2019 北京五中高二（上）期中

数　　学

班级____________姓名____________ 学号___________ 成绩___________

一、选择题

1．已知 $A(-2, 0)$，$B(2, 0)$，平面内一动点 P 满足 $|PA|+|PB|=4$，则动点 P 的轨迹为（　　）

A．圆　　B．直线　　C．椭圆　　D．线段

2．过点 $(-1, 2)$，且长轴长为 6 的椭圆的标准方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{9}+\frac{2y^2}{9}=1$ 或 $\frac{2x^2}{9}+\frac{y^2}{9}=1$　　B．$\frac{x^2}{9}+\frac{2y^2}{9}=1$ 或 $\frac{5x^2}{9}+\frac{y^2}{9}=1$

C．$\frac{x^2}{36}+\frac{35y^2}{144}=1$ 或 $\frac{8x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$　　D．$\frac{x^2}{36}+\frac{35y^2}{144}=1$ 或 $\frac{35x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=1$

3．设 x，$y\in R$，向量 $\vec{a}=(x, 1, 1)$，$\vec{b}=(1, y, 1)$，$\vec{c}=(2, -4, 2)$，且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则 $x+y$ 的值为（　　）

A．-1　　B．1　　C．2　　D．3

4．若曲线 $\frac{x^2}{1-k}+\frac{y^2}{1+k}=1$ 表示椭圆，则 k 的取值范围是（　　）

A．$(1, +\infty)$　　B．$(-\infty, -1)$　　C．$(-1, 1)$　　D．$(-1, 0)\cup(0, 1)$

5．已知以 $A(-2, 0)$，$B(2, 0)$ 为项点的椭圆与直线 $x-y+\sqrt{5}=0$ 有且仅有一个交点，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

6．设 $S_n=2+2^4+2^7+2^{10}+\cdots+2^{3n+10}$，$n\in N^*$，则 $S_n=$（　　）

A．$\frac{2}{7}(8^n-1)$　　B．$\frac{2}{7}(8^{n+1}-1)$　　C．$\frac{2}{7}(8^{n+3}-1)$　　D．$\frac{2}{7}(8^{n+4}-1)$

7．设 $\{a_n\}$ 是首项为正数的等比数列，公比为 q，则“$q<0$”是“对任意的正整数 n，$a_{2n-1}+a_{2n}<0$”的（　　）

A．充要条件　　B．充分而不必要条件　C．必要而不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

8. 设 l_1, l_2, l_3 为空间中三条互相平行且两两间的距离分别为 4，5，6 的直线. 给出下列三个结论：

①$\exists A_i\in l_i\ (i=1,2,3)$，使得 $\Delta A_1A_2A_3$ 是直角三角形；

②$\exists A_i\in l_i\ (i=1,2,3)$，使得 $\Delta A_1A_2A_3$ 是等边三角形；

③三条直线上存在四点 $A_i (i=1,2,3,4)$，使得四面体 $A_1A_2A_3A_4$ 为在一个顶点处的三条棱两两互相垂直的四面体.

其中，所有正确结论的序号是（　　）

A. ①　　　B. ①②　　　C. ①③　　　D. ②③

二、填空题

9．椭圆 $3x^2+8y^2=24$ 的焦点坐标为________.

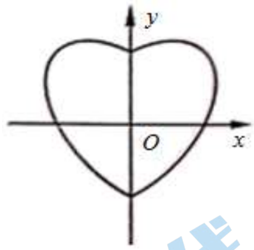
10．已知 $\{a_n\}$ 为等差数列 $a_1+a_3+a_5=9$，$a_2+a_4+a_6=15$，则 $a_3+a_4=$______.

11．已知 $\vec{a}=(2,1,-3)$，$\vec{b}=(-1,2,3)$，$\vec{c}=(7,6,\lambda)$，若 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 三个向量共面，则 $\lambda=$______.

12．椭圆 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的左右焦点分别是 F_1，F_2　椭圆上有一点 P，$\angle F_1PF_2=60$，则三角形 F_1PF_2 的面积为_______.

13．已知 O 为坐标原点，F 为椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的右焦点过点 F 的直线在第一象限与椭圆 C 交与点 P，且△POF 为正三角形，则椭圆 C 的离心率为_______.

14. 数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，曲线 C：$x^2+y^2=1+|x|y$ 就是其中之一（如图）. 给出下列三个结论：



①曲线 C 恰好经过 6 个整点（即横、纵坐标均为整数　点）;

②曲线 C 上任意一点到原点的距离都不超过 $\sqrt{2}$；

③曲线 C 所围成的“心形”区域的面积小于 3.

其中，所有正确结论的序号是_______________.（请将所有正确命题的序号写在横线上）

三、解答题

15．已知 a，b，c 分别为△ABC 三个内角 A，B，C 的对边，$c=\sqrt{3}a\sin C-c\cos A$.

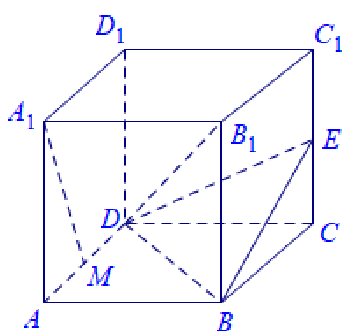
（1）求 A；

（2）若 $a=2$，△ABC 的面积为 $\sqrt{3}$，求 $b+c$.

16．如图正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是 C_1C 的中点，M 是 AD 的中点.

（1）证明：$BE\perp$ 平面 A_1B_1M；

（2）求直线 BD_1 与平面 EBD 所成角的正弦值.

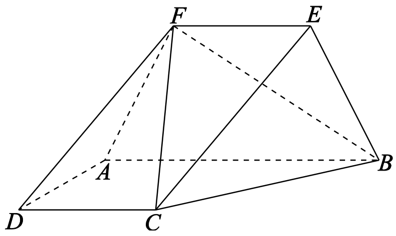


17．设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_1+a_{13}=26$，$S_9=81$ ．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）令 $b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}a_{n+2}}$，$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$ ，若 $30T_n-m\le 0$ 对一切 $n\in N^*$ 成立，求实数 m 的最小值

18．如图，梯形 $ABCD$ 所在的平面与等腰梯形 $ABEF$ 所在的平面互相垂直， $AB//CD//EF$ ，$AB\perp AD$ ． $CD=DA=AF=FE=2$ ， $AB=4$ ．



（Ⅰ）求证： $DF//$ 平面 BCE ；

（Ⅱ）求二面角 $C-BF-A$ 的余弦值；

（Ⅲ）线段 CE 上是否存在点 G ，使得 $AG\perp$ 平面 BCF ？请说明理由．

19．已知椭圆 C: C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，离心率为 $\dfrac{1}{2}$，直线 $l:y=k(x-4)\ (k\neq 0)$ 与椭圆 C 交于不同两点 M,N ．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）求证：直线 MF 的倾斜角与直线 NF 的倾斜角互补．

20．已知集合 $A_{n=}\left\{x_1x_2\cdots\cdots，x_n\middle|x_i\in\{-1,1\}\right\}(i=1,2,\cdots,n).x,y\in A_n$，$x=(x_1,x_2\cdots，x_n)$，$y=(y_1,y_2\cdots，y_n)$，其中 $x_i,y_i\in\{-1,1\}\ (i=1,2,\cdots,n)$ ．定义 $x\odot y=x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n$．若 $x\odot y=0$，则称 x 与 y 正交．

（Ⅰ）若 $x=(1,1,1,1)$，写出 A_4 中与 x 正交的所有元素；

（Ⅱ）令 $B=\{x\odot y|x\in y_n\}$．若 $m\in B$，证明：$m+n$ 为偶数；

（Ⅲ）若 $A\subseteq A_n$，且 A 中任意两个元素均正交，分别求出 $n=8,14$ 时， A 中最多可以有多少个元素．