# 2023 北京大兴高一（上）期中

# 数　学

## 第一部分 （选择题　共 40 分）

**一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

（1）已知集合 $A=\{0\}$， $B=\{-1,0,1\}$，则下列结论正确的是

（A） $A=\varnothing$　　（B） $A\in B$

（C） $A\cap B=\{0\}$　　（D） $A\cup B=\{0\}$

（2）对于命题 $p$： $\exists x\in\mathbf{R}$，$x+2\leqslant 0$，则命题 $p$ 的否定为

（A） $\exists x\in\mathbf{R}$，$x+2>0$　　（B） $\exists x\in\mathbf{R}$，$x+2\geqslant 0$

（C） $\forall x\in\mathbf{R}$，$x+2\leqslant 0$　　（D） $\forall x\in\mathbf{R}$，$x+2>0$

（3）下列函数中，是奇函数的是

（A） $y=x+1$　　（B） $y=x+\dfrac{1}{x}$

（C） $y=x^2$　　（D） $y=\sqrt{x}$

（4）已知 $a>b>0$，$c<0$，则

（A） $a+c<b+c$　　（B） $ac>bc$

（C） $\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$　　（D） $\dfrac{c}{a}>\dfrac{c}{b}$

（5）“函数 $y=f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数”是“ $f(0)=0$ ”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（6）设 $a=(\dfrac{2}{3})^{\frac{1}{2}}$，$b=(\dfrac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$，$c=(\dfrac{1}{3})^{\frac{2}{3}}$，则

（A） $a>b>c$　　（B） $c>a>b$

（C） $a>c>b$　　（D） $b>c>a$

（7）若不等式 $x^2+ax+b<0$ 的解集为 $\{x\mid -1<x<2\}$，则不等式 $bx^2+ax+1>0$ 的解集为

（A） $(-2,1)$　　（B） $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

（C） $(-1,\dfrac{1}{2})$　　（D） $(-\infty,-1)\cup(\dfrac{1}{2},+\infty)$

（8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x\geqslant 1,\\ -x^2+2, & x<1,\end{cases}$ 则 $y=f(x)$ 图像与 $x$ 轴交点的个数是

（A） 0　　（B） 1

（C） 2　　（D） 3

（9）已知函数 $f(x)=(x+1)(ax+b)$ 是偶函数，其定义域为 $[2a-3, a]$，则 $a-b=$

（A）$-1$　　（B）0

（C）1　　（D）2

（10）在一次调查中，某班甲、乙、丙、丁四名同学在社区服务的月总时长之间有如下关系：甲、丙服务时长之和等于乙、丁服务时长之和，甲、乙服务时长之和大于丙、丁服务时长，丁的服务时长大于乙、丙服务时长之和，那么，这四名同学服务时长按照从大到小的顺序排列为

（A）甲、丁、乙、丙　　（B）丁、甲、乙、丙

（C）丁、乙、丙、甲　　（D）乙、甲、丙、丁

## 第二部分 （非选择题　共 110 分）

**二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。**

（11）函数 $f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{1}{x-1}$ 的定义域为_______（用区间表示）.

（12）若幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 图像过点 $(3, \sqrt{3})$，则 $f(9)=$_______.

（13）函数 $f(x)=2^{x}-1$（$x\in \mathbf{R}$）的值域为_______.

（14）已知 $0<x<1$，则函数 $f(x)=x(1-x)$ 的最大值等于_____，取最大值时 $x=$____.

（15）设 $a$，$b$，$c\in \mathbf{R}$．能够说明“若 $a<b<c$，则 $a+b<c$”是假命题的一组整数 $a$，$b$，$c$ 的值依次为_____________.

（16）已知函数 $f(x)=x^2+ax+b$ 的值域为 $[0, +\infty)$，且关于 $x$ 的不等式 $f(x)<c$ 的解集为 $(m, m+6)$．则有如下结论：

①$b^2-4a=0$；

②函数 $y=f(x)$ 图像与直线 $y=c$ 的两个交点之间的距离等于 6；

③若关于 $x$ 的不等式 $x^2<c$ 的解集为 $(p, q)$，则 $|p-q|=6$；

④$c$ 的值与 $m$ 的大小有关.

其中所有正确结论的序号是_________.

**三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。**

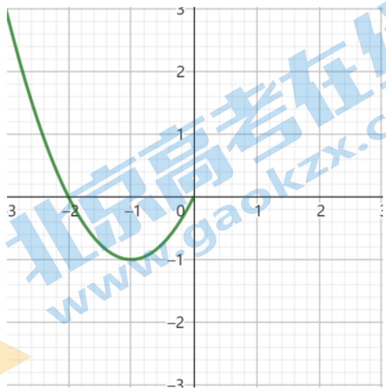
（17）（本小题 12 分）

（Ⅰ）计算 $|\pi-4|-8^{\frac{1}{3}}-\sqrt{(-2)^2}$；

（Ⅱ）解不等式 $x(12-x)>20$．

（18）（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x \leqslant 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$；



（Ⅰ）已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，

请根据条件将图象补充完整，

并写出函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

（Ⅱ）写出函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅲ）若关于 $x$ 的方程 $f(x)=t$ 有 3 个不相等的实数根，

求实数 $t$ 的取值范围．（只需写出结论）

（19）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=x^2+2mx-3$，其中 $m>0$．

（Ⅰ）若函数 $f(x)$ 满足____________（从条件①、条件②、条件③中选择一个作为已知条件），求函数 $f(x)$ 的解析式；

条件①：函数 $f(x)$ 的最小值为 $-4$；

条件②：不等式 $f(x) \leqslant 0$ 的解集为 $\{x \mid -3 \leqslant x \leqslant 1\}$；

条件③：方程 $f(x)=0$ 的两根为 $x_1, x_2$，且 $x_1^2+x_2^2=10$．

（Ⅱ）在（1）的条件下，当 $x \in [-1,1]$ 时，函数 $y=f(x)$ 的图象恒在 $y=x+b$ 图象的上方，试确定实数 $b$ 的取值范围．

（20）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=|x-1|+a|x-2|$，其中 $a \in \mathbf{R}$．

（Ⅰ）若 $a=0$，求 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）若 $a=1$，求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）若 $a>0$，求 $f(x)$ 的值域．

（21）（本小题 14 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x+t\mathrm{e}^{-x}$，其中 $t \in \mathbf{R}$．

（Ⅰ）当 $t=1$ 时，判断 $f(x)$ 的奇偶性并说明理由；

（Ⅱ）当 $t=-1$ 时，判断 $f(x)$ 单调性并加以证明；

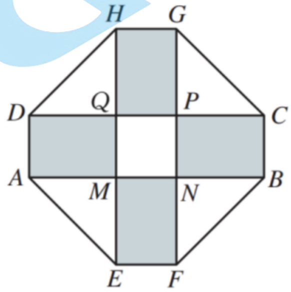
（Ⅲ）若 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数，求 $t$ 的取值范围．**（只写出结论）**

（22）（本小题 14 分）

如图，居民小区要建一座八边形的休闲场所，它的主体造型平面图是由两个相同的矩形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 构成的面积为 200 m² 的十字形地域．计划在正方形 $MNPQ$ 上建一座花坛，造价为 4200 元/m²；在四个相同的矩形(图中阴影部分)上铺花岗岩地坪，造价为 210 元/m²；再在四个空角(图中四个三角形)上铺草坪，造价为 80 元/m²．设总造价为 $S$(单位：元)，$AD$ 长为 $x$(单位：m)．

（Ⅰ）设 $AM$ 长为 $y$(单位：m)，写出 $y$ 关于 $x$ 的函数解析式；

（Ⅱ）当 $x$ 为何值时，$S$ 最小?并求出这个最小值．



# 参考答案

**一、选择题**（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | D | B | D | A | A | C | B | D | A |

**二、填空题**（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

（11）$[0,1)\cup(1,+\infty)$

（12）3

（13）$(-1,+\infty)$

（14）$\frac{1}{4}$（3 分）；$\frac{1}{2}$（2 分）

（15）1,2,3（答案不唯一）

（16）②③（**只选对一个给 3 分，有错误选项得 0 分**）

**三、解答题**（共 6 小题，共 80 分）

（17）（本小题 12 分）

解：（I）原式 $=4-\pi-(2^3)^{\frac{1}{3}}-|-2|$

$=4-\pi-2-2$ …………5 分

$=-\pi$ …………6 分

（II）原式可变形为

$-x^2+12x-20>0$，

即 $x^2-12x+20<0$， …………1 分

$(x-2)(x-10)<0$， …………3 分

解得 $2<x<10$． …………5 分

所以原不等式的解集为 $x|2<x<10$ ． …………6 分

（18）（本小题 12 分）

解：（I）作出正确图形， …………2 分

函数 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,-1)$ 和 $(1,+\infty)$． …………4 分

（II）$f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, & x>0,\\ x^2+2x, & x\leqslant 0.\end{cases}$ …………5 分（**每个分段，解析式和定义域各 1 分；总体 1 分**）

（III）$t\in(-1,1)$． …………3 分

（19）（本小题 14 分）

解：（I）若选条件①：函数 $f(x)$ 的最小值为 4，

$f(x)=x^2+2mx-3=(x+m)^2-m^2-3$ …………2 分

即 $-m^2-3=-4$，　　　　　　　　…………4 分

由于 $m>0$，所以 $m=1$．　　　　…………6 分

所以 $f(x)=x^2+2x-3$．　　　　…………7 分

若选条件②：不等式 $f(x)\leqslant 0$ 的解集为 $\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 1\}$，

则方程 $x^2+2mx-3=0$ 的两个根为 $-3$ 和 $1$，

由一元二次方程根与系数关系，得 $-3+1=-2m$，

解得 $m=1$，所以 $f(x)=x^2+2x-3$．

若选条件③：方程 $f(x)=0$ 的两根为 $x_1,x_2$，

由于 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$，

由根与系数关系，得 $\begin{cases}x_1+x_2=-2m, \\ x_1\cdot x_2=-3,\end{cases}$，

由 $m>0$，得 $m=1$，

所以 $f(x)=x^2+2x-3$．

（II）由题意可得，对于 $\forall x\in[-1,1]$，都有 $x^2+2x-3>x+b$ 成立，…………2 分

即 $b<x^2+x-3$，　　　　　　　　…………3 分

令 $g(x)=x^2+x-3$，$x\in[-1,1]$，

则 $g(x)\in[-\frac{13}{4},-1]$，　　　　　　…………5 分

所以，只需 $b<-\frac{13}{4}$ 即可，　　　　　　…………6 分

所以实数 $b$ 的取值范围是 $(-\infty,-\frac{13}{4})$．　　　　…………7 分

（20）（本小题 14 分）

**解：**（I）当 $a=0$ 时，$f(x)=|x-1|$，　　　　…………1 分

由于 $|x-1|\geqslant 0$，

所以当 $x=1$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $0$．…………3 分

（II）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x-1|+|x-2|$

即 $f(x)=\begin{cases}3-2x, & x<1, \\ 1, & 1\leqslant x\leqslant 2, \\ 2x-3, & x>2.\end{cases}$　…………3 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,1)$，单调递增区间为 $(2,+\infty)$…………5 分

（III）

$f(x)=\begin{cases}-(1+a)x+2a+1, & x<1, \\ (1-a)x+2a-1, & 1\leqslant x\leqslant 2, \\ (1+a)x-2a-1, & x>2.\end{cases}$　　…………2 分

①若 $0<a<1$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减，在 $[1,+\infty)$ 单调递增，

所以，当 $x=1$ 时，$f(x)$ 取得最小值为 $a$；…………3 分

②若 $a=1$，由（II）结论可得，$f(x)$ 的最小值为 $1$；…………4 分

③若 $a>1$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,2]$ 上单调递减，在 $[2,+\infty)$ 单调递增，

所以，当 $x=2$ 时，$f(x)$ 取得最小值为 $1$；…………5 分

综上，当 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 的值域为 $[a,+\infty)$；当 $a\geqslant 1$ 时，$f(x)$ 的值域为 $[1,+\infty)$.

…………6 分

（21）（本小题 14 分）

解：（I）当 $t=1$ 时，$f(x)=e^x+e^{-x}$，

由于函数的定义域为 $\mathbf{R}$，…………1 分

且 $f(-x)=e^{-x}+e^{x}=f(x)$，…………2 分

所以 $f(x)$ 为偶函数. …………3 分

（II）当 $t=-1$ 时，$f(x)=e^x-e^{-x}$，$f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数. …………1 分

证明：任取 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，…………2 分

$$f(x_1)-f(x_2)=e^{x_1}-e^{-x_1}-(e^{x_2}-e^{-x_2})$$

$$=e^{x_1}-e^{x_2}+e^{-x_2}-e^{-x_1}$$

$$=e^{x_1}-e^{x_2}+\frac{1}{e^{x_2}}-\frac{1}{e^{x_1}}$$

$$=e^{x_1}-e^{x_2}+\frac{e^{x_1}-e^{x_2}}{e^{x_2}e^{x_1}}$$

$$=(e^{x_1}-e^{x_2})(1+\frac{1}{e^{x_1+x_2}})$$ …………4 分

因为 $x_1$，$x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，

所以 $e^{x_1}<e^{x_2}$，得 $e^{x_1}-e^{x_2}<0$，…………5 分

又 $\frac{1}{e^{x_1+x_2}}>0$，则 $1+\frac{1}{e^{x_1+x_2}}>0$，…………6 分

所以 $(e^{x_1}-e^{x_2})(1+\frac{1}{e^{x_1+x_2}})<0$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)<0$，…………7 分

即 $f(x_1)<f(x_2)$，

所以 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数. …………8 分

（III）$t\leqslant 0$ . …………3 分

证明过程如下：

若 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的增函数，则对于任意的实数 $x_1<x_2$，都有 $f(x_1)<f(x_2)$ 成立.

即 $f(x_1)-f(x_2)<0$ 恒成立.

由 $f(x_1)-f(x_2)=e^{x_1}+te^{-x_1}-(e^{x_2}+te^{-x_2})$

$=e^{x_1}-e^{x_2}+te^{-x_1}-te^{-x_2}$

$=e^{x_1}-e^{x_2}+\frac{t}{e^{x_1}}-\frac{t}{e^{x_2}}$

$=(e^{x_1}-e^{x_2})(1-\frac{t}{e^{x_1+x_2}})$

$=(e^{x_1}-e^{x_2})(\frac{e^{x_1+x_2}-t}{e^{x_1+x_2}})$

因为 $x_1$，$x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$， 所以 $e^{x_1}-e^{x_2}<0$，

由 $f(x_1)-f(x_2)<0$， 得 $\frac{e^{x_1+x_2}-t}{e^{x_1+x_2}}>0$ 恒成立，

因为 $e^{x_1+x_2}>0$， 所以 $e^{x_1+x_2}-t>0$ 成立，

即 $t<e^{x_1+x_2}$ 成立，

所以 $t\leqslant 0$ .

（22）（本小题 14 分）

解：（I）由题意得 $4xy+x^2=200$，　　　　…………2 分

解得 $y=\frac{200-x^2}{4x}(0<x<10\sqrt{2})$ .　　　　…………4 分

（II）由题意，正方形花坛 $MNPQ$ 的造价为 $4200x^2$ 元，…………1 分

花岗岩地坪造价为 $4xy\times 210=210(200-x^2)=42000-210x^2$，…………2 分

四个空角草坪造价为

$2y^2\times 80=160\times(\frac{200-x^2}{4x})^2=\frac{10}{x^2}(40000-400x^2+x^4)=\frac{400000}{x^2}-4000+10x^2$

…………3 分

所以，总造价 $S=4200x^2+42000-210x^2+\frac{400000}{x^2}-4000+10x^2$

$=4000x^2+\frac{400000}{x^2}+38000$　　　　…………4 分

$\geqslant 2\sqrt{4000x^2\cdot\frac{400000}{x^2}}+38000$　　　　…………6 分

$=2\sqrt{16\times 10^8}+38000$

$=2\times 4\times 10^4+38000$

$=80000+38000$

$=118000$　　　　…………8 分

当且仅当 $4000x^2=\frac{400000}{x^2}$，即 $x=\sqrt{10}$ 米时总造价 $S$ 最小为 118000 元…………10 分

# 北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！