机密★启用前 试卷类型 A

山东名校考试联盟
2023—2024 学年高三年级上学期期中检测
数 学 试 题

2023.11

本试卷共 4 页，22 小题，满分 150 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上. 用 2B 铅笔将试卷类型(A)填涂在答题卡相应位置上. 将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\{x\in \mathbf{N}\mid |x-3|\leqslant 3\}$，集合 $A=\{2,4\}$，则 $\complement_U A=$

A. $\{2,4\}$　　B. $\{1,3,5,6\}$　　C. $\{0,1,2,3,5,6\}$　　D. $\{0,1,3,5,6\}$.

2. 复数 $\dfrac{11+10\mathrm{i}}{3-2\mathrm{i}}$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知函数 $f(x)=x+\dfrac{2}{x}$，p：函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2,+\infty)$，q：函数 $f(x)$ 的值域为 $[3,+\infty)$，则

A. p 是 q 的充分不必要条件

B. p 是 q 的必要不充分条件

C. p 是 q 的充要条件

D. p 既不是 q 的充分条件，也不是 q 的必要条件

4. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{3}$，则 $\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)$ 的值为

A. $\frac{5}{9}$　　B. $-\frac{5}{9}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

5. 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $-a_1$，$\frac{3}{4}a_2$，a_3 成等差数列，若 $a_1=1$，则 $S_4=$

A. $\frac{5}{8}$ 或 15　　B. $\frac{5}{8}$ 或 -5　　C. 15　　D. $\frac{5}{8}$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(4a-1)x-1, x\leqslant 1\\ a^{1-x}, x>1\end{cases}$ 为 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数，则 a 的取值范围是

A. $\left(\frac{1}{4},1\right)$　　B. $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$

7. 在△ABC 中 $AB=2AC$，$\angle BAC$ 的平分线 AD 交边 BC 于点 D，记 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{AB}=$

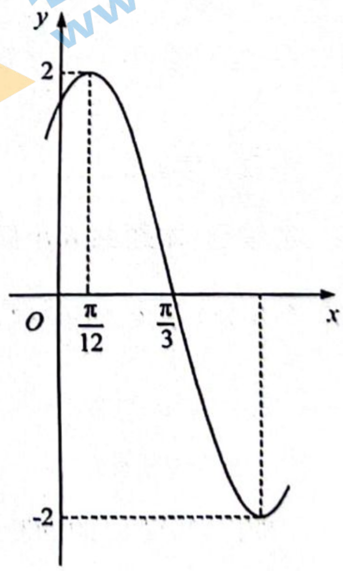
A. $3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　B. $-2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$　　C. $3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$　　D. $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$

8. 定义在 $(0,+\infty)$ 上的可导函数 $f(x)$，满足 $f'(x)+\frac{2f(x)}{x}=\frac{\ln x}{x^2}$，且 $f(e)=\frac{1}{2e}$，若 $a=f(\frac{1}{e})$，$b=f(\frac{\sqrt{2}\ln 2}{4})$，$c=f(\ln\sqrt{2})$，则 a,b,c 的大小关系是

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>c>a$　　D. $c>b>a$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，下列说法正确的是



A. $f(0)=\sqrt{3}$

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{6}$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{12}\right]$ 上单调递减

D. 将函数 $f(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位所得图象关于 y 轴对称

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，前 n 项和为 S_n．数列 $\{b_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，前 n 项和为 T_n．（$n\in\mathbf{N}^*$）下列说法错误的有

A. T_n 一定是关于 n 的二次函数.

B. 若 $b_m+b_n=b_p+b_q$，则 $m+n=p+q$.

C. $a_1>0$，$q>1$ 是 $\{a_n\}$ 为单调递增数列的充分不必要条件.

D. 数列 $\{a_n+a_{n+1}\}$ 一定是等比数列.

11. 若实数 a,b 满足 $a^2+b^2-mab=9$，$m\in\mathbf{R}$，则

A. 当 $m=1$ 时，a^2+b^2 有最大值　　B. 当 $m=3$ 时，ab 有最大值

C. 当 $m=1$ 时，$a+b$ 有最小值　　D. 当 $m=3$ 时，a^2+b^2 有最小值

12. 已知函数 $f(x)=(x+1)e^x$，$g(x)=\dfrac{(x-1)^2}{e^x}$，则下列结论正确的是

A. 函数 $g(x)$ 的值域是 $\left[0,\dfrac{4}{e}\right]$.

B. 若 $F(x)=f(x)-xe^x-\ln x-2$，则 $F(x)>0$.

C. 若 $G(x)=\begin{cases}f(x),x<0\\g(x),x\geqslant 0\end{cases}$，则方程 $e^2\cdot[G(x)]^2-(e^2+1)|G(x)|+1=0$ 共有 5 个实根.

D. 不等式 $g(x)-ax+a<0$ 在 $(-\infty,1)$ 上有且只有 3 个整数解，则 a 的取值范围是 $[-4e^3,-3e^2)$.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数 $f(x)=x^2+2f'\left(\dfrac{1}{2}\right)x+\ln x$，则 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处切线方程为 ________.

14. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，且 $f(x+1)$ 为偶函数，$f(x+2)$ 是奇函数，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=3^x-1$，则 $f(2023)=$ ________.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\cos^2C-\cos^2B+\sin^2A=\sin A\sin B=\dfrac{1}{2}$，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$，则边 c 的值为 ________.

16. 在 $\triangle ABC$ 中，$\cos\angle BAC=\dfrac{1}{6}$，$BC$，$AC$ 边上的两条中线分别为 AM，BN，若 $AM\perp BN$，则 $\dfrac{AC}{AB}=$ ________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{1}{a}$，且 $a=2\sqrt{2}$，$c>a>b$.

(1)求 bc 的值；

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\sqrt{7}$，求 b,c 的值.

18.(12分)数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{2(n+1)}{n}a_n$.（$n\in\mathbf{N}^*$）

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2)求 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n .

19.(12分)(12分)已知函数 $f(x)=x^3+2x^2-ax+2(a\in\mathbf{R})$.

(1)若函数 $y=f(x)$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上单调递增,求 a 的取值范围;

(2)若函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=a(1-x)$ 有且只有一个交点,求 a 的取值范围.

20.(12分)(12分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$\vec{m}=(b,a)$，$\vec{n}=\left(\cos\frac{A+C}{2},\cos\left(\frac{3\pi}{2}+A\right)\right)$，且 $\vec{m}\parallel\vec{n}$.

(Ⅰ)若 $c=4$，$b=\sqrt{7}a$，求 $\triangle ABC$ 的周长;

(Ⅱ)若 $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$，$|\overrightarrow{CM}|=\sqrt{6}$，求 $a+c$ 的取值范围.

21.(12分)已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，满足 $a_1=2$ 且点 (a_n,a_{n+1}) $(n\in\mathbf{N}^*)$ 在函数 $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)$ 的图像上,且 $b_n=\frac{a_n+1}{a_n-1}$.

(1)证明 $\{\log_3 b_n\}$ 是等比数列. 并求 b_n .

(2)令 $c_n=a_n-1$,设 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n，证明 $S_n<\frac{3}{2}$.

22.(12分)已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+(1+2a)x+2\ln x$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)若方程 $f(x)=e^{-ax}+\frac{1}{2}ax^2$ 有两个不相等的实根 x_1，x_2，证明: $2x_1\cdot x_2<e(x_1+x_2)$