

2023 北京三十五中初三（上）期中

数 学

考生 须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。 2. 考试时间 120 分钟。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
----------	---

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列四个图形中，是中心对称图形的是（ ）.



A.



B.



C.



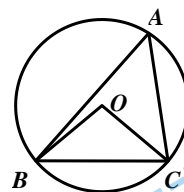
D.

2. 抛物线 $y = (x+2)^2 + 1$ 的顶点坐标是（ ）.

- A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 2)$ C. $(-2, -1)$ D. $(-1, -2)$

3. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BOC = 100^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为（ ）.

- A. 30° B. 80° C. 50° D. 100°



4. 下列方程中，有两个相等的实数根的方程是（ ）.

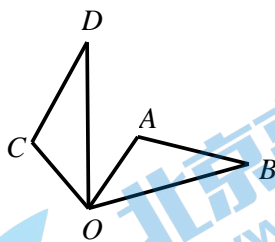
- A. $x^2 + 3x = 0$ B. $x^2 + 2x - 1 = 0$
 C. $x^2 + 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - x + 3 = 0$

5. 将抛物线 $y = 5x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到的新抛物线的表达式为（ ）.

- A. $y = 5(x-2)^2 + 1$ B. $y = 5(x+2)^2 + 1$
 C. $y = 5(x-2)^2 - 1$ D. $y = 5(x+2)^2 - 1$

6. 如图， $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 75° ，得到 $\triangle OCD$ ，若 $\angle AOB = 40^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 等于（ ）.

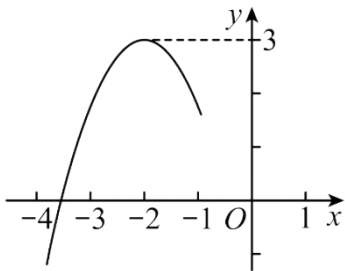
- A. 115° B. 75° C. 40° D. 35°



7. 一元二次方程 $x^2 - 8x - 1 = 0$ 经过配方后可变形为（ ）.

- A. $(x+4)^2 = 15$ B. $(x+4)^2 = 17$ C. $(x-4)^2 = 15$ D. $(x-4)^2 = 17$

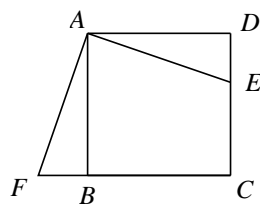
8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 对称轴是 $x = -2$, 抛物线与 x 轴的一个交点在点 $(-4, 0)$ 和点 $(-3, 0)$ 之间, 其部分图像如图所示, 下列结论: ① $4a - b = 0$, ② $b^2 + 2b > 4ac$, ③ $a + b + c < 0$, ④若点 $(-5, n)$ 在二次函数的图像上, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c - n = 0 (a \neq 0)$ 的两个根分别是 $-5, 1$, 其中正确的是 ()



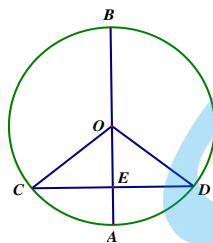
- A. ①③④ B. ③④ C. ①②③④ D. ①③

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

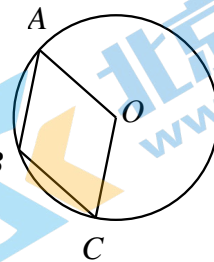
9. 抛物线 $y = x^2$ 的开口方向是_____.
10. 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $x^2 + mx + n = 0$ 的一个根, 则 $m + n$ 的值是_____.
11. 已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + 1$ (a 是常数), 则该函数图象的对称轴是直线 $x =$ _____.
12. 某学习平台三月份新注册用户为 200 万, 五月份新注册用户为 338 万, 设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x , 则可列出的方程是_____.
13. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 6, 点 E 在边 CD 上. 以点 A 为中心, 把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 90° 至 $\triangle ABF$ 的位置. 若 $DE = 2$, 则 $FC =$ _____.
14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为点 E , 连接 OC , 若 $OC = 10$, $AE = 4$, 则 CD 等于_____.



(13 题图)



(14 题图)



(15 题图)

15. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, 顺次连接 A, B, C, O . 若四边形 $ABCO$ 为平行四边形, 则 $\angle AOC =$ _____°.
16. 对于二次函数 $y = ax^2$ 和 $y = bx^2$. 其自变量和函数值的两组对应值如下表:

x	-1	$m (m \neq -1)$
$y = ax^2$	c	c

$y = bx^2$	$c+3$	d
------------	-------	-----

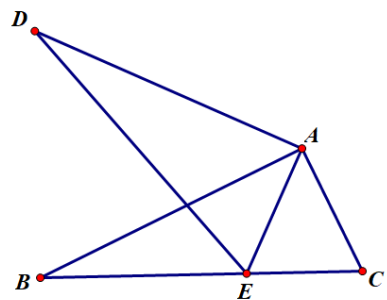
根据二次函数图象的相关性质可知： $m = \underline{\quad}$ ， $d - c = \underline{\quad}$ 。

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 8 分，第 18~23、25 题每小题 5 分，第 26、27、28 题每小题 6 分，第 24 题 7 分）解答题应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解方程：（1） $2x^2 = 8$ ； （2） $x^2 - 3x + 1 = 0$ 。

18. 已知：如图所示， $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 50° ，得到 $\triangle ADE$ ，当 E 在 BC 边上时：

- （1）求证： $\angle BED = \angle EAC$ ；
- （2）连接 BD ，当 $BD \perp BC$ 时，求 $\angle ABC$ 的度数。

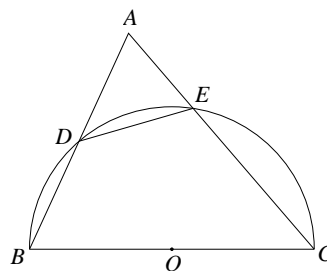


19. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4x + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根。

- （1）求 m 的取值范围；
- （2）若 m 为正整数，求此时方程的根。

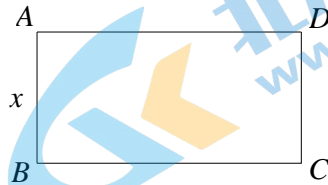
20. 如图， $\triangle ABC$ 中， $CA = CB$ ，以 BC 为直径的半圆与 AB 交于点 D ，与 AC 交于点 E 。

- （1）求证：点 D 为 AB 的中点；
- （2）求证： $AD = DE$ 。



21. 如图，用一条长 40 m 的绳子围成矩形 $ABCD$ ，设边 AB 的长为 x m.

- (1) 边 BC 的长为 ___ m，矩形 $ABCD$ 的面积为 ___ m^2 (均用含 x 的代数式表示)；
 (2) 矩形 $ABCD$ 的面积是否可以是 $120 m^2$ ？请给出你的结论，并用所学的方程或者函数知识说明理由.



22. 如图 1， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上， D 为 AC 的中点，连接 BC ， OD .

- (1) 求证： $OD \parallel BC$ ；
 (2) 如图 2，过点 D 作 AB 的垂线与 $\odot O$ 交于点 E ，作直径 EF 交 BC 于点 G . 若 G 为 BC 中点， $\odot O$ 的半径为 2，求弦 BC 的长.

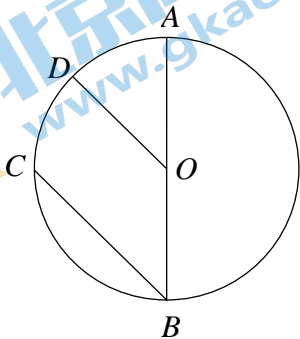


图 1

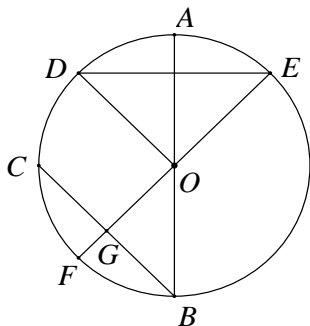
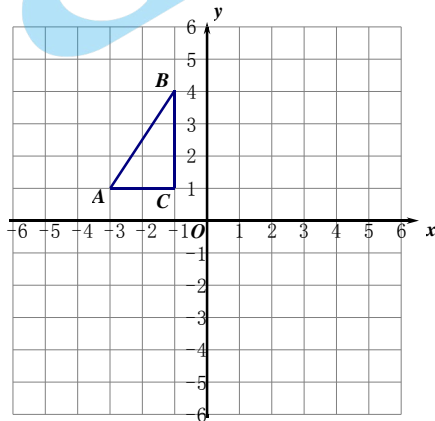


图 2

23. 已知：如图，点 $A(-3,1)$, $B(-1,4)$, $C(1,-1)$ 是平面直角坐标系中的三个点，将 $\triangle ABC$ 向右平移 3 个单位长度.

- (1) 请画出平移后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
 (2) 再将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕原点 O 旋转 180° ，请画出旋转后的图形 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 B_2 的坐标为 ___.

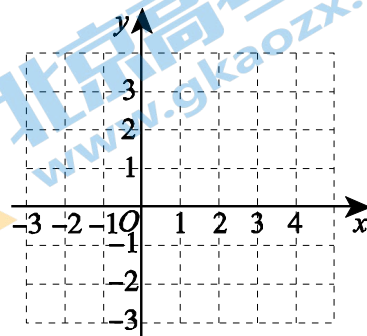


24. 对于抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$.

(1) 它与 x 轴交点的坐标为_____，与 y 轴交点的坐标为_____，顶点坐标为_____；

(2) 在坐标系中利用描点法画出此抛物线；

x
y



(3) 根据图象回答： $y > 0$ 时， x 的取值范围是_____；

(4) 利用以上信息解答下列问题：若关于 x 的一元二次方程

$x^2 - 4x + 3 - t = 0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < \frac{7}{2}$ 的范围内有解，则 t 的取值范围是_____。

25. 小明发现某乒乓球发球器有“直发式”与“间发式”两种模式。在“直发式”模式下，球从发球器出口到第一次接触台面的运动轨迹近似为一条抛物线；在“间发式”模式下，球从发球器出口到第一次接触台面的运动轨迹近似为一条直线，球第一次接触台面到第二次接触台面的运动轨迹近似为一条抛物线。如图 1 和图 2 分别建立平面直角坐标系 xOy 。

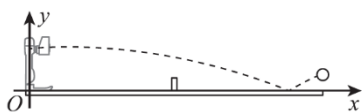


图 1 直发式

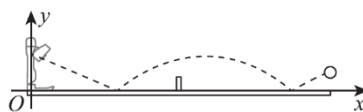


图 2 间发式

通过测量得到球距离台面高度 y (单位: dm) 与球距离发球器出口的水平距离 x (单位: dm) 的相关数据，如下表所示：

表 1 直发式

x (dm)	0	2	4	6	8	10	16	20	...
y (dm)	3.84	3.96	4	3.96	m	3.64	2.56	1.44	...

表 2 间发式

x (dm)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	...
y (dm)	3.36	n	1.68	0.84	0	1.40	2.40	3	3.20	3	...

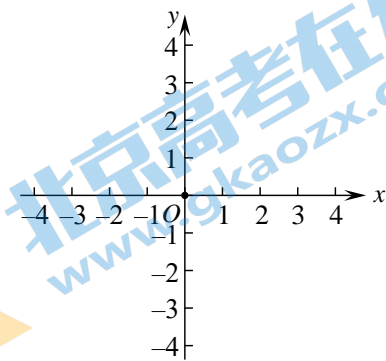
根据以上信息，回答问题：

(1) 表格中 $m =$ _____， $n =$ _____；

(2) 求“直发式”模式下，球第一次接触台面前的运动轨迹的解析式；

(3) 若“直发式”模式下球第一次接触台面时距离出球点的水平距离为 d_1 ，“间发式”模式下球第二次接触台面时距离出球点的水平距离为 d_2 ，则 d_1 _____ d_2 (填“>”“=”或“<”)。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ ($a < 0$) 上, 其中 $x_1 < x_2$, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.



(1) 当 $t = 1$ 时, 如果 $y_1 = y_2 = 1$, 直接写出 x_1, x_2 的值;

(2) 当 $x_1 = -1, x_2 = 3$ 时, 总有 $y_2 < y_1 < 1$, 求 t 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = AC, \angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是平面内一动点 (不与点 A, C 重合), 连接 CD , 将 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 至 CE 的位置.

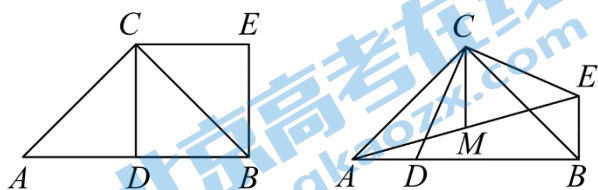


图 1

图 2

(1) 如图 1, 若点 D 为 $\triangle ABC$ 边 AB 的中点, $AC = 2$, 则 BE 值为_____.

(2) 如图 2, 若点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, 取 AE 中点 M , 用等式表示线段 CM, BD 之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$ 和 $Q(x, y')$, 给出如下定义:

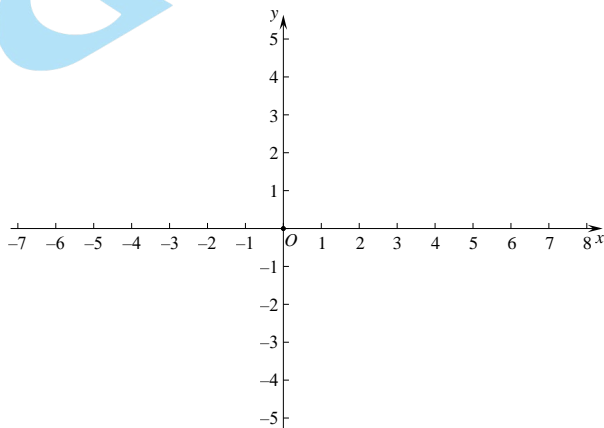
如果 $y' = \begin{cases} y & (x \geq 0) \\ -y & (x < 0) \end{cases}$, 那么称点 Q 为点 P 的“关联点”.

例如点 $(5, 6)$ 的“关联点”为点 $(5, 6)$, 点 $(-5, 6)$ 的“关联点”为点 $(-5, -6)$.

(1) 在点 $E(0, 0), F(2, 5), G(-1, -1), H(-3, 5)$ 中, _____的“关联点”在函数 $y = 2x + 1$ 的图象上;

(2) 如果一次函数 $y = x + 3$ 图象上点 M 的“关联点”是 $N(m, 2)$, 求点 M 的坐标;

(3) 如果点 P 在函数 $y = -x^2 + 4$ ($-2 < x \leq a$) 的图象上, 其“关联点” Q 的纵坐标 y' 的取值范围是 $-4 < y' \leq 4$, 求实数 a 的取值范围.



(备用图)

参考答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	C	C	A	D	D	C

二、填空题

9	10	11	12	13	14	15	16
向上	-1	2	$200(1+x)^2=338$	8	16	120°	1, 3

三、解答题

17. 解方程: (1) $2x^2 = 8$; (2) $x^2 - 3x + 1 = 0$.

解: $x^2 = 4$2分

解: $\Delta = 9 - 4 = 5$1分

$x_1 = 2$ $x_2 = -2$4分

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4}}{2}$3分

$x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ $x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$4分

18. (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 绕点 A, 顺时针旋转 50° 得到 $\triangle ADE$

$\therefore \angle DEA = \angle C$

$\because \angle BEA$ 是 $\triangle AEC$ 的外角

$\therefore \angle BEA = \angle BED + \angle DEA = \angle C + \angle EAC$

$\therefore \angle BED = \angle EAC$3分

(2) $\angle ABC = 25^\circ$ 5分

19. 解: (1) \because 一元二次方程有两个不相等的实数根

$$\therefore \begin{cases} \Delta = 16 - 4(m + 2) = 8 - 4m > 0. \\ m \neq 0 \end{cases} \text{.....2分}$$

$\therefore m < 2$ 且 $m \neq 0$3分

(2)

$\because m < 2$ 且 $m \neq 0$

$\therefore m = 1$4分

$\therefore x^2 - 4x + 2 = 0$

$\therefore x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$5分

20. 证明: (1) 连接 CD , 如图.

$\because BC$ 是半圆的直径,

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$1分

$\therefore CD \perp AB$.

$\because CA = CB$,

∴ 点 D 为 AB 的中点.2 分

(2) 方法一: 连接 $DO, EO,$

∵ $CA = CB, AD = BD,$

∴ $\angle ACD = \angle BCD$ 3 分

∴ $\angle DOE = 2\angle ACD, \angle DOB = 2\angle BCD,$

∴ $\angle DOE = \angle DOB.$

∴ $\widehat{BD} = \widehat{DE}$

∴ $BD = DE.$ 4 分

∵ $AD = BD,$

∴ $AD = DE.$ 5 分

方法二:

∵ 四边形 $BCED$ 是圆的内接四边形,

∴ $\angle ABC + \angle DEC = 180^\circ.$

∵ $\angle AED + \angle DEC = 180^\circ,$

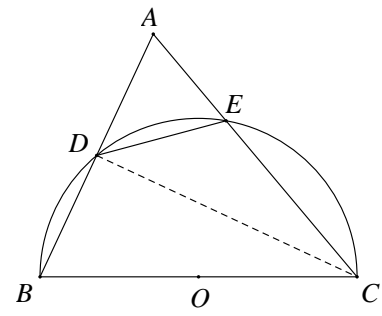
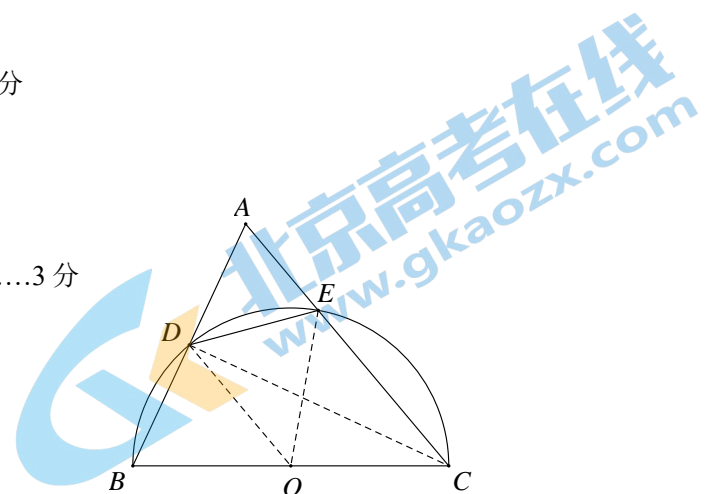
∴ $\angle ABC = \angle AED.$ 3 分

∵ $CA = CB,$

∴ $\angle A = \angle ABC.$

∴ $\angle A = \angle AED.$ 4 分

∴ $AD = DE.$ 5 分



21. (1) $\frac{(20-x)}{(-x^2+20x)}$ 2分

(2) $S = -x^2 + 20x = 120$
 ∵ $\Delta = -80 < 0$
 ∴ 此方程无解
 ∴ 矩形ABCD的面积不能是 $120m^2$
5分

22. (1) 方法一:

证明: 连接 $BD,$

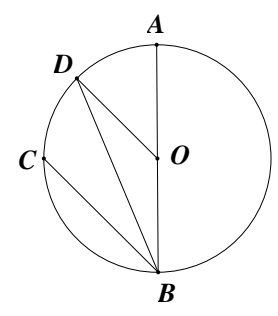
∵ $\widehat{AD} = \widehat{CD}$
 ∴ $\angle ABD = \angle CBD.$ 1 分

∵ $\angle ABD = \angle BDO$
 ∴ $\angle CBD = \angle BDO$ 2 分

∴ $OD \parallel BC.$ 3 分

方法二:

证明: 连接 $OC,$



∵ D 为 \widehat{AC} 的中点,

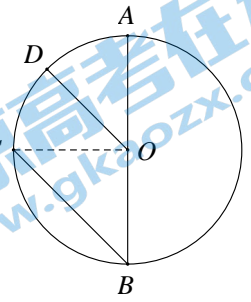
∴ $\widehat{AD} = \widehat{CD}$.

∴ $\angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle AOC$1分

∵ $\angle B = \frac{1}{2} \angle AOC$,

∴ $\angle AOD = \angle B$2分

∴ $OD \parallel BC$3分



(2) 解:

∵ $DE \perp AB$, AB 是 $\odot O$ 的直径,

∴ $\widehat{AD} = \widehat{AE}$.

∴ $\angle AOD = \angle AOE$.

∵ $\angle AOD = \angle B$, $\angle AOE = \angle BOF$,

∴ $\angle B = \angle BOF$.

∵ G 为 BC 中点,

∴ $OF \perp BC$.

∴ $\angle OGB = 90^\circ$.

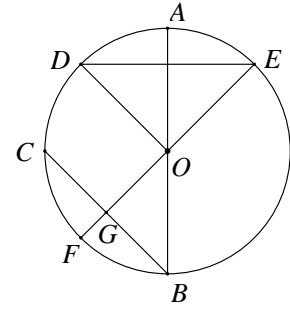
∴ $\angle B = \angle BOF = 45^\circ$4分

∴ $OG = BG$.

∵ $OB = 2$, $OG^2 + BG^2 = OB^2$,

∴ $BG = \sqrt{2}$.

∴ $BC = 2BG = 2\sqrt{2}$5分



23 (1) 画图.....2分

(2) 画图.....4分

点 B_2 的坐标为 $(-2, -4)$ 5分

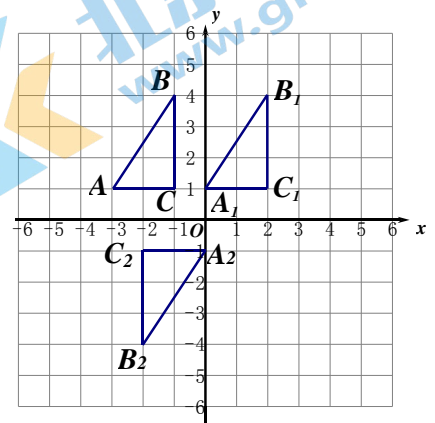
24. 解: (1) $(1, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(0, 3)$ 、 $(2, -1)$

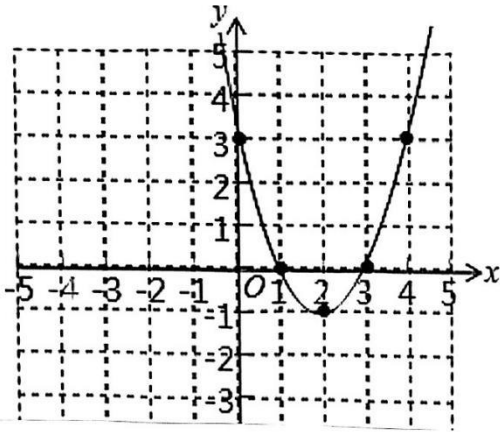
.....3分

(2) 列表:

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

描点、连线,如图,





.....5分

(3) $x > 3$ 或 $x < 1$ 6分

(4) $-1 \leq t < 8$ 7分

25. (1) 3.84, 2.52;2分

(2) 由题意可知, 抛物线的顶点为 (4, 4),

\therefore 设抛物线的解析式为 $y = a(x - 4)^2 + 4$.

\therefore 当 $x = 6$ 时, $y = 3.96$,

$\therefore 3.96 = a(6 - 4)^2 + 4$, 解得 $a = -0.01$.

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -0.01(x - 4)^2 + 4$4分

(3) =5分

解: (1) $x_1 = 0$, $x_2 = 2$2分

(2) 当 $x_1 = -1$ 时, $y_1 = a - b + 1$.

当 $x_2 = 3$ 时, $y_2 = 9a + 3b + 1$.

$\therefore y_2 < y_1$,

$\therefore 9a + 3b + 1 < a - b + 1$.

$\therefore 2a < -b$.

$\therefore a < 0$,

$\therefore 2a < 0$

$\therefore -\frac{b}{2a} < 1$. 即: $t < 1$4分

又 $\therefore y_1 < 1$,

$\therefore a - b + 1 < 1$.

26.

$\therefore a < b$.

$\therefore a < 0$,

$\therefore -2a > 0$

$\therefore -\frac{b}{2a} > -\frac{1}{2}$. 即: $t > -\frac{1}{2}$.

$\therefore -\frac{1}{2} < t < 1$6分

27.答案: (1) $\sqrt{2}$ 2分

\because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = AC = 2$, $\angle ACB = 90^\circ$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

\because 点 D 为 $\triangle ABC$ 边 AB 的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \sqrt{2},$$

\because 将 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 至 CE 的位置,

$$\therefore CE = CD, \angle DCE = 90^\circ = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DCE - \angle BCD = \angle ACB - \angle BCD \text{ 即 } \angle BCE = \angle ACD,$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} BC = AC \\ \angle BCE = \angle ACD, \\ CE = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore BE = AD = \sqrt{2}$$

$$(2) CM = \frac{1}{2}BD$$

延长 CM 到点 F , 使 $FM = CM$, 连接 AF , 如图 3,

$\because M$ 为 AE 的中点,

$$\therefore AM = EM,$$

在 $\triangle AMF$ 和 $\triangle EMC$ 中,

$$\begin{cases} FM = CM \\ \angle AMF = \angle EMC, \\ AM = EM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AMF \cong \triangle EMC,$$

$$\therefore AF = EC, \angle MAF = \angle MEC,$$

$$\therefore \angle CAF = \angle CAE + \angle MAF = \angle CAE + \angle MEC$$

由 (1) 知: $CE = CD$, $\angle BCE = \angle ACD$, $AF = CD$,

$$\therefore \angle CAF = \angle CAE + \angle MEC = 180^\circ - \angle ACE \quad \angle CAF = \angle CAE + \angle MEC = 180^\circ - \angle ACE$$

$$= 180^\circ - (\angle ACB + \angle BCE)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + \angle ACD)$$

$$= 90^\circ - \angle ACD$$

$$= \angle BCD$$

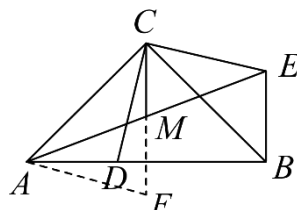


图3

在 $\triangle CAF$ 和 $\triangle BCD$ 中,

$$\begin{cases} CA = BC \\ \angle CAF = \angle BCD \\ AF = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle CAF \cong \triangle BCD$ 6分

28. 解: (1) 点E(0, 0)的“关联点”是(0, 0), 点F(2, 5)的“关联点”是(2, 5),

点G(-1, -1)的“关联点”是(-1, 1),

点H(-3, 5)的“关联点”是(-3, -5),

将点的坐标代入函数 $y=2x+1$,

得(2, 5)和(-3, -5)在此函数图象上,

故答案为: F、H;2分

(2) 当 $m \geq 0$ 时, 点M(m, 2),

则 $2=m+3$, 解得: $m=-1$ (舍去);

当 $m < 0$ 时, 点M(m, -2),

$-2=m+3$, 解得: $m=-5$,

\therefore 点M(-5, -2);4分

(3) 如图为“关联点”函数图象:

从函数图象看, “关联点”Q的纵坐标 y' 的取值范围是 $-4 < y' \leq 4$,

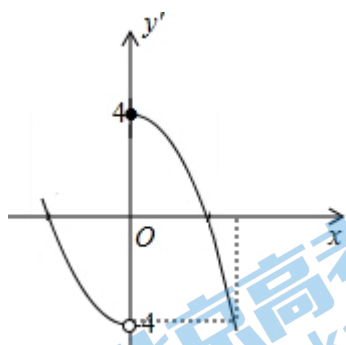
而 $-2 < x \leq a$,

函数图象只需要找到最大值(直线 $y=4$)与最小值(直线 $y=-4$)直线 $x=a$ 从大于等于0开始运动,

直到与 $y=-4$ 有交点结束. 都符合要求 $-4 < y' \leq 4$,

即 $-4 = -a^2 + 4$, 解得: $a = \pm 2\sqrt{2}$ (舍去负值),

观察图象可知满足条件的a的取值范围为 $2 \leq a < 2\sqrt{2}$6分



北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

