绝密★启用前

高三数学考试（文科）

（考试时间：120分钟　试卷满分：150分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

密　封　线　内　不　要　答　题

学校　　班级　　姓名　　考号

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\{x|-2<x<5\}$，$B=\{x|1-2x>3\}$，则 $A\cap B=$

A. $(-2,-1)$　　B. $(-2,1)$　　C. $(1,5)$　　D. $(-1,5)$

2. 复数 $z=(3+i)(1-4i)$，则复数 z 的实部与虚部之和是

A. -12　　B. -4　　C. 10　　D. 18

3. 如果双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，我们称该双曲线为黄金分割双曲线，简称为黄金双曲线．现有一黄金双曲线 C：$\frac{x^2}{\sqrt{5}-1}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$，则该黄金双曲线 C 的虚轴长为

A. 2　　B. 4　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

4. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y\geq 0,\\ x+2y-4\geq 0,\\ x\leq 6,\end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最大值是

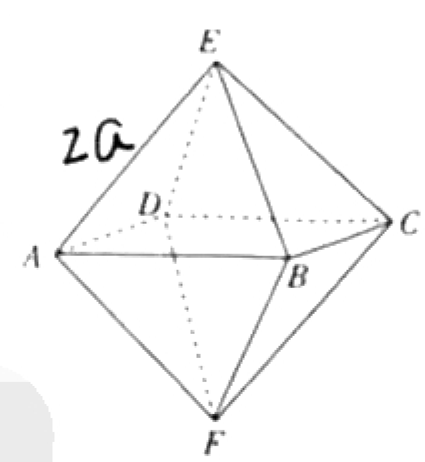
A. 3　　B. 5　　C. 15　　D. 21

5. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，且 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角是

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

6. 六氟化硫，化学式为 SF_6，在常压下是一种无色、无臭、无毒、不燃的稳定气体，有良好的绝缘性，在电器工业方面具有广泛用途．六氟化硫分子结构为正八面体结构（正八面体是每个面都是正三角形的八面体），如图所示，硫原子位于正八面体的中心，6个氟原子分别位于正八面体的6个顶点．若相邻两个氟原子间的距离为 $2a$，则六氟化硫分子中6个氟原子构成的正八面体体积是（不计氟原子的大小）

2a



A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$　　B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$

C. $4\sqrt{2}a^3$　　D. $8\sqrt{2}a^3$

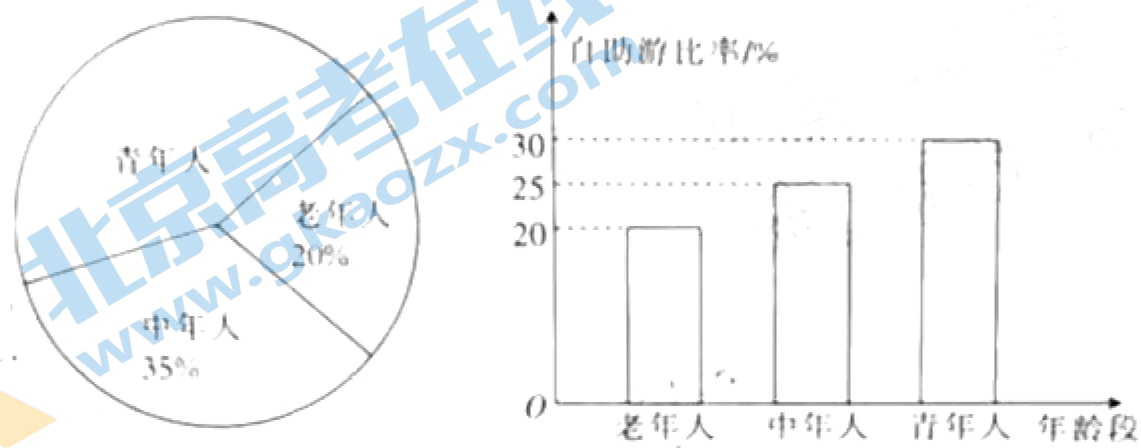
7. 已知函数 $f(x)=\ln x-x+a$ 恰有两个零点，则 a 的取值范围是

A. $(-\infty,-1)$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $(-1,+\infty)$　　D. $(1,+\infty)$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=2a_n-2(n\in\mathbf{N}_+)$，则 $S_9=$

A. 510　　B. 511　　C. 1022　　D. 1023

9. 旅游是人们为寻求精神上的愉快感受而进行的非定居性旅行和游览过程中所发生的一切关系和现象的总和. 随着经济生活水平的不断提高，旅游已经成为人们生活的一部分. 某地旅游部门从 2020 年到该地旅游的游客中随机抽取部分游客进行调查，得到各年龄段游客的人数和旅游方式如图所示，则下列结论正确的是



A. 估计 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的中年人的人数少于选择自助游的青年人人数的一半

B. 估计 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的青年人的人数占总游客人数的 13.5%

C. 估计 2020 年到该地旅游的旅客选择自助游的老年人和中年人的人数之和比选择自助游的青年人多

D. 估计 2020 年到该地旅游的旅客选择自助游的比率为 25%

10. 已知函数 $f(x)=(2^{x-1}+2^{-x+1})a+x^2-2x-5$ 的值域是 $[2,+\infty)$，则 $a=$

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

11. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\frac{\pi}{3})-1(\omega>0)$，若函数 $f(x)$ 的三个相邻的零点分别为 x_1,x_2,x_3 $(x_1<x_2<x_3)$，且 $|x_1-x_2|=\lambda|x_2-x_3|$，则 $\lambda=$

A. 5　　B. 5 或 $\frac{1}{5}$　　C. 2　　D. 2 或 $\frac{1}{2}$

12. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过点 F 的直线与 C 交于 A,B 两点，与 y 轴正半轴交于点 D，与抛物线 C 的准线 l 交于点 E. 若 $|BF|=2|AF|$，则 $\frac{|AB|}{|DE|}=$

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x<0,\\ \sin x, x\geq 0,\end{cases}$ 则 $f(f(\frac{52\pi}{3}))=$ ____▲____.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1, a_n-a_{n-1}=n(n\in\mathbf{N}_+, n\geq 2)$，则 $a_n=$ ____▲____.

15. 小华、小明、小李、小章去 A,B,C,D 四个工厂参加社会实践，要求每个工厂恰有 1 人去实习，则小华去 A 工厂，且小李没去 B 工厂的概率是 ____▲____.

16. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点全部在球 O 的表面上，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面积为 $8+4\sqrt{3}$，则球 O 表面积的最小值是 ____▲____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

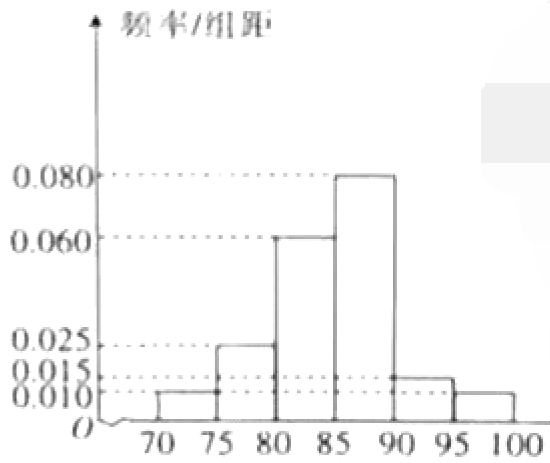
17.（12 分）

北京冬季奥运会将于 2022 年 2 月 4 日至 2022 年 2 月 20 日在中华人民共和国北京市和河北省张家口市联合举行. 这是中国历史上第一次举办冬季奥运会，北京、张家口同为主办城市，也是中国继北京奥运会、南京青奥会之后第三次举办奥运赛事. 北京冬奥组委对报名参加北京冬奥会志愿者的人员开展冬奥会志愿者的培训活动，并在培训结束后进行了一次考核. 为了解本次培训活动的效果，从中随机抽取 80 名志愿者的考核成绩，根据这 80 名志愿者的考核成绩，得到的统计图表如下所示.

女志愿者考核成绩频率分布表

分组	频数	频率
[75,80)	2	0.050
[80,85)	13	0.325
[85,90)	12	0.3
[90,95)	a	m
[95,100]	b	0.075

男志愿者考核成绩频率分布直方图



若参加这次考核的志愿者考核成绩在[90，100]内，则考核等级为优秀.

（1）分别求这次培训考核等级为优秀的男、女志愿者人数；

（2）补全下面的 2×2 列联表，并判断是否有 95% 的把握认为考核等级是否优秀与性别有关.

	优秀	非优秀	合计
男志愿者			
女志愿者			
合计			

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

18.（12 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $(2b-c)\cos A-a\cos C=0$.

（1）求角 A 的大小；

（2）若△ABC 的面积为 $3\sqrt{3}$，求△ABC 外接圆面积的最小值.

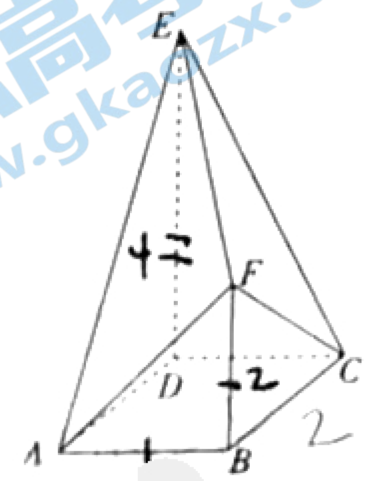
4π 5

19.(12分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 是正方形,$DE\perp$ 平面 $ABCD$,$BF\perp$ 平面 $ABCD$,$DE=2BF=2AB$.

(1)证明:平面 $ABF//$ 平面 CDE.

(2)若 $AB=2$,求多面体 $ABCDEF$ 的体积.



20.(12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,且 $|F_1F_2|=2$,点 $M(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的标准方程.

(2)P 为椭圆 C 上一点,射线 PF_1,PF_2 分别交椭圆 C 于点 A,B,试问 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}$ 是否为定值?若是,求出该定值;若不是,请说明理由.

21.(12分)

已知函数 $f(x)=e^x-\frac{1}{e^x}-2x$.

(1)当 $x>0$ 时,证明:$f(x)>0$.

(2)证明:$\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}>\ln(1+\frac{1}{x})$.

(二)选考题:共10分.请考生从第22,23两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修4—4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+2\cos\alpha,\\ y=1+2\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数),以原点 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+5=0$.

(1)求直线 l 与曲线 C 的普通方程;

(2)若直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点,点 $P(-2,1)$,求 $|PA|+|PB|$ 的值.

23.[选修4—5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|x-2|$.

(1)求不等式 $f(x)\geq 2x-1$ 的解集;

(2)若 $f(x)\leq|x+a|+1$,求 a 的取值范围.

高三数学考试参考答案(文科)

1. A 【解析】本题考查集合的运算，考查运算求解能力.

由题意可得 $B=\{x|x<-1\}$，则 $A\cap B=\{x|-2<x<-1\}$.

2. B 【解析】本题考查复数，考查运算求解能力.

由题意可得 $z=(3+i)(1-4i)=3-12i+i-4i^2=7-11i$，则复数 z 的实部是 7，虚部是 -11，故复数 z 的实部与虚部之和是 $7-11=-4$.

3. D 【解析】本题考查双曲线的性质，考查运算求解能力.

由题意可得 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2}=1+\frac{b^2}{\sqrt{5}-1}=(\frac{\sqrt{5}+1}{2})^2$，解得 $b^2=2$，则 $b=\sqrt{2}$，故该黄金双曲线 C 的虚轴长为 $2b=2\sqrt{2}$.

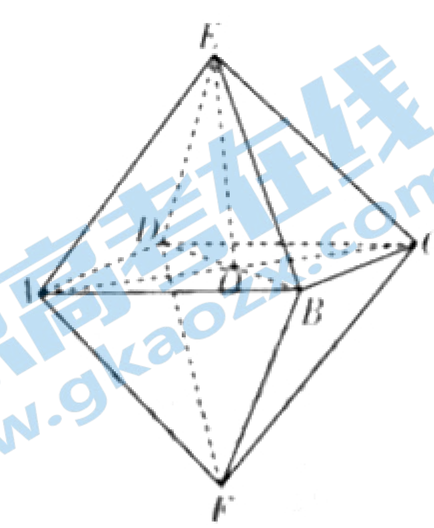
4. C 【解析】本题考查线性规划，考查数形结合的数学思想.

画出可行域(图略)，当直线 $z=x+3y$ 过点 $(6,3)$ 时，z 取得最大值，且最大值为 15.

5. B 【解析】本题考查平面向量，考查运算求解能力.

因为 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}^2$. 因为向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|=\boldsymbol{a}^2$，则 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$. 因为 $\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=|\boldsymbol{a}||2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\rangle$，所以 $\cos\langle\boldsymbol{a},2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{a}||2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=\frac{2\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\sqrt{(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}}=\frac{\boldsymbol{a}^2}{|\boldsymbol{a}|\sqrt{4\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}}=\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{1}{2}$，故 $\langle\boldsymbol{a},2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{3}$.

6. A 【解析】本题考查化学分子结构与正八面体的体积，考查空间想象能力与阅读理解能力.



如图，连接 AC，BD，$AC\cap BD=O$，连接 OE. 因为 $AE=CE$，$BE=DE$，所以 $OE\perp AC$，$OE\perp BD$，所以 $OE\perp$ 平面 $ABCD$. 因为 $AB=BC=AE=2a$，所以 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{2}a$. 因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 $AO=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}a$，则 $OE=\sqrt{AE^2-AO^2}=\sqrt{2}a$，故该正八面体的体积为 $\frac{1}{3}\times(2a)^2\times\sqrt{2}a\times2=\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

7. D 【解析】本题考查导数与函数的零点问题，考查逻辑推理能力.

令 $f(x)=\ln x-x+a=0$，得 $a=-\ln x+x$. 设 $g(x)=-\ln x+x$，则 $g'(x)=-\frac{1}{x}+1=\frac{x-1}{x}$. 由 $g'(x)>0$，得 $x>1$；由 $g'(x)<0$，得 $0<x<1$. 所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，故 $g(x)\geq g(1)=1$，即 $a\geq1$.

8. C 【解析】本题考查等比数列，考查运算求解能力.

因为 $S_n=2a_n-2(n\in\mathbf{N}^*)$，所以 $S_{n-1}=2a_{n-1}-2(n\geq2)$，所以 $a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}(n\geq2)$，即 $a_n=2a_{n-1}$. 因为 $a_1=S_1=2a_1-2$，所以 $a_1=2$，则 $\{a_n\}$ 是首项为 2，公比为 2 的等比数列，故 $S_9=\frac{2\times(1-2^9)}{1-2}=2^{10}-2=1022$.

9. B 【解析】本题考查统计图表，考查数据处理能力.

设 2020 年到该地旅游的游客总人数为 a，由题意可知游客中老年人、中年人、青年人的人数分别为 $0.2a$，$0.35a$，$0.45a$，其中选择自助游的老年人、中年人、青年人的人数分别为 $0.04a$，$0.0875a$，$0.135a$. 因为 $0.0875a>0.135a\times\frac{1}{2}=0.0675a$，所以 A 错误；2020 年到该地旅游的游客选择自助游的青年人的人数与总游客人数的比值为 $\frac{0.135a}{a}\times100\%=13.5\%$，则 B 正确；因为 $0.04a+0.0875a=0.1275a<0.135a$，所以 C 错

误:2020年到该地旅游的旅客选择自助游的比率为$\frac{0.04a+0.0875a+0.135a}{a}\times 100\%=26.25\%$,则D错误.

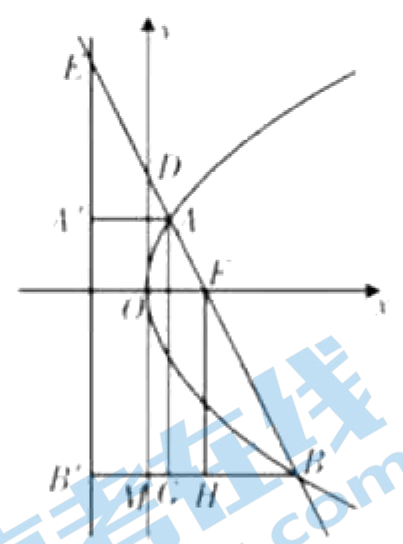
10. B 【解析】本题考查函数的奇偶性及函数的值域,考查化归与转化的数学思想.

因为$f(x)=(2^{x-1}+2^{1-x})a+x^2-2x-5=(2^{x-1}+\frac{1}{2^{x-1}})a+(x-1)^2-6$,所以$f(x+1)=(2^x+\frac{1}{2^x})a+x^2-6$.设$g(x)=f(x+1)=(2^x+\frac{1}{2^x})a+x^2-6$,则$g(-x)=(2^{-x}+\frac{1}{2^{-x}})a+(-x)^2-6=(\frac{1}{2^x}+2^x)a+x^2-6=g(x)$.故$g(x)$是偶函数.因为$f(x)$的值域是$[2,+\infty)$,所以$g(x)$的值域是$[2,+\infty)$.则$g(0)=2a-6=2$,解得$a=4$.

11. D 【解析】本题考查三角函数的图象与性质,考查数形结合的数学思想.

由$f(x)=0$,得$2\cos(\omega x+\frac{\pi}{3})-1=0$,则$\omega x+\frac{\pi}{3}=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$.当$\omega x_1+\frac{\pi}{3}=2k\pi-\frac{\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$时,$\omega x_2+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$,$\omega x_3+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{5\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$,则$|x_1-x_2|=\frac{2\pi}{3\omega}$,$|x_2-x_3|=\frac{4\pi}{3\omega}$,故$\lambda=\frac{1}{2}$;当$\omega x_1+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$时,$\omega x_2+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{5\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$,$\omega x_3+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{7\pi}{3}(k\in \mathbf{Z})$,则$|x_1-x_2|=\frac{4\pi}{3\omega}$,$|x_2-x_3|=\frac{2\pi}{3\omega}$,故$\lambda=2$.综上,$\lambda=\frac{1}{2}$或$\lambda=2$.

12. C 【解析】本题考查抛物线的性质,考查推理证明能力与数形结合的数学思想.



如图,作$AA'\perp l$,$BB'\perp l$,垂足分别为A',B',且BB'与y轴交于点M,作$AG\perp BB'$,$FH\perp BB'$,垂足分别为G,H.设$|AF|=m$,则$|B'G|=|AA'|=m$,$|BB'|=|BF|=2m$,故$|BG|=m$.因为$\triangle BHF\backsim\triangle BGA$,所以$\frac{|BH|}{|BG|}=\frac{|BF|}{|AB|}=\frac{2}{3}$,所以$|BH|=\frac{2}{3}m$.因为$|B'H|=p$,所以$\frac{2}{3}m+p=2m$,所以$p=\frac{4}{3}m$,则$|B'M|=\frac{1}{2}p=\frac{2}{3}m$.因为$G$为$BB'$的中点,且$AG/\!/y$轴,所以$A$为$BE$的中点,即$|AE|=|AB|=3m$.因为$\triangle BMD\backsim\triangle BB'E$,所以$\frac{|BD|}{|BE|}=\frac{|BM|}{|BB'|}=\frac{|BB'|-|B'M|}{|BB'|}=\frac{2}{3}$,所以$|BD|=4m$,所以$|DE|=2m$.故$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{3m}{2m}=\frac{3}{2}$.

13. $\frac{7}{4}$ 【解析】本题考查分段函数求值,考查运算求解能力.

由题意可得$f(\frac{52\pi}{3})=\sin(\frac{52\pi}{3})=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,则$f(f(\frac{52\pi}{3}))=f(-\frac{\sqrt{3}}{2})=(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+1=\frac{7}{4}$.

14. $\frac{n^2+n}{2}$ 【解析】本题考查数列的通项公式,考查运算求解能力.

由题意可得$a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1=\frac{(n+2)(n-1)}{2}+1=\frac{n^2+n}{2}$,当$n=1$时,$a_1=1$满足上式,则$a_n=\frac{n^2+n}{2}$.

15. $\frac{1}{6}$ 【解析】本题考查古典概型,考查运算求解能力.

由题意可知总的分配情况有(小华、小明、小李、小章),(小华、小明、小章、小李),(小华、小李、小明、小章),(小华、小李、小章、小明),(小华、小章、小明、小李),(小华、小章、小李、小明),…,(小章、小李、小华、小明),(小章、小李、小明、小华),共$6\times 4=24$种.其中符合条件的情况有(小华、小明、小李、小章),(小华、小明、小章、小李),(小华、小章、小明、小李),(小华、小章、小李、小明),共4种.故所求概率$P=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$.

16. 16π 【解析】本题考查简单几何体及其外接球,考查空间想象能力.

为$(2+\sqrt{3})ah=8+4\sqrt{3}$,故$ah=4$. 设$\triangle ABC$的外接圆半径为$r$,则$r=\frac{BC}{2\sin\angle BAC}=a$. 设球$O$的半径为$R$,

则$R^2=r^2+(\frac{h}{2})^2=a^2+\frac{h^2}{4}=\frac{16}{h^2}+\frac{h^2}{4}\geq 4$(当且仅当$h=2\sqrt{2}$时,等号成立),故球$O$的表面积为$4\pi R^2\geq 16\pi$.

17. 解:(1)由女志愿者考核成绩的频率分布表可知被抽取的女志愿者的人数为$2\div 0.05=40$. ………… 1分

因为$0.050+0.325+0.3+m+0.075=1$,所以$m=0.25$. ………… 2分

所以这次培训考核等级为优秀的女志愿者人数为$40\times(0.25+0.075)=13$. ………… 3分

因为被抽取的志愿者人数是80,所以被抽取的男志愿者人数是$80-40=40$. ………… 4分

由男志愿者考核成绩频率分布直方图可知男志愿者这次培训考核等级为优秀的频率为$(0.010+0.015)\times 5=0.125$, ………… 5分

则这次培训考核等级为优秀的男志愿者人数为$40\times 0.125=5$. ………… 6分

(2)由(1)可知2×2列联表如下:

	优秀	非优秀	合计
男志愿者	5	35	40
女志愿者	13	27	40
合计	18	62	80

………… 8分

$K^2=\frac{80\times(5\times 27-35\times 13)^2}{40\times 40\times 18\times 62}=\frac{1280}{279}\approx 4.588$. ………… 10分

因为$4.588>3.841$,所以有95%的把握认为考核等级是否是优秀与性别有关. ………… 12分

评分细则:

(1)在第一问中,也可以先求出被抽取的女志愿者的人数,再求出$a+b$的值,即考核等级为优秀的女志愿者的人数;

(2)在第二问中,2×2列联表中错一个数据扣1分,最多扣2分,K^2的值用分数表示,不予扣分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

18. 解:(1)因为$(2b-c)\cos A-a\cos C=0$,所以$2\sin B\cos A-\sin C\cos A-\cos C\sin A=0$, ………… 1分

所以$2\sin B\cos A-\sin(A+C)=0$,即$2\sin B\cos A-\sin B=0$. ………… 3分

因为$0<B<\pi$,所以$\sin B\neq 0$,所以$\cos A=\frac{1}{2}$. ………… 4分

因为$0<A<\pi$,所以$A=\frac{\pi}{3}$. ………… 5分

(2)由(1)可知$A=\frac{\pi}{3}$,则$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………… 6分

因为$\triangle ABC$的面积为$3\sqrt{3}$,所以$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=3\sqrt{3}$,所以$bc=12$. ………… 7分

由余弦定理可得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc\geq bc=12$,则$a\geq 2\sqrt{3}$. ………… 8分

设$\triangle ABC$外接圆的半径为r,则$2r=\frac{a}{\sin A}\geq\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$,即$r\geq 2$. ………… 10分

故$\triangle ABC$外接圆的面积$S=\pi r^2\geq 4\pi$,当且仅当$b=c=2\sqrt{3}$时,等号成立. ………… 11分

即当$b=c=2\sqrt{3}$时,$\triangle ABC$外接圆面积的最小值为4π. ………… 12分

评分细则:

(1)在第一问中,也可以通过把角化为边,得到$b^2+c^2-a^2=bc$,再由余弦定理得到$\cos A=\frac{1}{2}$,从而求出

角A；

(2)在第二问中，没有写出取等条件，只要计算正确，不予扣分；

(3)若用其他解法，参照评分标准按步骤给分.

19. (1)证明：因为 $DE\perp$ 平面 $ABCD$，$BF\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $DE /\!/ BF$. ………………………… 1分

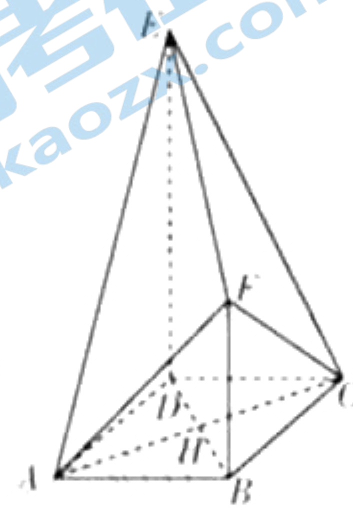
因为 $DE\subset$ 平面 CDE，$BF\not\subset$ 平面 CDE，所以 $BF /\!/$ 平面 CDE. ………………………… 2分

因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 $AB /\!/ CD$. ………………………… 3分

因为 $CD\subset$ 平面 CDE，$AB\not\subset$ 平面 CDE，所以 $AB /\!/$ 平面 CDE. ………………………… 4分

因为 $AB\subset$ 平面 ABF，$BF\subset$ 平面 ABF，且 $AB\cap BF=B$，所以平面 $ABF /\!/$ 平面 CDE.

…………………………………………………………………………………… 5分



(2)解：如图，连接 AC，BD，记 $AC\cap BD=H$.

因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 $AC\perp BD$，$AH=CH=\frac{1}{2}AC$. ………………………… 6分

因为 $DE\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $DE\perp AC$. ………………………………………………………… 7分

因为 $DE\subset$ 平面 $BDEF$，$BD\subset$ 平面 $BDEF$，且 $DE\cap BD=D$，所以 $AC\perp$ 平面 $BDEF$. ………………… 8分

因为 $DE=2BF=2AB$，且 $AB=2$，所以 $BF=2$，$DE=4$. ………………………………………… 9分

因为四边形 $ABCD$ 是正方形，所以 $AC=BD=2\sqrt{2}$，则 $AH=CH=\sqrt{2}$. ………………………… 10分

故多面体 $ABCDEF$ 的体积 $V=V_{A-BDEF}+V_{C-BDEF}=\frac{1}{3}\times\frac{(2+4)\times2\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}+\frac{1}{3}\times\frac{(2+4)\times2\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}=8$.

…………………………………………………………………………………… 12分

评分细则：

(1)在第一问中，也可以先证明 $BC\perp$ 平面 ABF，$BC\perp$ 平面 CDE，从而得到平面 $ABF /\!/$ 平面 CDE；

(2)在第二问中，也可以将多面体 $ABCDEF$ 分割成三棱锥 $F-ADE$、三棱锥 $F-CDE$ 和四棱锥 $F-ABCD$，分别求出三棱锥 $F-ADE$、三棱锥 $F-CDE$ 和四棱锥 $F-ABCD$ 的体积，从而求出多面体 $ABCDEF$ 的体积；

(3)若用其他解法，参照评分标准按步骤给分.

20. 解：(1)设椭圆的半焦距为 c，

由题意可得 $\begin{cases}2c=2,\\ \frac{3}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ ………………………………………… 1分

解得 $a^2=4$，$b^2=3$. ……………………………………………………………………… 3分

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………… 4分

(2)①当点 P 在 x 轴上时，由对称性不妨设点 $P(-2,0)$，此时 A，B 两点重合，

$|PF_1|=|F_2B|=1$，$|PF_2|=|F_1A|=3$，故 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}=\frac{10}{3}$. ………………………… 6分

②当点 P 不在 x 轴上时，由对称性不妨设 $P(x_0,y_0)(y_0\neq0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

此时直线 PF_1 的方程为 $x=\frac{x_0+1}{y_0}y-1$.

联立 $\begin{cases}x=\frac{x_0+1}{y_0}y-1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 整理得 $[3(\frac{x_0+1}{y_0})^2+4]y^2-\frac{6(x_0+1)}{y_0}y-9=0$. ………………… 7分

则 $y_0y_1=-\frac{9}{3(\frac{x_0+1}{y_0})^2+4}=-\frac{9y_0^2}{3x_0^2+6x_0+3+4y_0^2}=-\frac{3y_0^2}{2x_0+5}$，故 $y_1=-\frac{3y_0}{2x_0+5}$. ………………… 9分

同理可得 $y_2=\frac{3y_0}{2x_0+5}$. ……………………………………………………………………………… 10分

故 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}=\frac{y_0}{y_1}+\frac{y_0}{y_2}=\frac{-2x_0+5}{3}+\frac{2x_0+5}{3}=\frac{10}{3}$. ……………………………………… 11分

综上,$\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}$为定值,且定值为$\frac{10}{3}$. ……………………………………………………… 12分

评分细则:

(1)在第一问中,可以先根据$|F_1F_2|=2$,求出c的值,从而求出a^2-b^2的值,再把点M的坐标代入椭圆C的方程,从而求出a,b的值,最后得到椭圆C的标准方程;

(2)在第二问中,没有考虑点P在x轴上的情况,扣2分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

21. 证明:(1)因为 $f(x)=e^x-\frac{1}{e^x}-2x$,所以 $f'(x)=e^x+\frac{1}{e^x}-2$. ……………………………… 1分

因为 $e^x>0$,所以 $e^x+\frac{1}{e^x}\geq 2$. ………………………………………………………………………… 2分

则 $f'(x)=e^x+\frac{1}{e^x}-2\geq 2-2=0$,即 $f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增. ……………………………………… 3分

因为 $f(0)=0$,所以当 $x>0$ 时,$f(x)>0$. ………………………………………………………………… 4分

(2)由题意可得$\begin{cases}x^2+x>0,\\1+\frac{1}{x}>0,\end{cases}$解得 $x<-1$ 或 $x>0$. …………………………………………… 5分

当 $x<-1$ 时,$x^2+x>0$,$0<1+\frac{1}{x}<1$,所以$\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}>0$,$\ln(1+\frac{1}{x})<0$,

不等式$\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}>\ln(1+\frac{1}{x})$成立. ……………………………………………………………… 6分

当 $x>0$ 时,由(1)可知 $e^x-\frac{1}{e^x}-2x>0$.

因为 $x>0$,所以 $1+\frac{1}{x}>1$,所以 $\ln(1+\frac{1}{x})>0$,则$(1+\frac{1}{x})-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}-2\ln(1+\frac{1}{x})>0$,

即当 $x>1$ 时,$x-\frac{1}{x}-2\ln x>0$. …………………………………………………………………………… 8分

令 $t=1+\frac{1}{x}(t>1)$,要证$\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}>\ln(1+\frac{1}{x})$,即证 $\ln t<\sqrt{\frac{(t-1)^2}{t}}=\frac{t-1}{\sqrt{t}}=\sqrt{t}-\frac{1}{\sqrt{t}}$. ………… 9分

令 $u=\sqrt{t}$,要证 $\ln t<\sqrt{t}-\frac{1}{\sqrt{t}}$,即证 $2\ln u<u-\frac{1}{u}$. ………………………………………… 10分

因为当 $x>1$ 时,$x-\frac{1}{x}-2\ln x>0$,所以 $2\ln u<u-\frac{1}{u}$,所以 $\ln t<\sqrt{t}-\frac{1}{\sqrt{t}}$,即$\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}>\ln(1+\frac{1}{x})$.

…… 11分

综上,$\frac{1}{\sqrt{x^2+x}}>\ln(1+\frac{1}{x})$. ………………………………………………………………………… 12分

评分细则:

(1)在第一问中,求导正确,得1分,判断出$f(x)$的的单调性,得2分;

(2)在第二问中,没有求出x的取值范围,扣1分,没有考虑$x<-1$的情况,扣1分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

22. 解:(1)因为 $2\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+5=0$,所以 $2x-y+5=0$.

因为曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=-1+2\cos\alpha, \\ y=1+2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数),

所以曲线 C 的普通方程为 $(x+1)^2+(y-1)^2=4$. ………………………………………………………… 4 分

(2)由题意可知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=-2+\dfrac{\sqrt{5}}{5}t, \\ y=1+\dfrac{2\sqrt{5}}{5}t \end{cases}$ (t 为参数). ………………………………… 6 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的方程得 $(\dfrac{\sqrt{5}}{5}t-1)^2+(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}t)^2=4$, 即 $t^2-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}t-3=0$. …………… 8 分

设 A,B 的参数分别是 t_1,t_2, 则 $t_1+t_2=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $t_1t_2=-3$.

故 $|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{\dfrac{4}{5}+12}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$. ……………………… 10 分

评分细则:

(1)在第一问中,曲线 C 的普通方程写出 $x^2+y^2+2x-2y-2=0$, 不予扣分;

(2)在第二问中,可以先通过判断,得到点 P 在曲线 C 内,从而将求 $|PA|+|PB|$ 的值转化为求弦长 $|AB|$, 然后求出曲线 C 的圆心 C 到直线 l 的距离 d, 最后由 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$ 求出弦长 $|AB|$, 即 $|PA|+|PB|$ 的值;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

23. 解:(1) $f(x)\geq 2x-1$ 等价于 $\begin{cases} x<2, \\ -x+2\geq 2x-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x\geq 2, \\ x-2\geq 2x-1. \end{cases}$ ………………………………… 1 分

解得 $x\leq 1$. ………………………………………………………………………………………………… 3 分

故不等式 $f(x)\geq 2x-1$ 的解集为 $(-\infty,1]$. …………………………………………………………… 4 分

(2) $f(x)\leq|x+a|+1$, 即 $|x-2|\leq|x+a|+1$, 即 $|x-2|-|x+a|\leq 1$. ………………………………… 5 分

因为 $|x-2|-|x+a|\leq|a+2|$, 所以 $f(x)\leq|x+a|+1$ 等价于 $|a+2|\leq 1$. ……………………………… 7 分

解得 $-3\leq a\leq -1$. ……………………………………………………………………………………… 9 分

故 a 的取值范围为 $[-3,-1]$. …………………………………………………………………………… 10 分

评分细则:

(1)在第一问中,也可以按 $x\geq\dfrac{1}{2}$ 和 $x<\dfrac{1}{2}$ 两种情况分别求出 x 的取值范围,再求它们的并集,即不等式的解集,只要计算正确,不予扣分,最后结果没有写成集合或区间的形式,扣 1 分;

(2)在第二问中,最后结果没有写成集合或区间的形式,扣 1 分;

(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.