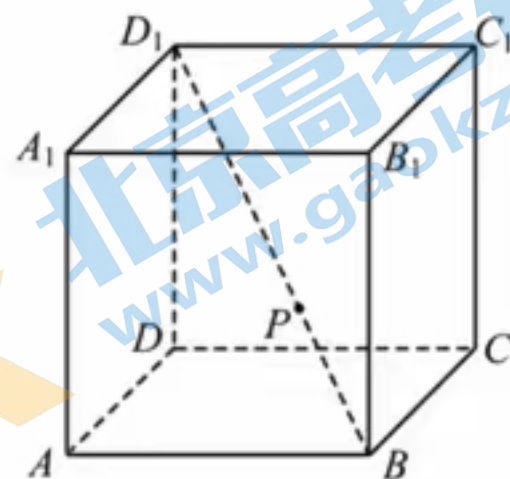


北京一零一中 2022-2023 学年度第一学期高二数学国庆作业二

班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____ 成绩: _____

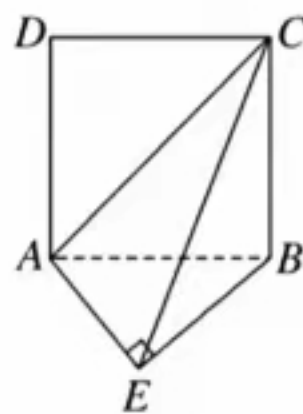
一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0, -1)$, 则下列向量中与 $\mathbf{a}$ 成 60° 夹角的是 ()
 (A) $(-1, 1, 0)$ (B) $(1, -1, 0)$ (C) $(0, -1, 1)$ (D) $(-1, 0, 1)$
2. 已知 AO 为平面 α 的一条斜线, O 为斜足, OB 为 OA 在 α 内的射影, 直线 OC 在 α 内, 且 $\angle AOB = \angle BOC = 45^\circ$, 则 $\angle AOC =$ ()
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 不能确定
3. 已知四棱锥 $O-ABCD$ 中, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 点 M 在 OA 上, 且 $OM = 2MA$, N 为 BC 中点, 则 $\overrightarrow{MN} =$ ()
 (A) $\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{2}{3}\mathbf{b} + \frac{1}{2}\mathbf{c}$ (B) $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{c}$ (C) $-\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{1}{2}\mathbf{c}$ (D) $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{c}$
4. 若直线 l 的方向向量为 $\mathbf{a} = (1, -5, 7)$, 平面 α 的法向量为 $\mathbf{n} = (-2, 1, 1)$, 则 ()
 (A) $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ (B) $l \perp \alpha$ (C) $l \not\subset \alpha$ (D) l 与 α 斜交
5. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为对角线 BD_1 的三等分点, P 到各顶点的距离的不同取值有 ()



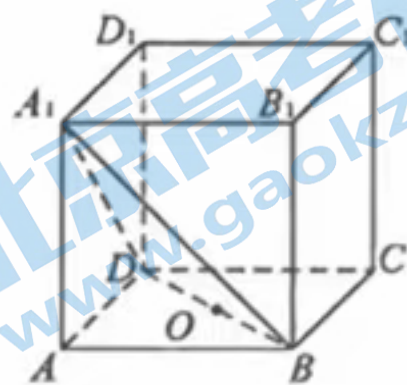
- (A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个

6. 如图所示, 在直二面角 $D-AB-E$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $\triangle AEB$ 是等腰直角三角形, 其中 $\angle AEB = 90^\circ$, 则点 D 到平面 ACE 的距离为 ()



- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $2\sqrt{3}$

7. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 O 为线段 BD 的中点. 设点 P 在线段 CC_1 上, 直线 OP 与平面 A_1BD 所成的角为 α , 则 $\sin \alpha$ 的取值范围是 ()

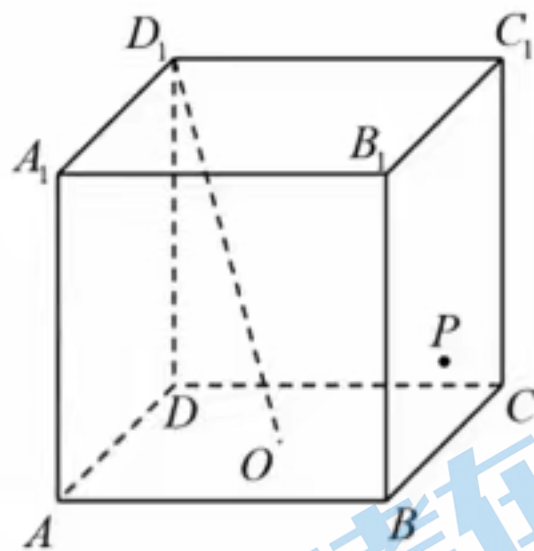


- (A) $[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$ (B) $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 1]$ (C) $[\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}]$ (D) $[\frac{2\sqrt{2}}{3}, 1]$

8. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $A(2, 0, 0)$, $B(2, 2, 0)$, $C(0, 2, 0)$, $D(1, 1, \sqrt{2})$, 若 S_1, S_2, S_3 分别是三棱锥 $D-ABC$ 在 xOy, yOz, zOx 坐标平面上的正投影图形的面积, 则 ()

- (A) $S_1 = S_2 = S_3$ (B) $S_2 = S_1$ 且 $S_2 \neq S_3$
(C) $S_3 = S_1$ 且 $S_3 \neq S_2$ (D) $S_3 = S_2$ 且 $S_3 \neq S_1$

9. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 O 为底面 $ABCD$ 的中心, 点 P 在侧面 BB_1C_1C 的边界及其内部运动. 若 $D_1O \perp OP$, 则 $\triangle D_1C_1P$ 面积的最大值为 ()



- (A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (B) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{5}$

10. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 动点 M 在线段 A_1C 上, E, F 分别为 DD_1, AD 的中点. 若异面直线 EF 与 BM 所成的角的大小为 θ , 则 θ 的取值范围是 ()

- (A) $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ (B) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ (C) $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ (D) $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

二、填空题共 5 小题。

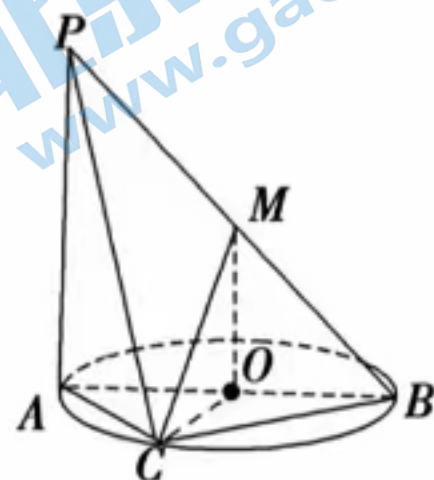
11. 已知 E, F 分别是空间四边形 $ABCD$ 对角线 AC, BD 的中点, 若 $AB = 2, CD = 4, EF \perp AB$, 则 EF 与 CD 所成角的大小为 _____.

12. 已知 $A(4, 1, 3), B(2, 3, 1), C(3, 7, -5)$, 点 $D(x, -1, 3)$ 在平面 ABC 内, 则 $x =$ _____.

13. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1, -1, 2), B(5, -6, 2), C(1, 3, -1)$, 则 AC 边上的高 BD 的长为 _____.

14. 二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小是 45° , 线段 $AB \subset \alpha, B \in l, AB$ 与 l 所成的角为 30° . 则 AB 与平面 β 所成的角的正弦值是 _____.

15. 如图所示, AB 为圆 O 的直径, 点 C 在圆周上 (异于点 A, B), 直线 PA 垂直于圆 O 所在的平面, 点 M 为线段 PB 的中点. 有以下四个命题: ① $PA \parallel$ 平面 MOB ; ② $MO \parallel$ 平面 PAC ; ③ $OC \perp$ 平面 PAC ; ④ 平面 $PAC \perp$ 平面 PBC . 其中正确的命题是 _____. (填上所有正确命题的序号)

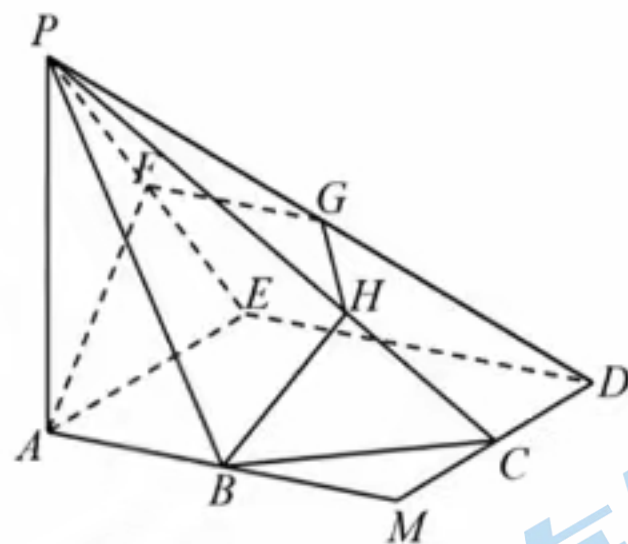


三、解答题共 3 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

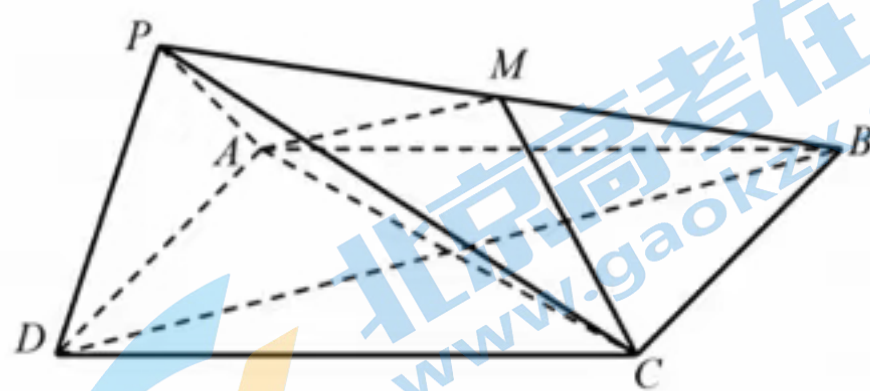
16. 如图, 正方形 $AMDE$ 的边长为 2, B, C 分别为 AM, MD 的中点. 在五棱锥 $P-ABCDE$ 中, F 为棱 PE 的中点, 平面 ABF 与棱 PD, PC 分别交于点 G, H .

(1) 求证: $AB \parallel FG$;

(2) 若 $PA \perp$ 底面 $ABCDE$, 且 $AF \perp PE$, 求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小, 并求线段 PH 的长.



17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 点 M 在线段 PB 上, $PD \parallel$ 平面 MAC , $PA = PD = \sqrt{6}$, $AB = 4$.



- (1) 求证: M 为 PB 的中点;
- (2) 求二面角 $B-PD-A$ 的大小;
- (3) 求直线 MC 与平面 BDP 所成角的正弦值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！



微信搜一搜



京考一点通