

注意事項:

1. 答卷前, 考生務必將自己的姓名、准考證號填寫在答题卡上。
2. 回答選擇題時, 選出每小題答案後, 用鉛筆把答题卡上對應題目的答案標號塗黑。如需改動, 用橡皮擦乾淨後, 再選塗其它答案標號。回答非選擇題時, 將答案寫在答题卡上, 寫在本試卷上無效。
3. 考試結束後, 將答题卡交回。

一、選擇題: 本大題共 12 小題, 每小題 5 分, 共 60 分。在每小題給出的四個選項中, 只有一項是符合題目要求的。

1. 集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{N}\}$, 則集合 $A \cap B$ 中元素的個數為

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 已知平面向量 a 與 b 的夾角為 45° , $a \cdot b = 2$, 且 $|a| = 2$, 則 $(a - b)(a + b) =$

- A. $-2\sqrt{2}$ B. -2 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

3. 已知 $a > b > 0$, 則下列關係式正確的是

- A. 若 $c < 0$, 則 $|ac| < |bc|$ B. 若 $c > 0$, 則 $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$
- C. 若 $c > 0$ 且 $c \neq 1$, 則 $c^a > c^b$ D. 若 $c > 0$, 則 $a^c > b^c$

4. 已知 $5^a = 10^b$, 則 $\frac{b}{a} =$

- A. $1 - \lg 2$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\log_5 10$ D. 2

5. 已知函數 $f(x)$ 的定義域為 \mathbf{R} , “ $y = f(x) + f(-x)$ 為偶函數” 是 “ $f(x)$ 為偶函數” 的

- A. 充分必要條件 B. 充分不必要條件
- C. 必要不充分條件 D. 既不充分也不必要條件

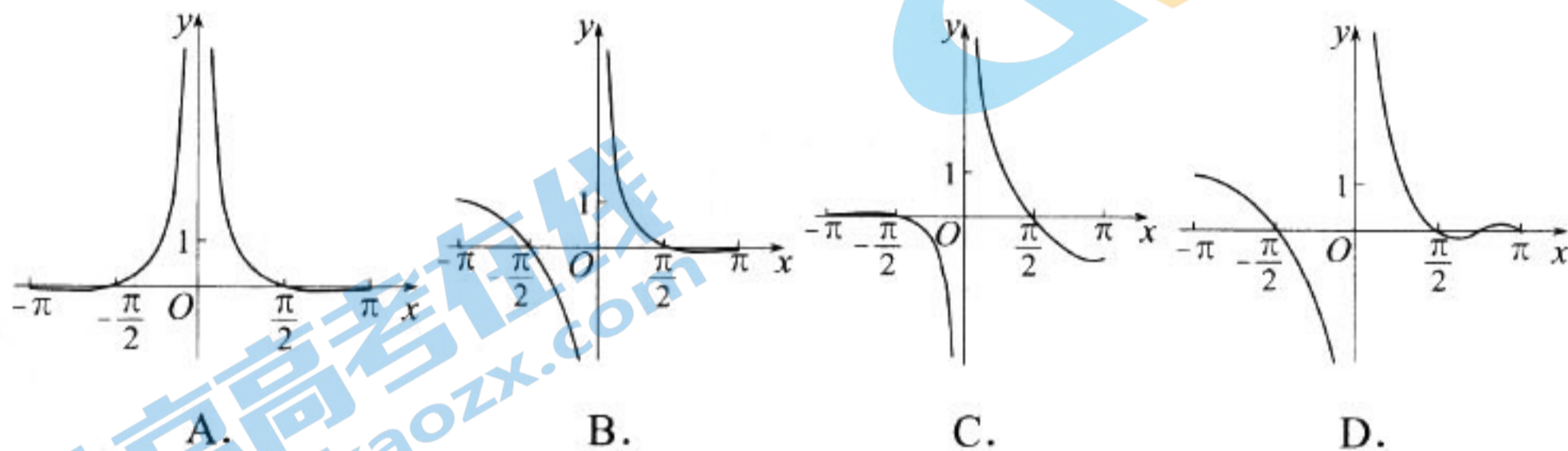
6. 已知 α 為第三象限角, 若 $\tan \alpha = 3$, 則 $\sin(\alpha - \frac{7\pi}{4}) =$

- A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

高三數學 (理科) 試題卷 第 1 頁 (共 4 頁)

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $2S_3 = a_4 - a_1$, 且 $a_2 + a_4 = 15$, 则 $a_3 + a_5 =$
 A. 3 B. 5 C. 30 D. 45

8. 已知函数 $f(x) = \frac{\cos x}{e^x - 1}$ ($-\pi \leq x \leq \pi$, 且 $x \neq 0$), 则其大致图象为



9. 若函数 $f(x) = x^2 - ax$ 与函数 $g(x) = \ln x + 2x$ 在公共点处有相同的切线, 则实数 $a =$
 A. -2 B. -1 C. e D. -2e

10. 命题 p : “若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 满足: $AB=DE=x$, $BC=EF=2$, $\cos A = \cos D = \frac{4}{5}$, 则

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ”. 已知命题 p 是真命题, 则 x 的值不可以是

- A. 1 B. 2 C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{7}{3}$
11. 从社会效益和经济效益出发, 某企业追加投入资金进行新兴产业进一步优化建设。根据规划, 本年度追加投入4000万元, 以后每年追加投入将比上年减少 $\frac{1}{4}$, 本年度企业在新兴产业上的收入估计为2000万元, 由于该项建设对新兴产业的促进作用, 预计今后的新兴产业收入每年会比上一年增加1000万元, 则至少经过_____年新兴产业的总收入才会超过追加的总投入。

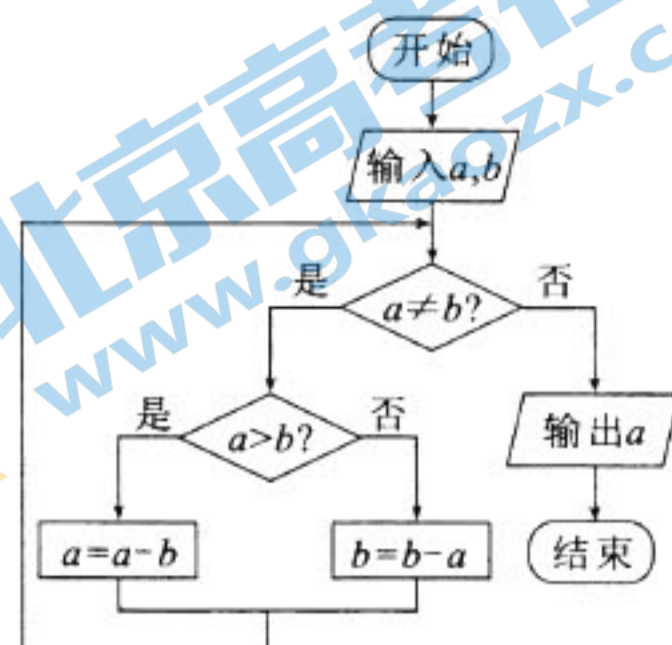
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
12. 已知函数 $f(x) = 4\cos(\omega x - \frac{\pi}{12})$ ($\omega > 0$), $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上的最小值恰为 $-\omega$,

则所有满足条件的 ω 的积属于区间

- A. (1, 4] B. [4, 7]
 C. (7, 13) D. [13, $+\infty$)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. “更相减损术”的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》. 该算法的程序框图如图所示，若输入的 a, b 分别为 21, 14, 则输出的 $a =$ _____.



14. 已知点 $M(-1, 1), N(-2, m)$, 若向量 \overrightarrow{MN} 与 $\mathbf{a} = (m, -2)$ 的方向相反, 则 $|\mathbf{a}| =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 3, \\ (x-6)^2, & x < 3, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) + \cos x - a = 0$ 恰有 2 个不等实根, 则整数 a 的最小值是 _____.

16. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(-x) = f(x+6), f(2-x) + g(x) = 4$, 若 $g(x+1)$ 为奇函数, $f(2) = 3$, 则 $\sum_{k=1}^{31} g(k) =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 且 a_1, a_2, a_4 成等比数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 的首项 $b_1 = 1, b_n + b_{n+1} = (\sqrt{2})^{a_n}$, 求数列 $\{b_{2n}\}$ 的通项公式。

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = \tan(\omega x + \varphi) (\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的最小正周期为 $\frac{8\pi}{3}$, 且 $f(\frac{\pi}{3}) = 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 函数 $y = g(x)$ 的图象是由函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\lambda (\lambda > 0)$ 个单位长度得到, 若 $g(\frac{\pi}{4}) = -f(0)$, 求 λ 的最小值。

19. (12 分)

函数 $f(x) = (2x^2 + m)(x - m + 2)$.

(1) 若 $f(x)$ 为奇函数, 求实数 m 的值;

(2) 已知 $f(x)$ 仅有两个零点, 证明: 函数 $y = f(x) - 3$ 仅有一个零点。

20. (12分)

在斜三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\cos(C-B)\sin A = \cos(C-A)\sin B$.

(1) 证明: $A=B$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{a}{2}$, 求 $\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}$ 的最小值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (\ln x - 2x + a)\ln x$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) \leq \frac{e^x}{x} - x^2 + ax - a$, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

已知曲线 C_1, C_2 的参数方程分别为 $C_1: \begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases}$ (t 为参数), $C_2: \begin{cases} x = 2 + 2\cos \alpha \\ y = 2\sin \alpha \end{cases}$

(α 为参数).

(1) 将 C_1, C_2 的参数方程化为普通方程;

(2) 以坐标原点 O 为极点, 以 x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系. 若射线: $\theta = \frac{\pi}{6}$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点 (异于极点), 点 $P(2, 0)$, 求 $\triangle PAB$ 的面积.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |3x+3| - |x-5|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集 M ;

(2) 若 m 是 $f(x)$ 的最小值, 且正数 a, b, c 满足 $a+b+c+m=0$, 证明:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{3}{4}.$$