北京市朝阳区 2023~2024 学年度第一学期期中质量检测

高三数学

2023.11

（考试时间 120 分钟　　满分 150 分）

本试卷分为选择题 40 分和非选择题 110 分

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知全集 $U=\mathbf{Z}$，集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid -2<x<2\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$

(A) $\{-1,2\}$　　(B) $\{1\}$　　(C) $\{0,1\}$　　(D) $\{2\}$

(2) 下列函数中，既是奇函数又在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

(A) $y=\lg x$　　(B) $y=x^3$　　(C) $y=x+\dfrac{1}{x}$　　(D) $y=2^x+2^{-x}$

(3) 若 $\sin\theta=\sqrt{5}\cos\theta$，则 $\tan 2\theta=$

(A) $-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　(C) $-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　(D) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(4) 已知 $a=\log_5 0.5$，$b=5^{0.5}$，$c=0.5^{0.6}$，则

(A) $a<c<b$　　(B) $a<b<c$　　(C) $c<a<b$　　(D) $b<c<a$

(5) 函数 $y=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象的一条对称轴是

(A) $x=-\dfrac{\pi}{6}$　　(B) $x=0$　　(C) $x=\dfrac{\pi}{6}$　　(D) $x=\dfrac{\pi}{2}$

(6) 设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x(1+x)>0$”是“$0<x<1$”的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

(7) 已知平面内四个不同的点 A,B,C,D 满足 $\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}$，则 $\dfrac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{BC}|}=$

(A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) $\dfrac{3}{2}$　　(C) 2　　(D) 3

(8) 已知一个圆锥的高与其底面圆的半径相等，且体积为 $\dfrac{8\pi}{3}$. 在该圆锥内有一个正方体，其下底面的四个顶点在圆锥的底面内，上底面的四个顶点在圆锥的侧面上，则该正方体的棱长为

(A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) 1　　(C) $2-\sqrt{2}$　　(D) $4-2\sqrt{2}$

(9) 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|x+1|-1, & x\in(-\infty,0),\\ \ln(x+1), & x\in[0,+\infty),\end{cases}$ $g(x)=x^2-4x-4$. 设 $b\in\mathbf{R}$，若存在 $a\in\mathbf{R}$，使得 $f(a)+g(b)=0$，则实数 b 的取值范围是

(A) $[-1,5]$　　(B) $(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$

(C) $[-1,+\infty)$　　(D) $(-\infty,5]$

(10) 已知点集 $\Lambda=\{(x,y)\mid x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$，$S=\{(a,b)\in\Lambda\mid 1\leqslant a\leqslant 5,1\leqslant b\leqslant 5\}$. 设非空点集 $T\subseteq\Lambda$，若对 S 中任意一点 P，在 T 中存在一点 Q（Q 与 P 不重合），使得线段 PQ 上除了点 P,Q 外没有 Λ 中的点，则 T 中的元素个数最小值是

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

第二部分（非选择题　共 110 分）

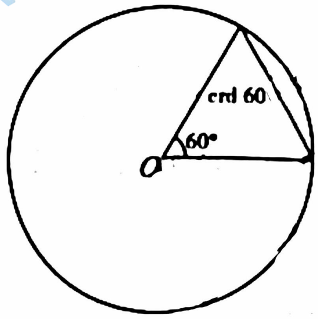
二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 已知函数 $f(x)=\sin\pi x+\cos\pi x$，则 $f(x)$ 的最小正周期是________.

(12) 已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})=2$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为________.

(13) 设公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n（$n\in\mathbf{N}^*$），能说明“若 $d<0$，则数列 $\{S_n\}$ 是递减数列”为假命题的一组 a_1,d 的值依次为________.

(14)古希腊数学家托勒密对三角学的发展做出了重要贡献，他的《天文学大成》包含一张弦表(即不同圆心角的弦长表)，这张表本质上相当于正弦三角函数表.托勒密把圆的半径60等分，用圆的半径长的$\frac{1}{60}$作为单位来度量弦长.将圆心角α所对的弦长记为crd α.如图，在圆O中，$60°$的圆心角所对的弦长恰好等于圆O的半径，因此$60°$的圆心角所对的弦长为60个单位，即crd $60° = 60$.若θ为圆心角，$\cos\theta = \frac{1}{4}(0°<\theta<180°)$，则crd $\theta =$______.



(15)如图，在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点M为AD的中点，点N是侧面DCC_1D_1上(包括边界)的动点，且$B_1D \perp MN$，给出下列四个结论：

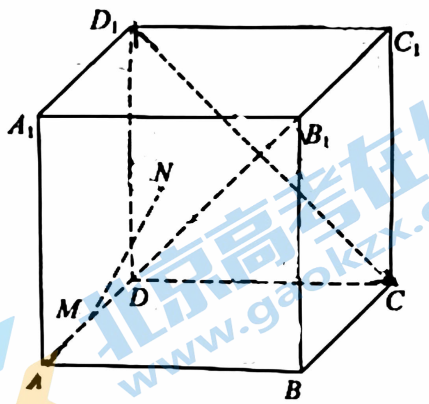
① 动点N的轨迹是一段圆弧；

② 动点N的轨迹与CD_1没有公共点；

③ 三棱锥$N-B_1BC$的体积的最小值为$\frac{1}{12}$；

④ 平面BMN截该正方体所得截面的面积的最大值为$\frac{9}{8}$.

其中所有正确结论的序号是______.



三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16)(本小题 13 分)

已知 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列，其前 n 项和为 $S_n(n\in\mathbf{N}^*)$，满足 $a_2=6$，$S_3=26$.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n；

(Ⅱ)若 $S_n+a_n>2024$，求 n 的最小值.

(17)(本小题 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中，$b^2+c^2-a^2=bc$.

(Ⅰ)求 $\angle A$；

(Ⅱ)再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择两个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①：$\cos B=\dfrac{11}{14}$；

条件②：$a+b=12$；

条件③：$c=12$.

注：如果选择的条件不符合要求，第(Ⅱ)问得 0 分；如果选择多组符合要求的条件分别解答，按第一组解答计分.

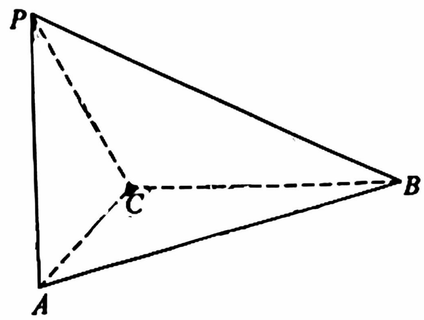
(18)(本小题 15 分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$PA=AC=BC=2$，$PB=2\sqrt{3}$.

(Ⅰ)求证：$BC\perp$ 平面 PAC；

(Ⅱ)求二面角 $A-PB-C$ 的大小；

(Ⅲ)求点 C 到平面 PAB 的距离.



(19)(本小题 14 分)

已知函数 $f(x)=e^x-\sin x-ax^2(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若 $a=0$,求 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值和最大值;

(Ⅱ)若 $a<\frac{1}{2}$,求证:$f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值.

(20)(本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=mx\ln x-x^2+1(m\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)当 $m=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(Ⅱ)若 $f(x)\leqslant 0$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上恒成立,求 m 的取值范围;

(Ⅲ)试比较 $\ln 4$ 与 $\sqrt{2}$ 的大小,并说明理由.

(21)(本小题 15 分)

已知 $A_m=\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,m} \end{pmatrix}$ $(m\geqslant 2)$ 是 m^2 个正整数组成的 m 行 m 列的数表,

当 $1\leqslant i<s\leqslant m, 1\leqslant j<t\leqslant m$ 时,记 $d(a_{i,j},a_{s,t})=|a_{i,j}-a_{s,j}|+|a_{s,j}-a_{s,t}|$.设 $n\in\mathbf{N}^*$,若 A_m 满足如下两个性质:

① $a_{i,j}\in\{1,2,3,\cdots,n\}$ $(i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,m)$;

②对任意 $k\in\{1,2,3,\cdots,n\}$,存在 $i\in\{1,2,\cdots,m\}$, $j\in\{1,2,\cdots,m\}$,使得 $a_{i,j}=k$,

则称 A_m 为 Γ_n 数表.

(Ⅰ)判断 $A_3=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 是否为 Γ_3 数表,并求 $d(a_{1,1},a_{2,2})+d(a_{2,2},a_{3,3})$ 的值;

(Ⅱ)若 Γ_2 数表 A_4 满足 $d(a_{i,j},a_{i+1,j+1})=1$ $(i=1,2,3; j=1,2,3)$,求 A_4 中各数之和的最小值;

(Ⅲ)证明:对任意 Γ_4 数表 A_{10},存在 $1\leqslant i<s\leqslant 10, 1\leqslant j<t\leqslant 10$,使得 $d(a_{i,j},a_{s,t})=0$.

(考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效)

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！