2022 北京丰台高三二模

数　　学

2022．04

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1．在复平面内，若复数 z 对应的点的坐标为（2，1），则 $\overline{z}=$

（A）$2+\mathrm{i}$　　（B）$2-\mathrm{i}$

（C）$1+2\mathrm{i}$　　（D）$1-2\mathrm{i}$

2．“$x>1$”是“$x^2>1$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

3．函数 $f(x)=2cos^2x-1$ 是

（A）最小正周期为 2π 的偶函数　　（B）最小正周期为 2π 的奇函数

（C）最小正周期为 π 的偶函数　　（D）最小正周期为 π 的奇函数

4．在 $\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中，常数项为

（A）240　　（B）-240　　（C）60　　（D）-60

5．已知两条不同的直线 l,m 与两个不同的平面 α,β，则下列结论中正确的是

（A）若 $l//\alpha,m\perp l$，则 $m\perp\alpha$　　（B）若 $l\perp\alpha,l//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

（C）若 $m\perp\alpha,l\perp m$，则 $l//\alpha$　　（D）若 $\alpha\perp\beta,l\perp\alpha$，，则 $l//\beta$

6．小王每天在 6：30 至 6：50 出发去上班，其中在 6：30 至 6： 40 出发的概率为 0.3，在该时间段出发上班迟到的概率为 0.1；在 6：40 至 6：50 出发的概率为 0.7，在该时间段出发上班迟到的概率为 0.2，则小王某天在 6：30 至 6：50 出发上班迟到的概率为

（A）0.13　　（B）0.17　　（C）0.21　　（D）0.3

7．已知 $a=3^{0.5},b=\log_3 2,c=\tan\dfrac{2\pi}{3}$，则

（A）$a>b>c$　　（B）$b>a>c$

（C）$c>a>b$　　（D）$a>c>b$

8．设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_2<S_3<0$，则下列结论中正确的是

（A）$a_3<0$　　（B）$a_2-a_1<0$

（C）$a_2+a_3<0$　　（D）$a_4>\sqrt{a_3\cdot a_5}$

9．已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$．上单调递减．若 $f(\lg x)>f(1)$，则 x 的取值范围是

(A) $\left(\dfrac{1}{10},1\right)$ (B) $\left(0,\dfrac{1}{10}\right)\cup(1,+\infty)$

(C) $\left(\dfrac{1}{10},10\right)$ (D) $\left(0,\dfrac{1}{10}\right)\cup(10,+\infty)$

10．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右顶点分别为$A_1,A_2$，左、右焦点分别为$F_1,F_2$，以线段$A_1A_2$为直径的圆与双曲线$C$的一条渐近线交于点$M$，且点$M$在第一象限，$A_2M$与另一条渐近线平行．若$|F_1M|=\sqrt{21}$，则$\triangle MA_2F_2$的面积是

(A) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ (B) $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$ (C) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ (D) $\dfrac{7\sqrt{3}}{4}$

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

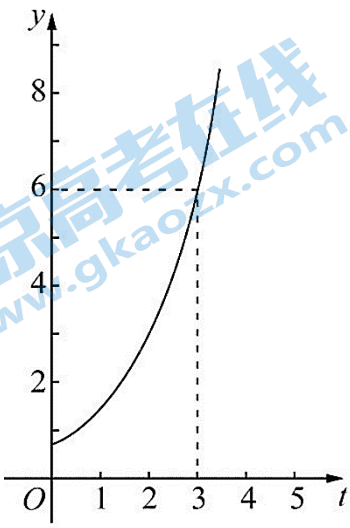
11．已知向量$a=(-2,3),b=(6,m)$．若$a\perp b$，则$m=$_______．

12．已知抛物线$C:x^2=8y$，则抛物线C的准线方程为_______．

13．在$\triangle ABC$中，$a=2,b=\sqrt{3},A=2B$，则$\cos B=$_______．

14．在平面直角坐标系中，已知点$M(2,-2)$，动点N满足$|NM|=1$，记d为点N到直线$l:x+my+1-2m=0$的距离．当m变化时，直线l所过定点的坐标为_______；d的最大值为_______．

15．如图，某荷塘里浮萍的面积y（单位：m²）与时间t（单位：月）满足关系式：$y=a^t\ln a$（a为常数），记$y=f(t)(t\geq 0)$．给出下列四个结论：



①设$a_n=f(n)\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，则数列$\{a_n\}$是等比数列；

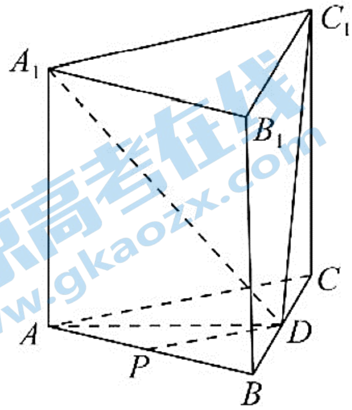
②存在唯一的实数$t_0\in(1,2)$，使得$f(2)-f(1)=f'(t_0)$成立，其中$f'(t)$是$f(t)$的导函数；

③常数$a\in(1,2)$；

④记浮萍蔓延到$2\text{m}^2,3\text{m}^2,6\text{m}^2$所经过的时间分别为$t_1,t_2,t_3$大，则$t_1+t_2>t_3$，其中所有正确结论的序号是_______．

三、解答题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16．（本小题共 13 分）



如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AB$，D 为 BC 的中点，平面 $A_1C_1D\cap$ 平面 $ABC=DP$．

（I）求证：$A_1C_1//DP$；

（II）求平面 A_1C_1D 与平面 AA_1D 夹角的余弦值．

17．（本小题共 14 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，在条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知．

（I）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（II）设数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n．若对任意 $n\in N^*$，不等式 $T_n<m$ 恒成立，求 m 的最小值．

条件①：$a_1=1$ 且 $a_n-2a_{n-1}=0(n\geq 2)$；

条件②：$S_n=2^n-1$；

条件③：$2a_n-S_n=1$．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

18．（本小题共 14 分）

某商家为了促销，规定每位消费者均可免费参加一次抽奖活动，活动规则如下：在一不透明纸箱中有 8 张相同的卡片，其中 4 张卡片上印有“幸”字，另外 4 张卡片上印有“运”字．消费者从该纸箱中不放回地随机抽取 4 张卡片，若抽到的 4 张卡片上都印有同一个字，则获得一张 10 元代金券；若抽到的 4 张卡片中恰有 3 张卡片上印有同一个字，则获得一张 5 元代金券；若抽到的 4 张卡片是其他情况，则不获得任何奖励．

（I）求某位消费者在-一次抽奖活动中抽到的 4 张卡片上都印有“幸”字的概率；

（II）记随机变量 X 为某位消费者在一次抽奖活动中获得代金券的金额数，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$；

（II）该商家规定，消费者若想再次参加该项抽奖活动，则每抽奖一次需支付 3 元．若你是消费者，是否愿意再次参加该项抽奖活动？请说明理由．

19．（本小题共 15 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{ax+1}{e^x}$．

（I）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（II）当 $a\geq 1$ 时，求证：$f(x)\leq(a-1)x+1$；

（III）直接写出 a 的一个取值范围，使得 $f(x)\geq ax^2+(a-1)x+1$ 恒成立．

20．（本小题共 15 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$P\left(2,1\right)$，$P$到椭圆$C$的两个焦点的距离和为$4\sqrt{2}$．

（I）求椭圆C的方程；

（II）设$Q\left(4,0\right)$，R为PQ的中点，作PQ的平行线l与椭圆C交于不同的两点A，B，直线AQ与椭圆C交于另一点M，直线BQ与椭圆C交于另一点N，求证：M，N，R三点共线．

21．（本小题共 14 分）

设$I_1=\left[a_1,b_1\right],I_2=\left[a_2,b_2\right],\cdots,I_n=\left[a_n,b_n\right],I_{n+1}=\left[a_{n+1},b_{n+1}\right]$是$n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$个互不相同的闭区间，若存在实数$x_0$，使得$x_0\in I_i\left(i=1,2,\cdots,n+1\right)$，则称这$n+1$个闭区间为聚合区间，$x_0$为该聚合区间的聚合点．

（I）已知$I_1=[1,3],I_2=[-2,\sin t](0<t<\pi)$为聚合区间，求$t$的值；

（II）已知$I_1=\left[a_1,b_1\right],I_2=\left[a_2,b_2\right],\cdots,I_n=\left[a_n,b_n\right],I_{n+1}=\left[a_{n+1},b_{n+1}\right]$为聚合区间．

（i）设x_0，y_0是该聚合区间的两个不同的聚合点

求证：存在$k,l\in\left\{1,2,\cdots,n+1\right\}$，使得$\left[a_k,b_l\right]\subseteq I_i(i=1,2,\cdots,n+1)$；

（ii）若对任意$p,q(p\neq q$ 且 $p,q\in\{1,2,\cdots,n+1\})$，都有$I_p,I_q$互不包含．

求证：存在不同的$i,j\in\{1,2,\cdots,n+1\}$，使得$b_i-a_j\geqslant\dfrac{n-1}{n}\left(b_i-a_i\right)$．

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	C	A	B	B	A	D	C	C

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．

11．4　　　　12． $y=-2$　　　　13． $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

14． $(-1,2)$；6　　　　15． ①②④

三、解答题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16.（本小题共 13 分）

证明：（I）因为正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，

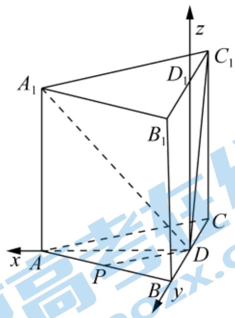
所以平面 $A_1B_1C_1$ // 平面 ABC．

又因为 $A_1C_1\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$，

所以 A_1C_1 // 平面 ABC．

因为平面 $A_1C_1D\cap$ 平面 $ABC=DP$， $A_1C_1\subset$ 平面 A_1C_1D，

所以 A_1C_1 // DP ………………6 分



（II）设 B_1C_1 的中点为 D_1，连接 DD_1，则 DD_1 // CC_1．

因为正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，

所以 $CC_1\perp$ 平面 ABC，且底面 ABC 为等边三角形，

所以 $DD_1\perp$ 平面 ABC， $AD\perp BC$，

由此得 $DD_1\perp BC$， $DD_1\perp DA$．

以点 D 为坐标原点， DA， DB， DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$．

设 $AA_1=2$，易知 $D(0,0,0),A_1(\sqrt{3},0,2),C_1(0,-1,2)$，

所以 $\overrightarrow{DA_1}=(\sqrt{3},0,2),\overrightarrow{DC_1}=(0,-1,2)$．

设平面 A_1C_1D 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DA_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DC_1}=0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\sqrt{3}x+2z=0,\\ -y+2z=0.\end{cases}$

令 $x=2$，则 $y=-2\sqrt{3}$， $z=-\sqrt{3}$，

于是 $\boldsymbol{n}=(2,-2\sqrt{3},-\sqrt{3})$．

易知 $\overrightarrow{DB}=(0,1,0)$ 是平面 AA_1D 的一个法向量．

设平面 A_1C_1D 与平面 AA_1D 的夹角为 θ，

则 $\cos\theta=|\cos\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{DB}\rangle|=\dfrac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DB}|}{|\boldsymbol{n}|\cdot|\overrightarrow{DB}|}=\dfrac{2\sqrt{57}}{19}$，

所以平面 A_1C_1D 与平面 AA_1D 夹角的余弦值为 $\dfrac{2\sqrt{57}}{19}$ ………………13 分

17.（本小题共 14 分）

解：（I）选择条件①：

由题意得 $a_n=2a_{n-1}(n\geqslant 2)$，

且 $a_1=1\neq 0$，所以 $a_n\neq 0$，

所以 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=2$，

即数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，首项 $a_1=1$，公比 $q=2$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$ ………………5 分

选择条件②：

当 $n=1$ 时，由题意得 $a_1=S_1=2-1=1$；

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(2^n-1)-(2^{n-1}-1)$

$=2^{n-1}$.

检验：当 $n=1$ 时，$a_1=2^{1-1}=1$ 依然成立.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=2^{n-1}$.

选择条件③：

当 $n=1$ 时，由题意得 $2a_1-S_1=1$，即 $a_1=1$；

当 $n\geqslant 2$ 时，由 $\begin{cases}2a_n-S_n=1,\\ 2a_{n-1}-S_{n-1}=1,\end{cases}$ 可得 $2a_n-2a_{n-1}-(S_n-S_{n-1})=0$，

即 $a_n=2a_{n-1}$.

又 $a_1=1\neq 0$，所以 $a_n\neq 0$，

所以 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=2$，

即数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，首项 $a_1=1$，公比 $q=2$.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$.

（II）由（I）可得 $\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{1}{2^{n-1}}=(\dfrac{1}{2})^{n-1}$.

所以 $T_n=\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}$

$=(\frac{1}{2})^0+(\frac{1}{2})^1+(\frac{1}{2})^2+\cdots+(\frac{1}{2})^{n-1}$

$=\dfrac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}$

$=2[1-(\frac{1}{2})^n]$.

当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，有 $0<(\frac{1}{2})^n\leqslant\frac{1}{2}$，

所以 $-\frac{1}{2}\leqslant-(\frac{1}{2})^n<0$，

即 $\frac{1}{2}\leqslant1-(\frac{1}{2})^n<1$，

于是 $1\leqslant2(1-(\frac{1}{2})^n)<2$.

因为对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，不等式 $T_n<m$ 恒成立，

所以 $m\geqslant2$，即 m 的最小值为 2.………………14 分

18. （本小题共 14 分）

解：（I）记“某位消费者在一次抽奖活动中抽到的 4 张卡片上都印有“幸”字”为事件 A，

则 $P(A)=\dfrac{1}{C_8^4}=\dfrac{1}{70}$.

所以某位消费者在一次抽奖活动中抽到的 4 张卡片上都印有“幸”字的概率为 $\frac{1}{70}$………………4 分

（II）随机变量 X 的所有可能取值为 10，5，0，

则 $P(X=10)=\dfrac{C_4^4\cdot C_4^0+C_4^0\cdot C_4^4}{C_8^4}=\dfrac{1}{35}$，

$P(X=5)=\dfrac{C_4^3\cdot C_4^1+C_4^1\cdot C_4^3}{C_8^4}=\dfrac{16}{35}$，

$P(X=0)=\dfrac{C_4^2\cdot C_4^2}{C_8^4}=\dfrac{18}{35}$.

所以 X 的分布列为

X	10	5	0
P	$\frac{1}{35}$	$\frac{16}{35}$	$\frac{18}{35}$

$E(X)=10\times\frac{1}{35}+5\times\frac{16}{35}+0\times\frac{18}{35}=\frac{18}{7}$. ………………11 分

（III）方案 1：记随机变量 Y 为消费者在一次抽奖活动中的收益，则 $E(Y)=E(X)-3=-\frac{3}{7}<0$.

因此我不愿意再次参加该项抽奖活动.

方案 2：记“某位消费者在一次抽奖中能获得奖券”为事件 B，

则 $P(B)=\frac{1}{35}+\frac{16}{35}=\frac{17}{35}$.

因为中奖概率不足 $\frac{1}{2}$，因此我不愿意再次参加该项抽奖活动.

方案 3：记“某位消费者在一次抽奖中能获得奖券”为事件 B，

则 $P(B)=\frac{1}{35}+\frac{16}{35}=\frac{17}{35}$.

因为中奖概率接近 $\frac{1}{2}$，因此我愿意再次参加该项抽奖活动..................14 分

19.（本小题共 15 分）

解：（I）当 $a=1$ 时，$f(x)=\frac{x+1}{e^x}$，则 $f'(x)=-\frac{x}{e^x}$.

令 $f'(x)=0$，解得 $x=0$.

随 x 变化 $f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化情况如下表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	单调递增	极大值 1	单调递减

所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty,0)$，单调递减区间是 $(0,+\infty)$.

当 $x=0$ 时，$f(x)$ 取得极大值为 $f(0)=1$..................6 分

（II）当 $a\geqslant 1$ 时，设 $g(x)=\frac{ax+1}{e^x}-(a-1)x-1$，

则 $g'(x)=\frac{-ax+a-1}{e^x}-(a-1)=\frac{-ax+a-1-(a-1)e^x}{e^x}$.

设 $h(x)=-ax+a-1-(a-1)e^x$，则 $h'(x)=-a-(a-1)e^x<0$.

故 $h(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递减.

因为 $h(0)=0$，

所以当 $x<0$ 时，$h(x)>0$，即 $g'(x)>0$，则 $g(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增；

当 $x>0$ 时，$h(x)<0$，即 $g'(x)<0$，则 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减；

所以当 $x=0$ 时，$g(x)$ 取得最大值为 $g(0)=0$.

所以 $g(x)\leqslant g(0)=0$，即 $f(x)\leqslant(a-1)x+1$..................13 分

（III）$a\leqslant 0$（答案不唯一）..................15 分

20．（本小题共 15 分）

解：（I）由题意得 $\begin{cases}2a=4\sqrt{2},\\ \frac{4}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$

解得 $a^2=8$， $b^2=2$.

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$…………………5 分

（II）因为 $P(2,1)$， $Q(4,0)$，且 R 为 PQ 的中点，

所以 $k_{PQ}=-\frac{1}{2}$， $R(3,\frac{1}{2})$.

依题意，设直线 l 的方程为 $y=-\frac{1}{2}x+m$， $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$， $M(x_3,y_3)$， $N(x_4,y_4)$，

所以直线 AQ 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1-4}(x-4)$.

由 $\begin{cases} y=\frac{y_1}{x_1-4}(x-4), \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$ 得 $x^2+\frac{4{y_1}^2(x-4)^2}{(x_1-4)^2}=8$，

即 $({x_1}^2+4{y_1}^2+16-8x_1)x^2-32{y_1}^2x+64{y_1}^2-8(x_1-4)^2=0$.

因为点 A 在椭圆 C 上，所以 ${x_1}^2+4{y_1}^2=8$，

由此得 $(24-8x_1)x^2-32{y_1}^2x+64{y_1}^2-8(x_1-4)^2=0$，

即 $(3-x_1)x^2-4{y_1}^2x+8{y_1}^2-(x_1-4)^2=0$，

所以 $x_1+x_3=\frac{4{y_1}^2}{3-x_1}$，

于是 $x_3=\frac{4{y_1}^2}{3-x_1}-x_1=\frac{{x_1}^2+4{y_1}^2-3x_1}{3-x_1}=\frac{8-3x_1}{3-x_1}$，

所以 $y_3=\frac{y_1}{x_1-4}(x_3-4)=\frac{y_1}{x_1-4}(\frac{8-3x_1}{3-x_1}-4)=\frac{y_1}{3-x_1}$， 即 $M(\frac{8-3x_1}{3-x_1},\frac{y_1}{3-x_1})$，

由此得 $k_{MR}=\dfrac{\frac{y_1}{3-x_1}-\frac{1}{2}}{\frac{8-3x_1}{3-x_1}-3}=-(\frac{1}{2}x_1+y_1)+\frac{3}{2}$.

因为点 A 在 l 上，所以 $\frac{1}{2}x_1+y_1=m$， 即 $k_{MR}=\frac{3}{2}-m$.

同理， $k_{NR}=\frac{3}{2}-m$， 所以 $k_{MR}=k_{NR}$， 故 M， N， R 三点共线…………………15 分

21．（本小题共 14 分）

解：（I）由题意得 $\sin t=1\ (0<t<\pi)$，

解得 $t=\frac{\pi}{2}$…………………4 分

（II）（i）证明：不妨设 $x_0<y_0$.

取 $a_k=\max\{a_1,a_2,\cdots,a_{n+1}\}$， $b_l=\min\{b_1,b_2,\cdots,b_n\}$，

其中 $\max\{x_1,x_2,\cdots,x_s\}$ 表示 $x_1,x_2,\cdots,x_s$ 这 s 个数中最大的数，$\min\{x_1,x_2,\cdots,x_s\}$ 表示 $x_1,x_2,\cdots,x_s$ 这 s 个数中最小的数.

由题意得 $a_k \leqslant x_0 < y_0 \leqslant b_l$.

所以存在 $k,l\in\{1,2,\cdots,n+1\}$，使得 $[a_k,b_l]\subseteq I_i$.

（ii）若存在 $a_s=a_t(s\neq t)$，则 $I_s\subseteq I_t$ 或 $I_t\subseteq I_s$，与已知条件矛盾.

不妨设 $a_1<a_2<\cdots<a_{n+1}$，则 $b_k<b_{k+1}(k=1,2,\cdots,n)$.

否则，若 $b_k\geqslant b_{k+1}$，则 $I_{k+1}\subseteq I_k$，与已知条件矛盾.

取 $l=\min\{a_2-a_1,a_3-a_2,\cdots,a_{n+1}-a_n,b_2-b_1,b_3-b_2,\cdots,b_{n+1}-b_n\}$，

当 $a_{m+1}-a_m=l$ 时，$b_m-b_1=(b_m-b_{m-1})+\cdots+(b_2-b_1)\geqslant(m-1)l$，

$a_{n+1}-a_m=(a_{n+1}-a_n)+\cdots+(a_{m+1}-a_m)\geqslant(n-m+1)l$.

又 $b_1>a_{n+1}$，所以 $a_{n+1}-b_1<0$，

所以 $b_m-a_m\geqslant(b_m-b_1)+(a_{n+1}-a_m)\geqslant nl$，

即 $a_{m+1}-a_m\leqslant\dfrac{b_m-a_m}{n}$，

所以 $b_m-a_{m+1}=b_m-a_m-(a_{m+1}-a_m)\geqslant\dfrac{n-1}{n}(b_m-a_m)$.

此时取 $i=m,j=m+1$，则 $b_i-a_j\geqslant\dfrac{n-1}{n}(b_i-a_i)$.

当 $b_{m+1}-b_m=l$ 时，同理可取 $i=m+1,j=m$，使得 $b_i-a_j\geqslant\dfrac{n-1}{n}(b_i-a_i)$.

综上，存在不同的 $i,j\in\{1,2,\cdots,n+1\}$，使得 $b_i-a_j\geqslant\dfrac{n-1}{n}(b_i-a_i)$……………………14 分

（若用其他方法解题，请酌情给分）

2022 北京高三各区二模试题下载