量关系，建立方程，求出点$Q$的轨迹方程，即可说明；③转化为两圆是否有交点，说明是否存在点Q.

【详解】解：点M在圆$O:x^2+y^2=36$上，设$M\left(6\cos\theta,6\sin\theta\right)$，

则$|MP|=\sqrt{\left(6\cos\theta-2\right)^2+\left(6\sin\theta\right)^2}=\sqrt{40-24\cos\theta}$，

当$\cos\theta=1$时，$|MP|$取得最小值，最小值为4，①正确；

设点$Q\ (x,y)$，则由题意得：$|PQ|^2=|QM|^2=|OM|^2-|OQ|^2$，

则$\left(x-2\right)^2+y^2=36-\left(x^2+y^2\right)$，整理得：$\left(x-1\right)^2+y^2=17$，

所以点Q的轨迹是一个圆，②正确；

以AB为直径的圆，圆心为$(5,4)$，半径为1，方程为：$\left(x-5\right)^2+\left(y-4\right)^2=1$，

下面判断此圆与点Q的轨迹方程$\left(x-1\right)^2+y^2=17$是否有交点，

由于$\sqrt{\left(5-1\right)^4+4^2}=4\sqrt{2}>\sqrt{17}+1$，两圆相离，

故不存在点Q，使得$\angle AQB=90^\circ$，③错误，

所以正确的个数为 2 个.

故选：C.

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11. 【答案】1

【解析】

【分析】由复数除法化简成标准形式，再求出共轭复数，即可求虚部.

【详解】$z=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$，则 $\overline{z}=1+i$，故虚部是 1.

故答案为：1

12. 【答案】 ①. $\frac{5}{2}$ ##2.5 ②. $y=\pm 2x$

【解析】

【分析】利用点到直线的距离公式可求得 b 的值，利用已知条件可得出关于 a、c 的值，解出这两个量的值，即可得出双曲线 C 的渐近线方程.

【详解】双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，即 $bx\pm ay=0$，

双曲线 C 的焦点到其渐近线的距离为 $\frac{bc}{\sqrt{b^2+a^2}}=b=5$，

由题意可得 $\begin{cases}\frac{c}{a}=\sqrt{5}\\ b=\sqrt{c^2-a^2}=5\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=\frac{5}{2}\\ c=\frac{5\sqrt{5}}{2}\end{cases}$，

所以，双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm 2x$.

故答案为：$\frac{5}{2}$；$y=\pm 2x$.

13. 【答案】$a_n=-\frac{1}{2^n}$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据数列 单调性结合 $\{a_n\}$ 的符号可得出结果.

【详解】取 $a_n=-\frac{1}{2^n}$，则 $a_{n+1}-a_n=-\frac{1}{2^{n+1}}+\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2^{n+1}}>0$，则 $a_{n+1}>a_n$，

但 $S_{n+1}-S_n=a_{n+1}<0$，故 $a_n=-\frac{1}{2^n}$ 满足题意.

故答案为：$a_n=-\frac{1}{2^n}$.（答案不唯一）

14. 【答案】$[1,7]$

【解析】

【分析】根据题意，分段函数在R上单调递增，则每一段函数在相应的区间上必须单调递增，再结合分段函数在$x=1$处需满足的条件，列出不等式组即可得到答案.

【详解】函数 $f(x)=\begin{cases}|x+a|+5, x\ge 1\\ -x^2+2ax, x<1\end{cases}$ 在R上单调递增，

当$x\ge 1$时，$f(x)=|x+a|+5$单调递增，故$x+a\ge 0$恒成立，解得$a\ge -1$，此时$f(x)=x+a+5$；

当$x<1$时，$f(x)=-x^2+2ax$单调递增，故$-\dfrac{2a}{-2}=a\ge 1$，解得$a\ge 1$，

要使$f(x)$在R上单调递增，需满足$\begin{cases}a\ge -1\\ a\ge 1\\ 1+a+5\ge -1+2a\end{cases}$，解得$1\le a\le 7$，即$a$的取值范围是$[1,7]$.

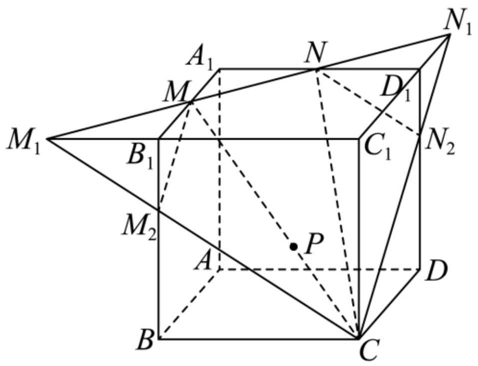
故答案为：$[1,7]$.

15. 【答案】①③④

【解析】

【分析】对于①，直线MN与C_1B_1, C_1D_1的延长线分别交于M_1, N_1，连接CM_1, CN_1分别交B_1B_1, D_1D_1于M_2, N_2，连接MM_2, NN_2即可解决；对于②等体积法$V_{B_1-CMN}=V_{C-B_1MN}$解决即可；对于③④，建立空间直角坐标系，设$\overrightarrow{PC}=\lambda\overrightarrow{MC}, 0\le\lambda\le 1$，得$P(2-\lambda, 2-2\lambda, 2\lambda)$即可.

【详解】对于①，如图直线MN与C_1B_1, C_1D_1的延长线分别交于M_1, N_1，连接CM_1, CN_1分别交B_1B_1, D_1D_1于M_2, N_2，连接MM_2, NN_2，

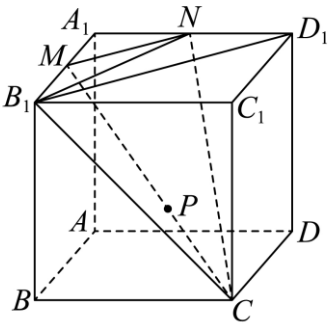


则五边形MM_2CNN_2即为所求的截面图形，故①正确；

对于②，由题知$MN//B_1D_1$，$MN\subset$平面CMN，$B_1D_1\not\subset$平面CMN，

所以$B_1D_1//$平面CMN，

所以点B_1到平面CMN的距离即为直线B_1D_1到平面CMN的距离，



设点 B_1 到平面 CMN 的距离为 h，由正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2 可得，

$CM=CN=3, MN=\sqrt{2}$，$S_{\triangle CMN}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{17}}{2}$，

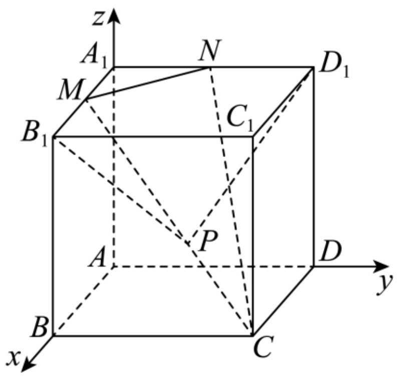
所以 $V_{B_1-CMN}=\frac{1}{3}S_{\triangle CMN}\cdot h=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{17}}{2}\times h=\frac{\sqrt{17}}{6}h$，

$V_{C-B_1MN}=\frac{1}{3}S_{\triangle B_1MN}\cdot CC_1=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{1}{3}$，

所以由 $V_{B_1-CMN}=V_{C-B_1MN}$，可得 $h=\frac{2\sqrt{17}}{17}$，

所以直线 B_1D_1 到平面 CMN 的距离是 $\frac{2\sqrt{17}}{17}$，故②错误；

对于③，如图建立空间直角坐标系，



则 $B_1(2,0,2), D_1(0,2,2), C(2,2,0), M(1,0,2)$，

设 $\overrightarrow{PC}=\lambda\overrightarrow{MC}, 0\le\lambda\le 1$，

所以 $\overrightarrow{PC}=\lambda\overrightarrow{MC}=\lambda(1,2,-2)$，

又因为 $B_1(2,0,2), D_1(0,2,2), C(2,2,0), M(1,0,2)$，

所以 $P(2-\lambda, 2-2\lambda, 2\lambda)$，

所以 $\overrightarrow{PB_1}=(\lambda, 2\lambda-2, 2-2\lambda), \overrightarrow{PD_1}=(\lambda-2, 2\lambda, 2-2\lambda)$，

假设存在点 P 使得 $\angle B_1PD_1=90^\circ$，

所以 $\overrightarrow{PB_1}\cdot\overrightarrow{PD_1}=\lambda(\lambda-2)+2\lambda(2\lambda-2)+(2-2\lambda)^2=0$，

整理得$9\lambda^2-14\lambda+4=0$，

所以$\lambda=\dfrac{7+\sqrt{13}}{9}>1$（舍去），或$\lambda=\dfrac{7-\sqrt{13}}{9}$，

所以存在点P使得$\angle B_1PD_1=90^\circ$，故③正确；

对于④，由③知$P(2-\lambda,2-2\lambda,2\lambda)$，

所以点$P(2-\lambda,2-2\lambda,2\lambda)$在$DD_1$的射影为$(0,2,2\lambda)$，

所以点$P(2-\lambda,2-2\lambda,2\lambda)$到$DD_1$的距离为

$$d=\sqrt{(2-\lambda)^2+(-2\lambda)^2}=\sqrt{5\lambda^2-4\lambda+4}=\sqrt{5(\lambda-\frac{2}{5})^2+\frac{16}{5}},$$

当$\lambda=\dfrac{2}{5}$时，$d_{\min}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，

所以$\triangle PDD_1$面积的最小值是$\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{4\sqrt{5}}{5}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，故④正确；

故答案为：①③④

三、解答题（共 85 分）

16. 【答案】（1）$\dfrac{2\pi}{3}$

（2）$AC=14,BD=\sqrt{19}$

【解析】

【分析】（1）利用三角恒等变换化简$\sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-B\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+B\right)=0$，从而求得$B$.

（2）利用三角形的面积公式求得c，利用余弦定理求得b也即求得AC，利用向量运算求得BD.

【小问 1 详解】

依题意$\sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-B\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+B\right)=0$，

$$\sqrt{3}\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{6}+B\right)\right]+\cos\left(\frac{\pi}{6}+B\right)=0,$$

$$\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{6}+B\right)+\cos\left(\frac{\pi}{6}+B\right)=2\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=0,$$

由于$\dfrac{\pi}{3}<B+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{4\pi}{3}$，所以$B+\dfrac{\pi}{3}=\pi,B=\dfrac{2\pi}{3}$.

【小问 2 详解】

由三角形的面积公式得$\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times6\times c\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3},c=10$，

由余弦定理得 $AC=b=\sqrt{36+100-2\times 6\times 10\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=14$.

由 $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$ 两边平方并化简得:

$\left|\overrightarrow{BD}\right|^2=\frac{1}{4}\left[36+100+2\times 6\times 10\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=19$,

所以 $BD=\sqrt{19}$.

17. 【答案】(1) $a=1$ 或 $a=-\frac{1}{2}$;

(2) $\frac{1}{2}<a\le 1$ 或 $-1\le a<-\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】(1)求出导函数 $f'(x)$,由 $f'(-1)=0$ 求得 a 值,并验证 $x=-1$ 是极值点即可得;

(2)由(1)得 $f(x)$ 的增区间是 $(-a,2a)$ $(a>0)$ 或 $(2a,-a)$ $(a<0)$,由 0 在增区间内,因此可得增区间内还有一个整数 1 或 -1,分类讨论可得 a 的范围.

【小问 1 详解】

$f'(x)=-x^2+ax+2a^2$,由题意 $f'(-1)=-1-a+2a^2=0$, $a=1$ 或 $a=-\frac{1}{2}$,

$f'(x)=-(x+a)(x-2a)$, $a\ne 0$ 时, $f'(x)$ 在 $x=-a$ 和 $x=2a$ 两侧符号相反, $x=-a$ 与 $x=2a$ 是 $f(x)$ 的极值点,因此 $a=1$ 或 $a=-\frac{1}{2}$ 符合题意.

【小问 2 详解】

由(1)知 $a>0$ 时, $-a<x<2a$ 时, $f'(x)>0$, $f(x)$ 递增,

$a<0$ 时, $2a<x<-a$ 时, $f'(x)>0$, $f(x)$ 递增,

显然 $x=0$ 在 $f(x)$ 的增区间内,

$f(x)$ 的单调增区间(不含端点)内有且只有两个整数时,由于 $|2a|>|-a|$,

因此 $\begin{cases}-a\ge -1\\ 1<2a\le 2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-2\le 2a<-1\\ -a\le 1\end{cases}$,解得 $\frac{1}{2}<a\le 1$ 或 $-1\le a<-\frac{1}{2}$.

18. 【答案】(1)证明见解析.

(2) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

【解析】

【分析】连接 AC,由题目条件可推得 $\triangle ADC$ 为等腰直角三角形,且 $\angle ACD=\frac{\pi}{4}$, $\angle ADC=\frac{\pi}{2}$.

对于（1），若选条件①，证明 $\angle ACB=\dfrac{\pi}{4}$ 即可.若选条件②，证明 $BC /\!/ AD$ 即可.

对于（2），建立以 A 为原点的空间直角坐标系.若选条件①，由题得 $\overrightarrow{AE}$，平面 PCD 法向量对应坐标，后可得答案.若选条件②，由题目条件得 $AB=\sqrt{5}$，$\overrightarrow{AE}$，平面 PCD 法向量对应坐标，后可得答案

【小问 1 详解】

如图，连接 AC，因 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，$AC\subset$ 平面 $ABCD$，则 $PA\perp AC$.

又 $PC=2\sqrt{3}$，$PA=2$，则 $AC=2\sqrt{2}$.注意到 $AD=DC=2$，则 $\triangle ADC$ 为等腰直角三角形，其中 $\angle ACD=\dfrac{\pi}{4}$，$\angle ADC=\dfrac{\pi}{2}$.

若选条件①，由余弦定理可得，

$\cos\angle ACB=\dfrac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC\cdot BC}=\dfrac{8+9-5}{2\times 2\sqrt{2}\times 3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，结合 $\angle ACB$ 为三角形内角，得 $\angle ACB=\dfrac{\pi}{4}$，又 $\angle ACD=\dfrac{\pi}{4}$，则 $\angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，即 $BC\perp CD$.

若选条件②，因 $BC /\!/$ 平面 PAD，$BC\subset$ 平面 $ABCD$，平面 $ABCD\cap$ 平面 $PAD=AD$，

则 $BC /\!/ AD$，又 $\angle ADC=\dfrac{\pi}{2}$，则 $\angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，即 $BC\perp CD$

【小问 2 详解】

若选条件①，由（1）可得 $\angle BCD=\angle ADC=\dfrac{\pi}{2}$，则 $BC /\!/ AD$，

故建立以 A 为坐标原点，如下图所示空间直角坐标系（x 轴所在直线与 DC 平行）

又 $PA=AD=CD=2$，$BC=3$，$AB=\sqrt{5}$，

则 $A(0,0,0)$，$B(2,-1,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，$E\left(1,-\dfrac{1}{2},1\right)$.

则 $\overrightarrow{AE}=\left(1,-\dfrac{1}{2},1\right)$，$\overrightarrow{DP}=(0,-2,2)$，$\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$.

设平面 PCD 法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2z-2y=0\\ 2x=0\end{cases}$.

取 $\vec{n}=(0,1,1)$，又设 AE 与平面 PCD 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\vec{n},\overrightarrow{AE}\right\rangle\right|=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{AE}|}\right|=\left|\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}\cdot\sqrt{2}}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

即直线 AE 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$

若选条件②，由（1）可得 $BC/\!/AD$，故建立以 A 为坐标原点，如下图所示空间直角坐标系（x 轴所在直线与 DC 平行）

因 $\angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，则 $\angle ACB=\dfrac{\pi}{4}$，

则由余弦定理可得 $AB^2=AC^2+CB^2-2AC\cdot CB\cdot\cos\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow AB=\sqrt{5}$.

又 $PA=AD=CD=2$，$BC=3$，

则 $A(0,0,0)$，$B(2,-1,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，$E\left(1,-\dfrac{1}{2},1\right)$.

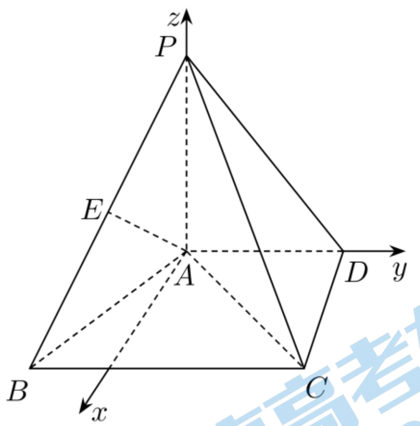
则 $\overrightarrow{AE}=\left(1,-\dfrac{1}{2},1\right)$，$\overrightarrow{DP}=(0,-2,2)$，$\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$.

设平面 PCD 法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DP}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2z-2y=0\\ 2x=0\end{cases}$.

取 $\vec{n}=(0,1,1)$，又设 AE 与平面 PCD 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\vec{n},\overrightarrow{AE}\right\rangle\right|=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\vec{n}|\cdot\left|\overrightarrow{AE}\right|}\right|=\left|\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}\cdot\sqrt{2}}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

即直线 AE 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.



19. 【答案】（1）$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

（2）直线 l 经过定点 $(-1,-1)$.

【解析】

【分析】（1）根据离心率和$|AB|=2$，$a^2=b^2+c^2$求出$a=2$，$b=1$，从而求出椭圆方程；（2）先考虑直线斜率存在时，设直线$l: y=kx+t$，$(t\neq\pm1)$，联立后用韦达定理，利用题干条件列出方程，求出$t=k-1$，从而求出直线过的定点，再考虑斜率不存在时是否满足，最终求出答案.

【小问 1 详解】

由离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，可得$\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

因为A,B为椭圆的上、下顶点，且$|AB|=2$，所以$2b=2$ 即$b=1$，

又$a^2=b^2+c^2$

解得：$a=2$

所以椭圆E的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

【小问 2 详解】

直线l经过定点$(-1,-1)$，证明如下：

①当直线l的斜率存在时，设$l: y=kx+t$，$(t\neq\pm1)$，

由$\begin{cases} y=kx+t \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$，得$(1+4k^2)x^2+8ktx+4t^2-4=0$，

则 $\Delta=(8kt)^2-4(1+4k^2)(4t^2-4)>0$得：$t^2<4k^2+1$

设$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$

则$x_1+x_2=\dfrac{-8kt}{1+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4t^2-4}{1+4k^2}$，

则$k_{AM}+k_{AN}=\dfrac{y_1-1}{x_1}+\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{2kx_1x_2+(t-1)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$

$=\dfrac{8k(t-1)}{4(t+1)(t-1)}=2$

所以$t=k-1$，经检验，可满足$t^2<4k^2+1$，

所以直线l的方程为$y=kx+k-1$，即$y=k(x+1)-1$

所以直线l经过定点$(-1,-1)$.

②当直线l的斜率不存在时，设$l: x=m$，$M(m,y_M)$，$N(m,-y_M)$，

则$k_{AM}+k_{AN}=\dfrac{y_M-1}{m}+\dfrac{-y_M-1}{m}=2$

解得$m=-1$，此时直线l也经过定点$(-1,-1)$

综上直线l经过定点$(-1,-1)$.

【点睛】直线过定点问题，需要设出直线方程 $y=kx+b$，与曲线联立方程后用韦达定理得到两根之和，两根之积，利用题干中条件得到等量关系，找到 k 与 b 的关系，或者求出 b 的值，从而确定所过的定点，注意考虑直线斜率不存在的情况.

20. 【答案】（1） $y=2\mathrm{e}x-\mathrm{e}$

（2）① $\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$;②详见解析

【解析】

【分析】（1）利用导数的几何意义即可求解.

（2）①先对函数 $f(x)=\mathrm{e}^x(1+m\ln x)$ 求导，得到 $f'(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\dfrac{m}{x}+m\ln x\right)$，推出 $h(x)=\dfrac{f'(x)}{\mathrm{e}^x}=1+\dfrac{m}{x}+m\ln x$，求导，得到 $h'(x)=\dfrac{m(x-1)}{x^2}(x>0)$，解对应不等式，得到 $h(x)$ 单调性，求出其最小值，再根据 $h(x)\geq\dfrac{5}{2}$ 恒成立，即可得出结果；

②先设 $g(x)=f'(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\dfrac{m}{x}+m\ln x\right)$，求导得 $g'(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\dfrac{2m}{x}-\dfrac{m}{x^2}+m\ln x\right)$.

设 $H(x)=1+\dfrac{2m}{x}-\dfrac{m}{x^2}+m\ln x(x>0)$，对其求导，判定单调性，从而得到函数 $g(x)$ 单调性，得到 x_2 是函数 $g(x)$ 的极小值点，得到 $x_2=x_1$，再由①得 $m=\dfrac{3}{2}$ 时，$h(x)\geq\dfrac{5}{2}$，推出所以 $m\ln x+\dfrac{m}{x}\geq m$，得到 $g(x)\geq g(x_1)>0$，得到函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，再由题意，即可得出结论成立.

【小问 1 详解】

$m=1$ 时，$f(x)=\mathrm{e}^x(1+\ln x)$, $f'(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\ln x+\dfrac{1}{x}\right)$, $f'(1)=2\mathrm{e}$, $f(1)=\mathrm{e}$，所以函数在 $x=1$ 处的切线方程 $y-\mathrm{e}=2\mathrm{e}(x-1)$，即 $y=2\mathrm{e}x-\mathrm{e}$.

【小问 2 详解】

①由题设知，$f'(x)=\mathrm{e}^x\left(1+\dfrac{m}{x}+m\ln x\right)(x>0)$，

$h(x)=\dfrac{f'(x)}{\mathrm{e}^x}=1+\dfrac{m}{x}+m\ln x$，$h'(x)=\dfrac{m(x-1)}{x^2}(x>0)$，

由 $h'(x)>0$，得 $x>1$，所以函数 $h(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上是增函数；

由 $h'(x)>0$，得 $0<x<1$，所以函数 $h(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上是减函数.

故 $h(x)$ 在 $x=1$ 处取得最小值，且 $h(1)=1+m$.

由于$h(x)\geq\frac{5}{2}$恒成立，所以$1+m\geq\frac{5}{2}$，得$m\geq\frac{3}{2}$，

所以m的取值范围为$\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$；

②设$g(x)=f'(x)=\mathrm{e}^{x}\left(1+\frac{m}{x}+m\ln x\right)$，则$g'(x)=\mathrm{e}^{x}\left(1+\frac{2m}{x}-\frac{m}{x^{2}}+m\ln x\right)$.

设$H(x)=1+\frac{2m}{x}-\frac{m}{x^{2}}+m\ln x(x>0)$，

则$H'(x)=-\frac{2m}{x^{2}}+\frac{2m}{x^{3}}+\frac{m}{x}=\frac{m\left(x^{2}-2x+2\right)}{x^{3}}>0$，

故函数$H(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，由（1）知，$m\geq\frac{3}{2}$，

所以$H(1)=m+1>0$，$H\left(\frac{1}{2}\right)=1-m\ln 2\leq 1-\ln 2\sqrt{2}<0$，

故存在$x_{2}\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，使得$H\left(x_{2}\right)=0$，

所以，当$0<x<x_{2}$时，$H\left(x\right)<0$，$g'\left(x\right)<0$，函数$g\left(x\right)$单调递减；

当$x>x_{2}$时，$H\left(x\right)>0$，$g'\left(x\right)>0$，函数$g\left(x\right)$单调递增.

所以x_{2}是函数$g\left(x\right)$的极小值点.因此$x_{2}=x_{1}$，即$x_{1}\in\left(\frac{1}{2},1\right)$.

由①可知，当$m=\frac{3}{2}$时，$h(x)\geq\frac{5}{2}$，即$1+\frac{\frac{3}{2}}{x}+\frac{3}{2}\ln x\geq\frac{5}{2}$，整理得$\ln x+\frac{1}{x}\geq 1$，

所以$m\ln x+\frac{m}{x}\geq m$.

因此$g(x)\geq g\left(x_{1}\right)=\mathrm{e}^{x_{1}}\left(1+\frac{m}{x_{1}}+m\ln x_{1}\right)\geq\mathrm{e}^{x_{1}}(1+m)>0$，即$f'(x)>0$.

所以函数$f\left(x\right)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增.

由于$H\left(x_{1}\right)=0$，即$1+\frac{2m}{x_{1}}-\frac{m}{x_{1}^{2}}+m\ln x_{1}=0$，

即$1+m\ln x_{1}=\frac{m}{x_{1}^{2}}-\frac{2m}{x_{1}}$，

所以$f\left(x_{1}\right)=\mathrm{e}^{x_{1}}\left(1+m\ln x_{1}\right)=m\mathrm{e}^{x_{1}}\frac{1-2x_{1}}{x_{1}^{2}}<0=f\left(x_{0}\right)$.

又函数$f\left(x\right)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增，所以$x_{0}>x_{1}$.

21. 【答案】(1) $\{b_n\}$是“G 数列”，$\{t_n\}$不是“G 数列”；

(2) ①9, 10, 12, 16；②证明见解析.

【解析】

【分析】(1) 根据“G 数列”的定义验证即可；

(2) ①设公差为d，利用“G 数列”定义得d是 8 的正约数：1，2，4，8，分别求出a_2并验证符合题意即得；

②利用$a_1+a_2=S_2=a_k$，求出公差d与首项a_1的关系，然后表示出通项公式a_n，再根据“G 数列”定义证明.

【小问 1 详解】

$b_n=2n$，对任意的$m,n\in N^*$，$m\neq n$，$b_m=2m$，$b_n=2n$，$b_m+b_n=2m+2n=2(m+n)$，

取$k=m+n$，则$b_m+b_n=b_k$，$\therefore\{b_n\}$是“G 数列”，

$t_n=2n+1$，对任意的$m,n\in N^*$，$m\neq n$，$t_m=2m+1$，$t_n=2n+1$，

$t_m+t_n=2m+2n+2=2(m+n+1)$为偶数，而$t_n=2n+1$为奇数，因此不存在$k\in N^*$

使得$t_m+t_n=t_k$，$\therefore\{t_n\}$不是“G 数列”；

【小问 2 详解】

数列$\{a_n\}$为等差数列，

①若$\{a_n\}$是“G 数列，$a_1=8,a_2\in N^*$，且$a_2>a_1$，$d=a_2-a_1>0$，$d\in N^*$，

$a_n=8+(n-1)d$，

对任意的$m,n\in N^*$，$m\neq n$，$a_m=8+(m-1)d$，$a_n=8+(n-1)d$，

$a_m+a_n=8+8+(m+n-2)d$，由题意存在$k\in N^*$，使得$a_m+a_n=a_k$，

即$8+8+(m+n-2)d=8+(k-1)d$，显然$k\geq m+n$，

所以$(m+n-2)d+8=(k-1)d$，$(k-m-n+1)d=8$，

$k-m-n+1\in N^*$，所以d是 8 的正约数，即$d=1$，2，4，8，

$d=1$时，$a_2=9$，$k=m+n+7$；

$d=2$时，$a_2=10$，$k=m+n+3$；

$d=4$时，$a_2=12$，$k=m+n+1$；

$d=8$时，$a_2=16$，$k=m+n$.

综上，a_2的可能值为 9，10，12，16；

②若对任意$n\in N^*$，存在$k\in N^*$，使得$a_k=S_n$成立，

所以存在$t\in N^*$，$a_1+a_2=S_2=a_t$，$t\geq 3$，

设$\{a_n\}$公差为d，则$2a_1+d=a_1+(t-1)d$，$a_1=(t-2)d$，

$a_n=(t-2)d+(n-1)d=(t+n-3)d$，

对任意的$m,n\in\mathrm{N}^*$，$m\neq n$，$a_m=(t+m-3)d$，$a_n=(t+n-3)d$，

$a_m+a_n=(2t+m+n-6)d$，取$k=t+m+n-3\in\mathrm{N}^*$，则

$a_k=(t-3+k)d=(2t+m+n-6)d=a_m+a_n$，

所以$\{a_n\}$是“G数列”．

【点睛】关键点点睛：本题考查数列新定义，解题关键是理解新定义并应用新定义求解．第（2）问中，第一个问题是直接利用等差数列的通项公式根据新定义进行验证即可，第二个问题关键是确定数列的通项公式，因此根据已知条件求得数列的首项与公差的关系，这样通项公式中相当于只含有一个参数d（或a_1），然后利用通项公式进行检验．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯