数　学（文科）

本试卷共 4 页，全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y=\dfrac{1}{\ln(1-x)}$ 的定义域为

A. $(-\infty,0)\cup(0,1)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(0,1)$　　D. $[-1,1)$

2. 设集合 $A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|1<2^x<16\}$，则集合 $A\cup B=$

A. $\{x|0<x<3\}$　　B. $\{x|-1<x<3\}$　　C. $\{x|1<x<3\}$　　D. $\{x|-1<x<4\}$

3. 复数 $z=3+i+\dfrac{a}{3+i}(a\in\mathbf{R})$ 的实部为 0，则 z 的虚部为

A. 3　　B. 2　　C. 3i　　D. 2i

4. “$a<0$ 且 $b<0$”是“$a+b<2\sqrt{ab}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)\left(-\dfrac{\pi}{2}<\varphi\leq\dfrac{\pi}{2}\right)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上恰有 3 个零点，则 φ 可以为

A. $\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $-\dfrac{\pi}{6}$　　D. $-\dfrac{\pi}{3}$

6. 函数 $f(x)=x^n(x+1)(n\in\mathbf{N})$ 有两个极值点，则 n 的最小值为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

7. 已知曲线 $C_1:y=\sin2x-\cos2x$，曲线 $C_2:y=\sin2x+\cos2x$，则下面结论正确的是

A. 将曲线 C_1 向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位，可得 C_2　　B. 将曲线 C_1 向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位，可得 C_2

C. 将曲线 C_1 向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位，可得 C_2　　D. 将曲线 C_1 向左平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位，可得 C_2

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，记 $b_n=2a_{n+1}-a_n$，数列 $\{b_n\}$ 中存在连续三项构成等差数列，q 为

A. 2 或 $\dfrac{1}{2}$　　B. 1 或 2　　C. 1 或 $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

9. 下列有 3 个命题：

p_1：向量 $\overrightarrow{OA}=(x_1,y_1)$，$\overrightarrow{OB}=(x_2,y_2)$，则 $\triangle OAB$ 面积 $S=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$；

p_2：对任意三角形，存在两个内角 α,β，使得 $\sin\alpha<\cos\beta$；

p_3：两个向量 a,b，若 $a//b$，则存在 $\lambda\in\mathbf{R}$，$a=\lambda b$，

其中真命题个数是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10. 已知实数 $m,n\in[1,2]$，那么 $\frac{m-n}{m+n}$ 的取值范围是

A. $[\frac{1}{2},2]$　　B. $[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}]$　　C. $[0,\frac{1}{3}]$　　D. $[-\frac{1}{3},0]$

11. 三个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{c}|=3$，则 $|2\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的最大值和最小值分别为

A. 9，3　　B. 6，3　　C. 9，4　　D. 6，4

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$a_1=-100$，$a_{n+1}=|a_n-2|+2a_n+2$，满足 $S_n>0$ 的最小 n 值为

A. 31　　B. 32　　C. 33　　D. 34

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$，$\boldsymbol{b}=(m,2)$，若 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，则 $m=$________.

14. 函数 $f(x)=ax^2-2x+1$ 仅有一个零点，则实数 a 的取值范围是________.

15. 对于正数 x,y 满足 $x+y=3$，则 $\frac{1}{x}-y$ 的最小值为________.

16. 已知三角形的重心到三条边的距离分别为 3，4，6，则这个三角形的面积为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

设 $m\in\mathbf{R}$，命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}^+$，$x+\frac{2}{x}\geqslant 2\sqrt{2}m$；命题 q：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2-mx_0+1=0$.

（1）若 p 为真命题，求 m 的最大值；

（2）若 $p\vee q$ 为真命题，且 $p\wedge q$ 为假命题，求 m 的取值范围.

18. (12 分)

已知等差数列$\{a_n\}$的前两项都是方程$2\sin x=\sqrt{3}$的根，$0<a_1<a_2<2\pi$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项；

(2)设$b_n=\dfrac{\pi^2}{a_na_{n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$，求数列$\{b_n\}$的前100项和$S_{100}$.

19. (12 分)

已知无穷数列$\{a_n\}$各项均不为0，记向量$\overrightarrow{p_n}=(a_n,a_{n+1}),(n\in\mathbf{N}^*)$，可得一个向量序列$\{\overrightarrow{p_n}\}$.

(1)若$\{\overrightarrow{p_n}\}$是一组平行向量，证明$\{a_n\}$是等比数列；

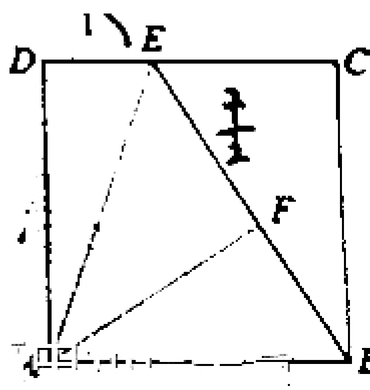
(2)若$a_n=2n-1$，记向量$\overrightarrow{T_n}=\overrightarrow{p_1}+\overrightarrow{p_2}+\overrightarrow{p_3}+\cdots+\overrightarrow{p_n}$，如果$\overrightarrow{T_n}/\!/\overrightarrow{p_5}$，求$n$的值.

20. (12 分)

如图所示，正方形$ABCD$的边长为2，边CD上有一个动点E，AF垂直BE于F.

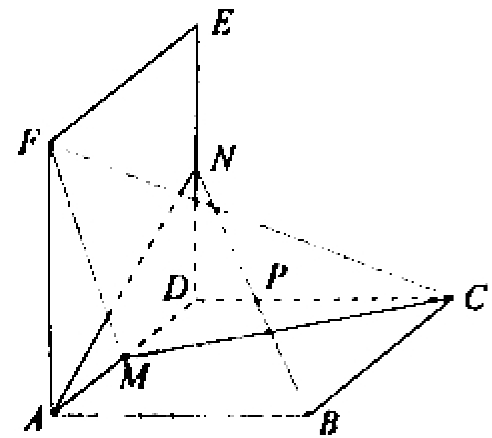
(1)若$DE=1$，求AF的长；

(2)求$\tan\angle EAF$的最小值.



21. (12 分)

如图,已知平面 $ABCD\perp$ 平面 $ADEF$,四边形 $ABCD$ 和 $ADEF$ 都是正方形,点 M,N 分别是 AD 和 DE 中点,直线 BN 交平面 FMC 于点 P.



(1)求证:平面 $ABN\perp$ 平面 FMC;

(2)求 $\dfrac{PB}{PN}$ 的值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x+\dfrac{a}{x-1}(a>0)$ 有两个极值点 $\alpha,\beta(\alpha<\beta)$,且 $\alpha^2+\beta^2>\dfrac{17}{4}$.

(1)求实数 a 的范围;

(2)求证:$f(\beta)-f(\alpha)>\dfrac{5}{2}$.

2022 届高三第三次联考文数参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	B	A	D	C	B	C	B	B	A	B

1.【解析】根据题意得 $\begin{cases}1-x>0\\1-x\neq1\end{cases}$，解得 $x<1$ 且 $x\neq0$，即所求定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,1)$.

2.【解析】可求得 $B=\{x\mid0<x<4\}$，$A=\{x\mid-1<x<3\}$，$A\cup B=\{x|-1<x<4\}$.

3.【解析】$z=3+i+\frac{a(3-i)}{10}=3+\frac{3a}{10}+(1-\frac{a}{10})i, a=-10, z=2i$.

4.【解析】充分性是显然的,当 $a+b<2\sqrt{ab}$ 成立时，$ab\geq0$,则 $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$(不合题意)或 $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$ 或 $ab=0$

当 $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$ 符合题意；当 $ab=0$，$a+b<0$ 不合题意.

5.【解析】$f(x)$周期为π为区间 $[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$ 的长度.所以 $-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}$ 都是零点，$\varphi=\frac{2\pi}{3}$ 或 $-\frac{\pi}{3}$ 或 $-\frac{4\pi}{3}$.

6.【解析】$f'(x)=(n+1)x^{n-1}(x+\frac{n}{n+1})=0$,当 n≥2 时，方程才有两个解.且 n 为偶数，f(x)有两个极值点.

7.【解析】$C_1: y=\sin2x-\cos2x=\sqrt{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)$

$C_2: y=\cos2x+\sin2x=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)$,所以将曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位,可得 C_2.

8.【解析】设 $2b_{k+1}=b_k+b_{k+2}$ 等差，$4a_{k+2}-2a_{k+1}=2a_{k+1}-a_k+2a_{k+3}-a_{k+2}$

$5a_{k+2}-4a_{k+1}=2a_{k+3}-a_k \Leftrightarrow 2q^3-5q^2+4q-1=0 \Leftrightarrow (2q-1)(q-1)^2=0$，$q=1,\frac{1}{2}$.

9.【解析】P_1: $S=\frac{1}{2}\sqrt{\vec{a}^2\vec{b}^2-(\vec{a}\vec{b})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(x_1^2+y_1^2)(x_2^2+y_2^2)-(x_1x_2+y_1y_2)^2}=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$，真命题；

P_2:举反例等边三角形，假命题;P_3:举反例 $\vec{a}\neq\vec{0},\vec{b}=\vec{0}$；

10.【解析】记点 P(m,n),设 $k=\frac{n}{m}\in[\frac{1}{2},2]$, $\frac{m-n}{m+n}=\frac{1-k}{1+k}=\frac{2}{1+k}-1\in[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}]$.

11.【解析】$|2\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}|\leq|2\vec{c}|+|\vec{a}|+|\vec{b}|=9$，当向量 $\vec{a},\vec{b},-\vec{c}$ 同向时，取等号；

$|2\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}|\geq|2\vec{c}|-|\vec{a}|-|\vec{b}|=3$，当向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 同向时，取等号.

12.【解析】$a_{n+1}=\begin{cases}3a_n, a_n-2\geq0\\a_n+4, a_n-2<0\end{cases}=\begin{cases}3a_n, a_n\geq2\\a_n+4, a_n<2\end{cases}$, $-100+(n-1)4<2, n\leq26$, $a_n=\begin{cases}4n-104, n\leq27\\4\cdot3^{n-27}, n\geq27\end{cases}$

$S_{26}=\frac{(-100+0)26}{4}=-650$, $a_{27}+a_{28}+\ldots+a_n=4+4\cdot3+\ldots+4\cdot3^{n-27}=\frac{4(1-3^{n-26})}{1-3}>650$

$3^{n-26}>326$, $n-26\geq6, n\geq32$

13.【答案】$\pm\sqrt{2}$【解析】因为 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，所以 $m^2=2$，故 $m=\pm\sqrt{2}$

14 【答案】$\{0,1\}$【解析】当 $a=0$ 时，$f(x)=-2x+1$，当 $a\neq 0$ 时，$\Delta=4-4a=0, a=1$，$f(x)=(x-1)^2$

15 【答案】-1【解析】$\frac{1}{x}-y=\frac{1}{x}-(3-x)=x+\frac{1}{x}-3\geq -1$，取等号的条件是 $x=1$

16 【答案】$\frac{144}{5}\sqrt{15}$【解析】ΔABC 的三条边 a,b,c 上的高分别为 $9,12,18$，面积记为 S，则

$$a=\frac{2S}{9},b=\frac{2S}{12},c=\frac{2S}{18},\cos C=\frac{\frac{4S^2}{81}+\frac{4S^2}{144}-\frac{4S^2}{324}}{2\frac{2S}{9}\frac{2S}{12}}=\frac{7}{8},\sin C=\frac{\sqrt{15}}{8},S=\frac{1}{2}\frac{2S}{9}\frac{2S}{12}\frac{\sqrt{15}}{8},S=\frac{144}{5}\sqrt{15}.$$

17. 【解析】(1) p 为真命题等价于 $(x+\frac{2}{x})_{\min}\geq 2\sqrt{2}m$.

而 $x+\frac{2}{x}\geq 2\sqrt{2}$，当且仅当 $x=\sqrt{2}$ 时等号成立，所以 $x+\frac{2}{x}$ 的最小值是 $2\sqrt{2}$. 3 分

于是 $2\sqrt{2}\geq 2\sqrt{2}m, m\leq 1$. 故 m 的最大值是 1 ------------------------------------5 分

(2) 因为 $p\vee q$ 为真命题，且 $p\wedge q$ 为假命题，所以 p、q 一真一假.

当 q 为真命题时，$\Delta=m^2-4\geq 0$, 所以 $m\leq -2$ 或 $m\geq 2$.

若 p 真 q 假，则 $\begin{cases} m\leq 1 \\ -2<m<2 \end{cases}$，解得 $-2<m\leq 1$ ------------------------------7 分

若 p 假 q 真，则 $\begin{cases} m>1 \\ m\leq -2\text{或}m\geq 2 \end{cases}$，解得 $m\geq 2$.

综上可知，m 的取值范围是 $(-2,1]\cup[2,+\infty)$. ------------------------------10 分

18 【解析】(1) $\sin\alpha_1=\sin\alpha_2=\frac{\sqrt{3}}{2}, 0<\alpha_1<\alpha_2<2\pi, \alpha_1=\frac{\pi}{3}, \alpha_2=\frac{2}{3}\pi, \alpha_n=\frac{n\pi}{3}$ ------------------6 分

(2) $b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{9}{n(n+1)}=9(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$,

$S_{100}=9(1-\frac{1}{101})=\frac{900}{101}$ --12 分

19. 【解析】(1)证明:对任意正整数 n,由 $\overrightarrow{p_n}\parallel\overrightarrow{p_{n+1}}$，可知 $a_{n+1}^2=a_na_{n+2}, a_n\neq 0$. ------------------------2 分

所以 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$，故 $\{a_n\}$ 是等比数列。------------------------------------4 分

(2) 由 $a_n=2n-1$，所以 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和 $S_n=n^2$, 公差为 $d=2$. ------------------------6 分

$\overrightarrow{T_n}=\overrightarrow{p_1}+\overrightarrow{p_2}+\overrightarrow{p_3}+\ldots+\overrightarrow{p_n}=(S_n,S_n+nd)=n(n,n+2)$. ----------------------8 分

$\overrightarrow{p_n}=(2n-1,2n+1)$, $\overrightarrow{p_5}=(9,11)$. ------------------------------------10 分

T_n 中 p_9，$\frac{n}{9}=\frac{n+2}{11}$，解得 $n=9$ --12 分

20 【解析】(1) $DE=1, AE=\sqrt{5}$

$\angle AEF=2\angle EAD$，$\sin\angle AEF=2\sin\angle DAE\cdot\cos\angle DAE=2\frac{1}{\sqrt{5}}\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$

$AF=AE\cdot\sin\angle AEF=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ --6 分

(2)设 DE＝x,0≤x≤2.(也可建立直角坐标系，用斜率解决)

$\tan\angle EAB=\frac{2}{x}, \tan\angle EBA=\frac{2}{2-x}, \tan\angle FAB=\frac{1}{\tan\angle EBA}=\frac{2-x}{2}$

$\tan\angle EAF=\tan(\angle EAB-\tan\angle FAB)=\frac{\frac{2}{x}-\frac{2-x}{2}}{1+\frac{2}{x}\cdot\frac{2-x}{2}}=\frac{(x-1)^2+3}{4}\geq\frac{3}{4}$(当 x=1 时取等号) ---------------12 分

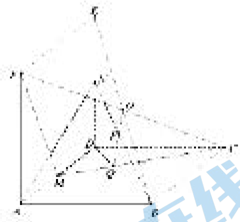
21 【解析】(1)平面 $ABCD$⊥平面 $ADEF$,AB⊥平面 $ADEF$，DE⊥平面 $ABCD$ ------------------------------2 分

在正方形 $ADEF$ 中，$AN\perp FM$， ------------------------------3 分

又 $AB\perp$ 平面 $ADEF$，得 $AB\perp FM$，

所以 $FM\perp$ 平面 ABN ------------------------------5 分

从而，平面 $ABN\perp$ 平面 FMC ------------------------------6 分



(2)方法 1 EF 与 BC 平行且相等，所以四边形 $BCEF$ 为矩形，

连 BE 交 FC 于 O，连 BD 交 MC 于 Q，连 OQ 交 BN 于 P ----------------8 分

ΔQDM 与 ΔQBC 相似，所以 $QB=2QD$，$BQ=\frac{2}{3}BD$， ------------------------------10 分

ON∥BD,$BD=2ON$，ΔPON 与 ΔPQB 相似，$\frac{PB}{PN}=\frac{QB}{ON}=\frac{4}{3}$ ------------------------------12 分

方法 2 设正方形 $ABCD$ 边长为 2

$S_{\Delta BMC}=\frac{1}{2}\cdot 2^2=2, S_{\Delta FMN}=S_{ADEF}-S_{\Delta AMF}-S_{\Delta EFN}-S_{\Delta DMN}=4-1-1-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\frac{PB}{PN}=\frac{V_{B-FMC}}{V_{N-FMC}}=\frac{V_{F-BMC}}{V_{C-FMN}}=\frac{S_{\Delta BMC}}{S_{\Delta FMN}}=\frac{4}{3}$

22 【解析】(1) $f'(x)=\frac{x^2-(a+2)x+1}{x(x-1)^2}$， ------------------------------2 分

$\begin{cases}\alpha+\beta=2+a\\ \alpha\beta=1\end{cases}$， ------------------------------4 分

而 $\alpha^2+\beta^2>\frac{17}{4}$，得 $a>\frac{1}{2}$， ------------------------------6 分

(2)由 $f'(x)=0$，得 $a+2=x+\frac{1}{x}>\frac{5}{2}$，解得 $0<x<\frac{1}{2}$ 或 $x>2$，……………………………………8 分

所以 $0<\alpha<\frac{1}{2},\beta>2$，

$$f(\beta)-f(\alpha)=\ln\beta+\frac{a}{\beta-1}-\ln\alpha-\frac{a}{\alpha-1}=\ln\frac{\beta}{\alpha}+\frac{a(\alpha-\beta)}{(\beta-1)(\alpha-1)}=\ln\beta^2-(\alpha-\beta)$$

$f(\beta)-f(\alpha)=2\ln\beta+\beta-\frac{1}{\beta}(\beta>2)$． ……………………………………10 分

设 $g(x)=2\ln x+x-\frac{1}{x}(x>2)$，$g'(x)=\frac{2}{x}+1+\frac{1}{x^2}=\frac{(x+1)^2}{x^2}>0$，$g(x)$在$(2,+\infty)$上递增，

$f(\beta)-f(\alpha)=2\ln\beta+\beta-\frac{1}{\beta}>g(2)=\frac{3}{2}+2\ln 2>\frac{5}{2}$ ……………………………………12 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ＂ 精益求精、专业严谨 ＂ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯