1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知$(i-1)z=i$，复数 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点在

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

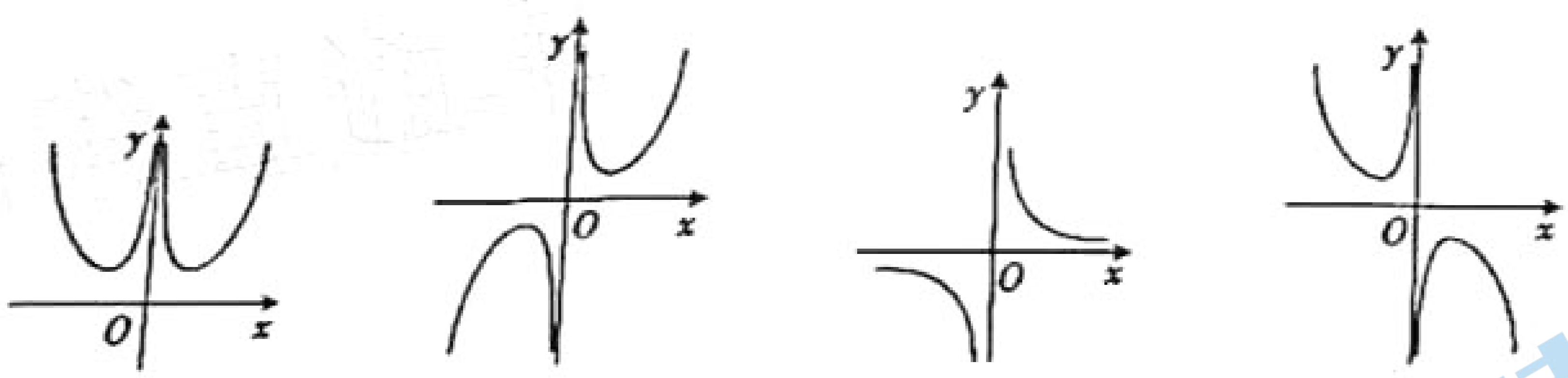
2. 已知集合 $A=\{x|x^2<2x\}$，集合 $B=\{x|\log_2(x-1)<1\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x|2<x<3\}$　　B. $\{x|1<x<2\}$　　C. $\{x|0<x<3\}$　　D. $\{x|0<x<2\}$

3. 若圆 $C: x^2+16x+y^2+m=0$ 被直线 $3x+4y+4=0$ 截得的弦长为 6，则 $m=$

A. 26　　B. 31　　C. 39　　D. 43

4. 函数 $f(x)=\dfrac{e^{|x|}}{x}-x$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

5. 三星堆古遗址是迄今在西南地区发现的范围最大，延续时间最长，文化内涵最丰富的古城、古国、古蜀文化遗址. 三星堆遗址被称为 20 世纪人类最伟大的考古发现之一，昭示了长江流域与黄河流域一样，同属中华文明的母体，被誉为“长江文明之源”. 考古学家在测定遗址年代的过程中，利用“生物死亡后体内的碳 14 含量按确定的比率衰减”这一规律，建立了样本中碳 14 的含量 y 随时间 x(年)变化的数学模型：$y=y_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5730}}$($y_0$ 表示碳 14 的初始量). 2020 年考古学家对三星堆古遗址某文物样本进行碳 14 年代学检测，检测出碳 14 的含量约为初始量的 68%，据此推测三星堆古遗址存在的时期距今大约是(参考数据：$\log_2 5\approx 2.32$，$\log_2 17\approx 4.09$)

A. 2796 年　　B. 3152 年

C. 3952 年　　D. 4480 年

6. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$2S_8=S_7+S_{11}$，则 $S_{21}=$

A. 21　　B. 11　　C. -21　　D. 0

7. $(x^2+3x-1)^5$ 展开式中 x 的系数为

A. -3　　B. 3　　C. -15　　D. 15

8. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，底面 ABC 是面积为 $3\sqrt{3}$ 的正三角形，若三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在球 O 的球面上，且点 O 恰好在平面 ABC 内，则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $4\sqrt{3}$　　D. $6\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知平面向量 $a=(2,2)$，$b=(1,m)$，且 $|2a-b|=|a+b|$，则

A. $a\cdot b=4$　　B. $a\cdot b=0$　　C. $m=-1$　　D. $|b|=\sqrt{2}$

10. 若关于 x 的方程 $2\sqrt{3}\cos^2x-\sin 2x=\sqrt{3}-m$ 在区间$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}]$上有且只有一个解，则 m 的值可能为

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

11. 已知 $a>0$，$b>0$，且 $a^2+b^2=1$，则

A. $a+b\geqslant\sqrt{2}$

B. $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})(a^5+b^5)\geqslant 1$

C. $\log_2a+\log_2b\leqslant -1$

D. $ab+1>a+b$

12. 设 F_1，F_2 同时为椭圆 $C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线 $C_2:\frac{x^2}{a_1^2}-\frac{y^2}{b_1^2}=1(a_1>0,b_1>0)$的左、右焦点，设椭圆 C_1 与双曲线 C_2 在第一象限内交于点 M，椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的离心率分别为 e_1，e_2，O 为坐标原点，若

A. $|F_1F_2|=2|MO|$，则$\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=\sqrt{2}$

B. $|F_1F_2|=2|MO|$，则$\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=2$

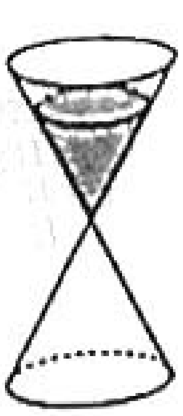
C. $|F_1F_2|=4|MF_2|$，则 e_1e_2 的取值范围是$(\frac{2}{3},\frac{3}{2})$

D. $|F_1F_2|=4|MF_2|$，则 e_1e_2 的取值范围是$(\frac{2}{3},2)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{12})=\frac{1}{3}$，则 $\sin(2\alpha+\frac{2\pi}{3})=$ ▲ .

14. 沙漏是一种古代的计时装置，它由两个形状完全相同的容器和一个狭窄的连接管道组成，开始时细沙全部在上部容器中，细沙通过连接管道全部流到下部容器所需要的时间称为该沙漏的一个沙时. 如图，某沙漏由上、下两个圆锥组成，该圆锥的高为 1，若上面的圆锥中装有高度为$\frac{2}{3}$的液体，且液体能流入下面的圆锥，则液体流下去后的液面高度为 ▲ .



15. 规定记号“Δ”表示一种运算，即 $a\Delta b=(a^2-1)(b^2-2b)$，$a,b\in\mathbf{R}$，若 $k>0$，函数 $f(x)=(kx)\Delta x$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$对称，则 $k=$ ▲ .

16. 三分损益法是古代中国发明制定音律时所用的生律法. 三分损益包含"三分损一""三分益一"两层含义. 三分损一是指将原有长度作 3 等分而减去其 1 份，即原有长度$\times\frac{3-1}{3}=$生得长度；而三分益一则是指将原有长度作 3 等分而增添其 1 份，即原有长度$\times\frac{3+1}{3}=$生得长度. 两种方法可以交替运用、连续运用，各音律就得以辗转相生. 假设能发出第一个基准音的乐器的长度为 243，每次损益的概率为$\frac{1}{2}$，则经过 5 次三分损益得到的乐器的长度为 128 的概率为____▲____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在①$\sin A$，$\sin C$，$\sin B$ 成等差数列；②$a:b:c=4:3:2$；③$b\cos A=1$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中. 若问题中的三角形存在，求该三角形面积的值；若问题中的三角形不存在，说明理由.

问题：是否存在$\triangle ABC$，它的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a(\sin A-\sin B)+b\sin B=c\sin C$，$c=1$，______？

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. (12 分)

在公比大于 0 的等比数列$\{a_n\}$中，已知 a_2，a_3，$6a_1$ 依次组成公差为 4 的等差数列.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

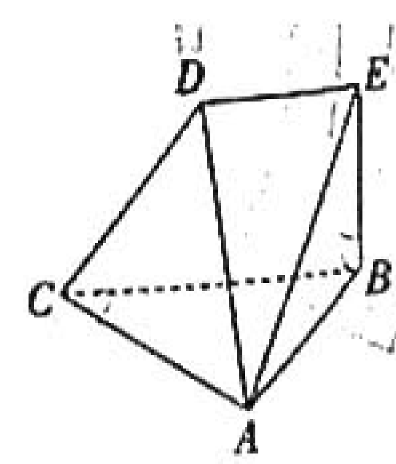
(2)设 $c_n=\frac{\log_2 a_{2n}-5}{a_n}$，求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

19. (12 分)

如图，在四棱锥 $A-BCDE$ 中，$BC\parallel DE$，$BE\perp BC$，$AB=BC=AC=2DE=2BE$.

(1)证明：$AD\perp BC$.

(2)若平面 $BCDE\perp$平面 ABC，经过 A，D 的平面 α 将四棱锥 $A-BCDE$ 分成左、右两部分的体积之比为 $1:2$，求平面 α 与平面 ADC 所成锐二面角的余弦值.



20.(12 分)

已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F,点 $P(1,y_0)$ 在抛物线 C 上,$|PF|=\frac{5y_0}{4}$.

(1)求抛物线 C 的标准方程.

(2)已知直线 l 交抛物线 C 于点 A,B,且 $PA\perp PB$,证明:直线 l 过定点.

21.(12 分)

某企业有甲、乙两条生产同种产品的生产线.据调查统计,100 次生产该产品所用时间的频数分布表如下:

所用的时间(单位:天)	10	11	12	13
甲生产线的频数	10	20	10	10
乙生产线的频数	5	20	20	5

假设订单 A 约定交货时间为 11 天,订单 B 约定交货时间为 12 天.(将频率视为概率,当天完成即可交货)

(1)为尽最大可能在约定时间交货,判断订单 A 和订单 B 应如何选择各自的生产线(订单 A,B 互不影响);

(2)已知甲、乙生产线的生产成本分别为 3 万元、2 万元,订单 A,B 互不影响,若规定实际交货时间每超过一天就要付 5000 元的违约金,现订单 A,B 用(1)中所选的生产线生产产品,记订单 A,B 的总成本为 ξ(万元),求随机变量 ξ 的期望值.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=me^x(x+1)-x^2-4x-2$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)当 $x\geqslant-2$ 时,$f(x)\geqslant0$ 恒成立,求 m 的取值范围.

高三数学试卷参考答案

1. A 【解析】本题考查复数的除法运算和共轭复数，考查运算求解能力.

$\because z=\frac{i}{i-1}=\frac{i(1+i)}{-2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$，$\therefore \bar{z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，

∴复数z的共轭复数$\bar{z}$在复平面内对应的点是$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，在第一象限.

2. C 【解析】本题考查集合的运算，考查运算求解能力.

∵集合$A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|1<x<3\}$，$\therefore A\cup B=\{x|0<x<3\}$.

3. C 【解析】本题考查圆的方程，直线和圆的位置关系，考查运算求解能力.

$x^2+16x+y^2+m=0$可化为$(x+8)^2+y^2=64-m(m<64)$，所以圆心到直线$3x+4y+4=0$的距离$d=\frac{|-24+4|}{5}=4$，所以$4^2+3^2=64-m$，解得$m=39$.

4. B 【解析】本题考查函数的图象，考查数形结合的数学思想.

$\because x\neq 0$，$f(-x)=\frac{e^{|x|}}{-x}+x=-f(x)$，$\therefore f(x)$为奇函数，排除A.

$\because f(1)=e-1>0$，∴排除D.

∵当$x>0$时，$f'(x)=\frac{e^x(x-1)-x^2}{x^2}$，∴当$x=2$时，$f'(x)>0$，∴排除C. 故选B.

5. B 【解析】本题考查对数的运算，考查逻辑推理能力.

设三星堆古遗址存在的时期距今大约是x年，则$y_0\cdot(\frac{1}{2})^{\frac{x}{5730}}=68\%y_0$，即$(\frac{1}{2})^{\frac{x}{5730}}=0.68$.

所以$\frac{x}{5730}=\log_{\frac{1}{2}}0.68=\log_2 25-\log_2 17=2\log_2 5-\log_2 17\approx 0.55$，解得$x\approx 5730\times 0.55\approx 3152$.

6. D 【解析】本题考查等差数列，考查运算求解能力.

由$2S_8=S_7+S_{10}$，得$S_8-S_7=S_{10}-S_8$，所以$a_8=a_9+a_{10}$，则$a_{10}+a_9-a_8=a_{11}=0$，所以$S_{21}=21a_{11}=0$.

7. D 【解析】本题考查二项式定理，考查运算求解能力.

$\because (x^2+3x-1)^5=[(3x-1)+x^2]^5=(3x-1)^5+C_5^1(3x-1)^4\cdot x^2+\cdots$，

$\therefore x$的系数为$C_5^4(-1)^4\times 3=15$.

8. B 【解析】本题考查三棱锥的外接球，考查空间想象能力.

由题可知底面ABC的边长为$2\sqrt{3}$，因为三棱锥$P-ABC$外接球的球心O恰好在平面ABC内，所以球O的半径为2，则三棱锥$P-ABC$体积的最大值为$\frac{1}{3}\times 3\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$.

9. AD 【解析】本题考查平面向量的数量积，考查运算求解能力.

由$|2a-b|=|a+b|$，得$2a\cdot b=a^2$，所以$2+2m=4$，则$m=1$，$|b|=\sqrt{2}$，$a\cdot b=4$，故选AD.

10. AC 【解析】本题考查三角函数的性质，考查数形结合的数学思想.

$2\sqrt{3}\cos^2x-\sin 2x=\sqrt{3}-m$化简可得$\cos(2x+\frac{\pi}{6})=-\frac{m}{2}$，即$\cos(2x+\frac{\pi}{6})=-\frac{m}{2}$在区间$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}]$上有且只有一个解，即$y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$的图象和直线$y=-\frac{m}{2}$只有1个交点.

又$x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}]$，则$2x+\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$.

当$2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}$，即$x=-\frac{\pi}{4}$时，可得$y=\cos(-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$，

当 $2x+\frac{\pi}{6}=0$，即 $x=-\frac{\pi}{12}$时，可得 $y=1$；

当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{6}$时，可得 $y=0$.

要使得 $y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$的图象和直线 $y=-\frac{m}{2}$只有1个交点，

结合 $y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$的图象（图略），可得 $-\frac{m}{2}=1$ 或 $0\leqslant-\frac{m}{2}<\frac{1}{2}$，

解得 $m=-2$ 或 $-1<m\leqslant0$. 故选AC.

11. BCD 【解析】本题考查基本不等式，考查逻辑推理能力.

对于A，令 $a=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$b=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，则 $a+b=\frac{2\sqrt{10}}{5}=\sqrt{\frac{8}{5}}<\sqrt{2}$，故A不正确；

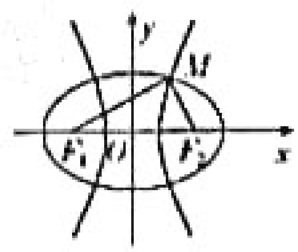
对于B，$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})(a^3+b^3)-(a^2+b^2)^2=\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{a}-2a^2b^2=\frac{(a^2-b^2)^2}{ab}\geqslant0$，故B正确；

对于C，$\log_2a+\log_2b=\log_2ab\leqslant\log_2\frac{a^2+b^2}{2}=-1$，当且仅当 $a=b=\frac{\sqrt{2}}{2}$时，等号成立，故C正确；

对于D，由 $a^2+b^2=1$，所以 $0<a<1$，$0<b<1$，则 $ab+1-a-b=(1-a)(1-b)>0$，故D正确.

故选BCD.

12. BD 【解析】本题考查椭圆与双曲线的性质，考查数形结合的数学思想.



如图，设 $|MF_1|=m$，$|MF_2|=n$，焦距为 $2c$，由椭圆定义可得 $m+n=2a$，由双曲线定义可得 $m-n=2a_1$，解得 $m=a+a_1$，$n=a-a_1$.

当 $|F_1F_2|=2|MO|$时，则 $\angle F_1MF_2=90^\circ$，所以 $m^2+n^2=4c^2$，

即 $a^2+a_1^2=2c^2$，由离心率的公式可得 $\frac{1}{e_1^2}+\frac{1}{e_2^2}=2$，故B正确.

当 $|F_1F_2|=4|MF_2|$时，可得 $n=\frac{1}{2}c$，即 $a-a_1=\frac{1}{2}c$，可得 $\frac{1}{e_1}-\frac{1}{e_2}=\frac{1}{2}$，

由 $0<e_1<1$，可得 $\frac{1}{e_1}>1$，可得 $\frac{1}{e_2}>\frac{1}{2}$，即 $1<e_2<2$，则 $e_1e_2=\frac{2e_2^2}{2+e_2}$，

可设 $2+e_2=t(3<t<4)$，则 $\frac{2e_2^2}{2+e_2}=\frac{2(t-2)^2}{t}=2(t+\frac{4}{t}-4)$，

由 $f(t)=t+\frac{4}{t}-4$ 在 $(3,4)$上单调递增，可得 $f(t)\in(\frac{1}{3},1)$，则 $e_1e_2\in(\frac{2}{3},2)$，故D正确. 故选BD.

13. $-\frac{7}{9}$ 【解析】本题主要考查二倍角公式，考查运算求解能力.

因为 $2\alpha+\frac{2\pi}{3}=2(\alpha+\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{2}$，则 $\sin(2\alpha+\frac{2\pi}{3})=\cos2(\alpha+\frac{\pi}{12})=2\cos^2(\alpha+\frac{\pi}{12})-1=-\frac{7}{9}$.

14. $1-\frac{\sqrt[3]{19}}{3}$ 【解析】本题考查圆锥的体积，考查空间想象能力.

$\frac{V_{液}}{V_{圆锥}}=(\frac{2}{3})^3=\frac{8}{27}$，当液体流下去后，$\frac{V_{圆锥}-V_{液}}{V_{圆锥}}=1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$，所以液体流下去后的液面高度为 $1-\frac{\sqrt[3]{19}}{3}$.

15. 1 【解析】本题考查新定义与函数的性质，考查数形结合的数学思想.

$f(x)=(kx)\Delta x=(k^2x^2-1)(x^2-2x)=(kx-1)(kx+1)x(x-2)$. 因为函数 $f(x)$的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$对称，所以 $\begin{cases}0+\frac{1}{k}=1,\\2-\frac{1}{k}=1,\end{cases}$ 解得 $k=1$.

16. $\frac{5}{16}$ 【解析】本题考查概率，考查逻辑推理能力.

设5次三分投篮中有k次三分投中，所以$243\times(\frac{2}{3})^k\times(\frac{1}{3})^{5-k}=128$，解得$k=3$.

故所求概率为$C_5^3\times(\frac{1}{2})^5=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$.

17. 解：因为$a(\sin A-\sin B)+b\sin B=c\sin C$，由正弦定理得$a(a-b)+b^2=c^2$，即$a^2+b^2-c^2=ab$. …… 2分

所以$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$，又$C\in(0,\pi)$，所以$C=\frac{\pi}{3}$. …… 4分

选择①

因为$\sin A$，$\sin C$，$\sin B$成等差数列，所以$\sin A+\sin B=2\sin C$，即$a+b=2c=2$，解得$c=1$. …… 6分

由$a^2+b^2-c^2=a^2+b^2-1=ab$，$(a+b)^2-3ab=1$，所以$ab=1$，故存在满足题意的$\triangle ABC$. …… 8分

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times1\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{4}$. …… 10分

选择②

因为$a:b:c=4:3:2$，所以$A>B>C=\frac{\pi}{3}$， …… 7分

这与$A+B+C=\pi$矛盾，所以$\triangle ABC$不存在. …… 10分

选择③

因为$b\cos A=1$，

所以$b\cdot\frac{b^2+1-a^2}{2b}=1$，得$b^2=1+a^2=c^2+a^2$， …… 6分

所以$B=\frac{\pi}{2}$，此时$\triangle ABC$存在. 又$C=\frac{\pi}{3}$，所以$A=\frac{\pi}{6}$，

所以$a=1\times\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. …… 8分

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac=\frac{\sqrt{3}}{6}$. …… 10分

18. 解：(1)设$\{a_n\}$的公比为q. 因为a_2，a_3，$6a_1$成等差数列，所以$a_2+6a_1=2a_3$，则$2q^2-q-6=0$，又$q>0$，所以$q=2$. …… 2分

又因为$a_3-a_2=4$，所以$a_1=2$， …… 4分

所以$a_n=2\times2^{n-1}=2^n$. …… 6分

(2)由题可知$c_n=\frac{\log_2 a_{2n}-5}{a_n}=\frac{2n-5}{2^n}$， …… 7分

则$T_n=\frac{-3}{2}+\frac{-1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{2n-5}{2^n}$，① …… 8分

$\frac{1}{2}T_n=\frac{-3}{2^2}+\frac{-1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{2n-7}{2^n}+\frac{2n-5}{2^{n+1}}$，② …… 9分

①−②得$\frac{1}{2}T_n=\frac{-3}{2}+2(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n})-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{1}{2}+\frac{1-2n}{2^{n+1}}$. …… 10分

故$T_n=-1-\frac{2n-1}{2^n}$. …… 12分

19. (1)证明：取BC的中点O，连接AO，DO.

因为$BO=DE$，$BO/\!/DE$，所以$BODE$为平行四边形，

又$EB\perp BC$，所以$DO\perp BC$. …… 2分

因为$AB=BC=AC$，所以$AO\perp BC$. …… 3分

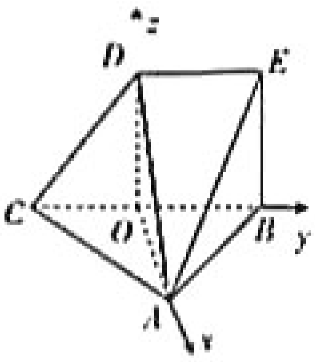
又 $AO\cap DO=O$,所以 $BC\perp$ 平面 ADO. ……………………………………………… 4分

因为 $AD\subset$ 平面 ADO,所以 $AD\perp BC$. ……………………………………………… 5分

(2)解:因为平面 $BCDE\perp$ 平面 ABC,平面 $BCDE\cap$ 平面 $ABC=BC$,

所以 $DO\perp$ 平面 ABC. ……………………………………………… 6分

因为 $S_{\triangle CDO}:S_{OBE}=1:2$,所以平面 ADO 即为平面 α. ……………………… 7分



以 O 为坐标原点,以 OA,OB,OD 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$.

令 $AB=2$,则 $O(0,0,0)$,$A(\sqrt{3},0,0)$,$B(0,1,0)$,$C(0,-1,0)$,$D(0,0,1)$,

所以 $\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{3},-1,0)$,$\overrightarrow{CD}=(0,1,1)$.

设平面 ADC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-\sqrt{3}x-y=0,\\ y+z=0,\end{cases}$ 令 $x=1$,则 $y=-\sqrt{3}$,$z=\sqrt{3}$,

所以 $\boldsymbol{n}=(1,-\sqrt{3},\sqrt{3})$. ……………………………………………… 9分

又平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,1,0)$, ……………………………………………… 10分

设平面 α 与平面 ADC 所成的角(锐角)为 θ,

则 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\left|\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}\right|=\left|\dfrac{-\sqrt{3}}{1\times\sqrt{7}}\right|=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$,

所以平面 α 与平面 ADC 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. ……………………………… 12分

20.(1)解:过 P 向抛物线的准线作垂线,垂足为 Q(图略),则 $|PQ|=y_0+\dfrac{p}{2}=\dfrac{5y_0}{4}$,故 $y_0=2p$. ……… 2分

又 $P(1,y_0)$ 在抛物线上,所以 $y_0=\dfrac{1}{2p}$, ……………………………………………… 3分

则 $2p=\dfrac{1}{2p}$,解得 $p=\dfrac{1}{2}$,$y_0=1$. ……………………………………………… 4分

故抛物线 C 的标准方程为 $x^2=y$. ……………………………………………… 5分

(2)证明:设 $A(x_1,x_1^2)$,$B(x_2,x_2^2)$,直线 l 的方程为 $y=kx+m$,

则 $k_{PA}=\dfrac{x_1^2-1}{x_1-1}=x_1+1$,$k_{PB}=\dfrac{x_2^2-1}{x_2-1}=x_2+1$, ……………………………………… 7分

因为 $PA\perp PB$,所以 $(x_1+1)(x_2+1)=-1$,即 $x_1+x_2+x_1x_2+2=0$, ………………………… 8分

将直线 l 的方程与抛物线方程联立可得 $x^2-kx-m=0$,

则 $x_1+x_2=k$,$x_1x_2=-m$, ……………………………………………… 9分

所以 $k-m+2=0$, ……………………………………………… 10分

直线 l 的方程为 $y=kx+k+2=k(x+1)+2$,则直线 l 过定点 $(-1,2)$. ……………………… 12分

21.解:(1)频率分布表如下:

所用的时间(单位:天)	10	11	12	13
甲生产线的频率	0.2	0.4	0.2	0.2
乙生产线的频率	0.1	0.4	0.4	0.1

设事件 A_1,A_2 分别表示订单 A 选择甲、乙生产线在约定时间交货;事件 B_1,B_2 分别表示订单 B 选择甲、乙生产线在约定时间交货.

$P(A_1)=0.2+0.4=0.6$, ……………………………………………… 1分

$P(A_2)=0.1+0.4=0.5$, ……………………………………………… 2分

$P(B_1)=0.2+0.4+0.2=0.8$. ………………………………………………………………………… 3分

$P(B_2)=0.1+0.4+0.4=0.9$. ………………………………………………………………………… 4分

所以订单 A 选择甲生产线，订单 B 选择乙生产线. ………………………………………………………… 5分

(2)设 x_1 表示订单 A 实际交货时间超过约定时间的天数，x_2 表示订单 B 实际交货时间超过约定时间的天数，x_1，x_2 的分布列分别如下：

x_1	0	1	2
P	0.6	0.2	0.2

x_2	0	1
P	0.9	0.1

…… 7分

设 $X=x_1+x_2$，则 X 的分布列如下：

$X=x_1+x_2$	0	1	2	3
P	0.54	0.24	0.2	0.02

$EX=0\times0.54+1\times0.24+2\times0.2+3\times0.02=0.7$. ……………………………………………… 9分

所以 $E\xi=3+2+0.5EX=5.35$(万元)，……………………………………………………………… 11分

所以订单 A，B 的总成本 ξ 的期望值为 5.35 万元. …………………………………………………… 12分

22. 解：(1) $f'(x)=me^x(x+2)-2x-4=(x+2)(me^x-2)$. ………………………………………………… 1分

若 $m\leqslant0$，则 $me^x-2<0$. 当 $x\in(-\infty,-2)$ 时，$f'(x)>0$；当 $x\in(-2,+\infty)$ 时，$f'(x)<0$. 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上单调递增，在 $(-2,+\infty)$ 上单调递减. …………………………………………………… 2分

若 $m>0$，令 $f'(x)=0$，解得 $x_1=-2$，$x_2=\ln\frac{2}{m}$.

当 $0<m<2e^2$ 时，$x_2>x_1$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 和 $(\ln\frac{2}{m},+\infty)$ 上单调递增，在 $(-2,\ln\frac{2}{m})$ 上单调递减.

…… 3分

当 $m=2e^2$ 时，$x_2=x_1$，则 $f(x)$ 在 R 上单调递增. ……………………………………………………… 4分

当 $m>2e^2$ 时，$x_2<x_1$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln\frac{2}{m})$ 和 $(-2,+\infty)$ 上单调递增，在 $(\ln\frac{2}{m},-2)$ 上单调递减. ……

…… 5分

(2)由题可得 $f(0)\geqslant0$，即 $m\geqslant2$. …………………………………………………………………… 6分

①若 $2\leqslant m<2e^2$，$f(x)$ 在 $[-2,+\infty)$ 的最小值为 $f(x_2)$.

而 $f(x_2)=2x_2+2-x_2^2-4x_2-2=-x_2(x_2+2)\geqslant0$.

所以当 $x\geqslant-2$ 时，$f(x)\geqslant0$ 恒成立. …………………………………………………………… 8分

②若 $m=2e^2$，$f(x)$ 在 $[-2,+\infty)$ 单调递增，

而 $f(-2)=0$，所以当 $x\geqslant-2$ 时，$f(x)\geqslant0$ 恒成立. ………………………………………………… 9分

③若 $m>2e^2$，则 $f(-2)=-me^{-2}+2=-e^{-2}(m-2e^2)<0$.

所以当 $x\geqslant-2$ 时，$f(x)\geqslant0$ 不可能恒成立. ……………………………………………………… 11分

综上所述，m 的取值范围为 $[2,2e^2]$.