2021 北京交大附中高二（上）期末

数　　学

一、选择题（共 10 小题）．

1．已知向量$\vec{a}$=（﹣1，2，1），$\vec{b}$=（3，x，y），且$\vec{a}$∥$\vec{b}$，那么$|\vec{b}|$=（　　）

A．$3\sqrt{6}$　　B．6　　C．9　　D．18

2．点（2，1）到直线 $3x-4y+2=0$ 的距离是（　　）

A．$\dfrac{4}{5}$　　B．$\dfrac{5}{4}$　　C．$\dfrac{4}{25}$　　D．$\dfrac{25}{4}$

3．圆心在直线 $x-y=0$ 上且与 y 轴相切于点（0，1）的圆的方程是（　　）

A．$(x-1)^2+(y-1)^2=1$　　B．$(x+1)^2+(y+1)^2=1$

C．$(x-1)^2+(y-1)^2=2$　　D．$(x+1)^2+(y+1)^2=2$

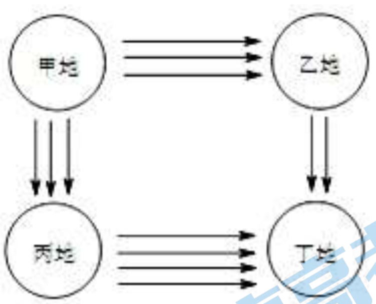
4．设椭圆的标准方程为$\dfrac{x^2}{k-3}+\dfrac{y^2}{5-k}=1$，若焦点在 x 轴上，则 k 的取值范围是（　　）

A．$k>3$　　B．$3<k<5$　　C．$4<k<5$　　D．$3<k<4$

5．直线 $y=2x$ 为双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线，则双曲线 C 的离心率是（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

6．如图，从甲地到乙地有 3 条路，从乙地到丁地有 2 条路；从甲地到丙地有 3 条路，从丙地到丁地有 4 条路．从甲地到丁地的不同路线共有（　　）



A．12 条　　B．15 条　　C．18 条　　D．72 条

7．在$(x-2)^5$的展开式中，x^2的系数是（　　）

A．﹣80　　B．﹣10　　C．5　　D．40

8．嫦娥四号月球探测器于 2018 年 12 月 8 日搭载长征三号乙运载火箭在西昌卫星发射中心发射.12 日下午 4 点 43 分左右，嫦娥四号顺利进入了以月球球心为一个焦点的椭圆形轨道，如图中轨道③所示，其近月点与月球表面

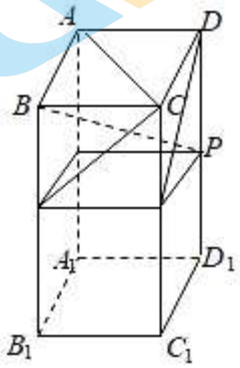
距离为 100 公里，远月点与月球表面距离为 400 公里．已知月球的直径为 3476 公里，则该椭圆形轨道的离心率约为（　　）

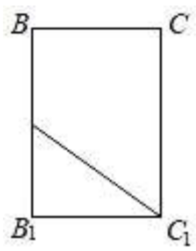
A．$\frac{1}{25}$　　B．$\frac{3}{40}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{3}{5}$

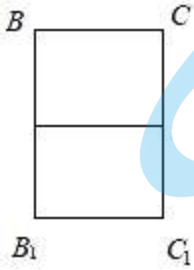
9．已知斜率为 k 的直线 l 与抛物线 C：$y^2=4x$ 交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M（1，m）（$m>0$），则斜率 k 的取值范围是（　　）

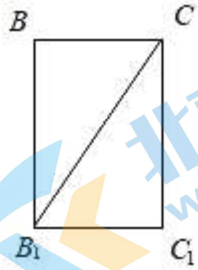
A．（－∞，1）　　B．（－∞，1]　　C．（1，+∞）　　D．[1，+∞）

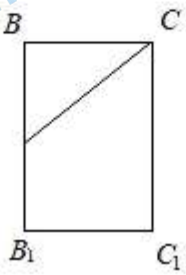
10．四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面为正方形，侧棱与底面垂直，点 P 是侧棱 DD_1 的中点，$AA_1=2$，$AB=1$，若点 Q 在侧面 BCC_1B_1（包括其边界）上运动，且总保持 $AQ\perp BP$，则动点 Q 的轨迹是（　　）



A．

B．

C．

D．

二、填空题（共 7 小题）

11．已知直线 l_1：$x+2y+1=0$ 与直线 l_2：$4x+ay-2=0$ 垂直，那么 l_1 与 l_2 的交点坐标是______．

12．直线 $x-\sqrt{3}y+2=0$ 被圆 $x^2+y^2=4$ 截得的弦长为______.

13．已知点 M（1，2）在抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）上，则点 M 到抛物线 C 焦点的距离是______.

14．由数字 1，2，3，4，5，6 组成没有重复数字的三位数，偶数共有______个，其中个位数字比十位数字大的偶数共有______个.

15．已知圆 C 的方程是 $x^2+y^2-4x+F=0$，且圆 C 与直线 $y=x+1$ 相切，那么 $F=$______.

16．已知 F_1，F_2 为椭圆 M：$\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{2}=1$ 和双曲线 N：$\frac{x^2}{n^2}-y^2=1$ 的公共焦点，P 为它们的一个公共点，且 $PF_1\perp F_1F_2$，那么椭圆 M 和双曲线 N 的离心率之积为______.

17．在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，点 A（1，0，1），动点 P（x，y，0）在 xOy 平面上运动，P 到直线 OA 的距离为 4，则点 P 坐标中 x，y 满足的方程为______.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 65 分）

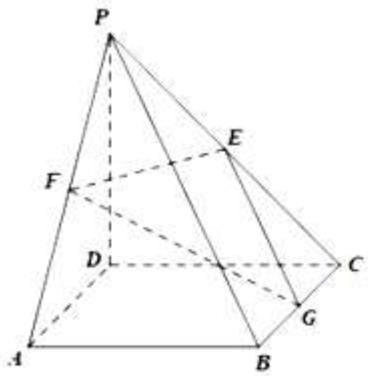
18．如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PD\perp$平面 $ABCD$，$PD=AB$，点 E，F，G 分别为 PC，PA，BC 的中点.

（1）求证：$PB\perp EF$；

（2）求证：$FG\parallel$平面 PCD；

（3）求平面 EFG 与平面 PAD 所成二面角的余弦值；

（4）求直线 DE 与平面 EFG 所成角的大小.



19．直线 l 与抛物线 C：$y^2=4x$ 有且仅有一个公共点 A（1，2），与 A 处切线垂直的直线 m 称为抛物线 C：$y^2=4x$ 在点 A 处的法线.

（1）求直线 l 的方程；

（2）若直线 l 与 x 轴交于点 B，求证：$AF=BF$；

（3）若直线 l 与 x 轴交于点 B，设法线 m 交 x 轴于 M 点，求线段 BM 的中点坐标；

（4）若经过点 B（－1，0）的直线 n 与抛物线 C：$y^2=4x$ 相交于 P、Q 两个不同的点，是否存在直线 n 使得 $|BP|\cdot|BQ|=20$，又是否存在直线 n 使得 $|BP|\cdot|BQ|=6$，请说明理由.

20．已知椭圆 C 的中心在坐标原点，左顶点 A（－2，0），离心率 $e=\frac{1}{2}$，F 为右焦点，过焦点 F 的直线交椭圆 C 于 P、Q 两个不同的点．

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）当$|PQ|=\frac{24}{7}$时，求直线 PQ 的方程；

（III）设线段 PQ 的中点在直线 $x+y=0$ 上，求直线 PQ 的方程．

21．已知抛物线 C：$y^2=2px$ 过点 M（2，2），A，B 是抛物线 C 上不同两点，且 $AB\parallel OM$（其中 O 是坐标原点），直线 AO 与 BM 交于点 P，线段 AB 的中点为 Q．

（I）求抛物线 C 的准线方程；

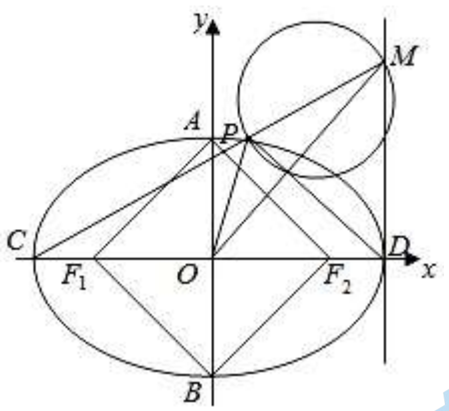
（II）求证：直线 PQ 与 x 轴平行．

22．已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1、F_2，短轴两个端点为 A、B，且四边形 F_1AF_2B 是边长为 2 的正方形．

（1）求椭圆的方程；

（2）若 C、D 分别是椭圆长的左、右端点，动点 M 满足 $MD\perp CD$，连接 CM，交椭圆于点 P．证明：$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OP}$ 为定值．

（3）在（2）的条件下，试问 x 轴上是否存在异于点 C 的定点 Q，使得以 MP 为直径的圆恒过直线 DP、MQ 的交点，若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．



2021 北京交大附中高二（上）期末数学

参考答案

一、选择题（共 10 小题）．

1．解：根据题意，向量$\vec{a}$=（﹣1，2，1），$\vec{b}$=（3，x，y），且$\vec{a}$∥$\vec{b}$，

则设$\vec{b}=k\vec{a}$，即（3，x，y）$=k$（﹣1，2，1），

则有 k=﹣3，

则 x=﹣6，y=﹣3，

则$\vec{b}$=（3，﹣6，﹣3），故$|\vec{b}|=\sqrt{9+36+9}=3\sqrt{6}$；

故选：A．

2．解：点（2，1）到直线 $3x-4y+2=0$ 的距离 $d=\dfrac{|3\times2-4\times1+2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{4}{5}$．

故选：A．

3．解：根据题意，要求圆的圆心在圆心在直线 $x-y=0$ 上，则设要求圆的圆心的坐标为（m，m），

又由要求圆与 y 轴相切于点（0，1），则圆心在直线 $y=1$ 上，

则 $m=1$，要求圆的半径 $r=1$，

故要求圆的方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$；

故选：A．

4．解：根据题意，方程$\dfrac{x^2}{k-3}+\dfrac{y^2}{5-k}=1$表示焦点在 x 轴上的椭圆，

则必有$\begin{cases}k-3>0\\5-k>0\\k-3>5-k\end{cases}$，

解可得 $4<k<5$，

故选：C．

5．解：双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$，

则$\dfrac{b}{a}=2$，即 $b=2a$，

则 $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}a$，

即有 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$.

故选：A.

6．解：分两类，第一类，从甲到乙再到丁，共有 3×2＝6 种，

第二类，从甲到丙再到丁，共有 3×4＝12 种，

根据分类计数原理可得，共有 6+12＝18 种，

故从甲地到丁地共有 18 条不同的路线.

故选：C.

7．解：在（x－2）^{5}的展开式中，x^2的系数为C_5^3•（－2）^{3}•＝－80，

故选：A.

8．解：设椭圆的长半轴长为 a，半焦距为 c，月球半径为 R，则 $a+c$＝400+1738 且 $a-c$＝1738+100，

解得 a＝1988，c＝150，所以 $e=\frac{150}{1988}\approx\frac{3}{40}$，

故选：B.

9．解：设直线 l 的方程为：$y=kx+b$，设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

联立方程$\begin{cases}y=kx+b\\y^2=4x\end{cases}$，消去 y 得：$k^2x^2+(2kb-4)x+b^2=0$，

∴△＝$(2kb-4)^2-4k^2b^2>0$，∴$kb<1$，

且 $x_1+x_2=\frac{4-2kb}{k^2}$，$x_1x_2=\frac{b^2}{k^2}$，$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2b=\frac{4}{k}$，

∵线段 AB 的中点为 M（1，m）（$m>0$），

∴ $x_1+x_2=\frac{4-2kb}{k^2}=2$，$y_1+y_2=\frac{4}{k}=2\pi$，

∴$b=\frac{2-k^2}{k}$，$m=\frac{2}{k}$，

∵$m>0$，∴$k>0$，

把 $b=\frac{2-k^2}{k}$ 代入 $kb<1$，得 $2-k^2<1$，

∴$k^2>1$，

∴$k>1$，

故选：C.

10．解：分别取 BB_1、CC_1 的中点 M、N，连 CM、MN、PN、AC，

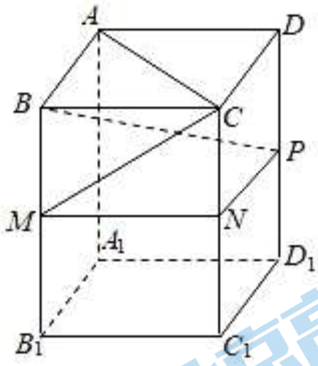
则由 $CM\perp BN$ 知：$CM\perp BP$，

又 $BP\perp AC$．故 $BP\perp$平面 AMC．

∴过 A 与 BP 垂直的直线均在平面 AMC 内，又 Q 在平面 BCC_1B_1 内，

故 $Q\in$平面 $AMC\cap$侧面 BB_1C_1C，即 Q 在线段 MC 上．

故选：D．



二、填空题：（本大题共 7 小题，每题 5 分，共 35 分）

11．解：∵直线 l_1：$x+2y+1=0$ 与直线 l_2：$4x+ay-2=0$ 垂直

∴$1\times4+2a=0$，解之得 $a=-2$，直线 l_2 方程为 $4x-2y-2=0$

由$\begin{cases}x+2y+1=0\\4x-2y-2=0\end{cases}$，联解得 $x=\frac{1}{5}$，$y=-\frac{3}{5}$，得交点坐标为（$\frac{1}{5}$，$-\frac{3}{5}$）

故答案为：（$\frac{1}{5}$，$-\frac{3}{5}$）

12．解：由圆 $x^2+y^2=4$，得到圆心（0，0），$r=2$，

∵圆心（0，0）到直线 $x-\sqrt{3}y+2=0$ 的距离 $d=\frac{2}{2}=1$，

∴直线被圆截得的弦长为 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$

13．解：由点 M（1，2）在抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）上，可得 $4=2p$，$p=2$，

抛物线 C：$y^2=4x$，焦点坐标 F（1，0），

则点 M 到抛物线 C 焦点的距离是：2，

故答案为：2.

14．解：根据题意，

对于第一空：分 2 步分析：

①要求是没有重复数字的三位偶数，其个位是 2、4 或 6，有 3 种情况，

②在剩下的 5 个数字中任选 2 个，安排在前 2 个数位，有 $A_5^2=20$ 种情况，

则有 3×20＝60 个符合题意的三位偶数；

对于第二空：分 3 种情况讨论：

①，当其个位为 2 时，十位数字只能是 1，百位数字有 4 种情况，此时有 4 个符合题意的三位数；

②，当其个位为 4 时，十位数字可以是 1、2、3，百位数字有 4 种情况，此时有 3×4＝12 个符合题意的三位数；

③，当其个位为 6 时，十位数字可以是 1、2、3、4、5，百位数字有 4 种情况，此时有 5×4＝20 个符合题意的三位数；

则有 4+12+20＝36 个符合题意的三位数；

故答案为：60，36．

15．解：由 $x^2+y^2-4x+F=0$，得 $(x-2)^2+y^2=4-F$，

∴圆心为（2，0），半径为 $\sqrt{4-F}$，

又圆 C 与直线 $y=x+1$ 相切，

则 $\dfrac{|1\times 2-1\times 0+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{4-F}$，解得：$F=-\dfrac{1}{2}$．

故答案为：$-\dfrac{1}{2}$．

16．解：∵F_1，F_2 为椭圆 M：$\dfrac{x^2}{m^2}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 和双曲线 N：$\dfrac{x^2}{n^2}-y^2=1$ 的公共焦点，P 为它们的一个公共点，

∴$PF_2+PF_1=2|m|$，$PF_2-PF_1=2|n|$，

故 $PF_2=|m|+|n|$，$PF_1=|m|-|n|$，

∵$PF_1\perp F_1F_2$，∴$(|m|+|n|)^2=(|m|-|n|)^2+4c^2$，

即 $|mn|=c^2$，

∴$e_1e_2=\dfrac{c}{|m|}\cdot\dfrac{c}{|n|}=\dfrac{c^2}{|mn|}=1$．

故答案为：1．

17．解：如图所示：过点 P 作 $PM\perp x$ 轴，垂足为 M，再作 $MN\perp OA$，垂足为 N，

连接 PN，根据线面垂直的判定定理，可证得 $OA\perp$ 平面 PMN，

又由 $PN\subseteq$ 平面 PMN，所以 $OA\perp PN$，即 PN 为点 P 到直线 OA 的距离，

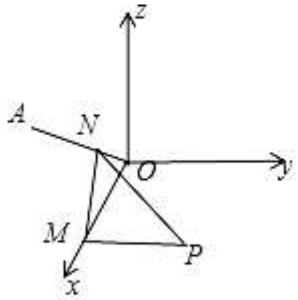
又由 $P(x，y，0)$，可得 $|OM|=|x|$，

在等腰直角三角形 OMN 中，可得 $|MN|=|OM|\sin45°=\dfrac{\sqrt{2}|x|}{2}$，

在直角三角形 PMN 中，可得$|PN|^2=|PM|^2+|MN|^2=|y|^2+\frac{1}{2}|x|^2=16$，

整理可得$\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{16}=1$，

故答案为：$\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{16}=1$．



三、解答题（本大题共 5 小题，共 65 分）

18．解：（1）证明：因为 $PD\perp$平面 $ABCD$，所以 $PD\perp AD$，$PD\perp CD$，且底面 $ABCD$ 为正方形，

所以 $AD\perp CD$．以 D 为原点，DA，DC，DP 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，

建立如图所示空间直角坐标系 $D-xyz$，设 $DC=1$，

则 D（0，0，0），P（0，0，1），B（1，1，0），E（0，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$），F（$\frac{1}{2}$，0，$\frac{1}{2}$），G（$\frac{1}{2}$，1，0）．$\overrightarrow{PB}$

$=$（1，1，-1），$\overrightarrow{EF}=$（$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，0），$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+0=0$．

所以 $PB\perp EF$．

（2）证明：由（I）知，$PD\perp AD$，$AD\perp CD$，且 $PD\cap DC=D$，

所以 $AD\perp$平面 PCD．

所以$\overrightarrow{AD}=$（-1，0，0）是平面 PCD 的法向量．$\overrightarrow{FG}=$（0，1，$-\frac{1}{2}$），

因为$\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，且 $FG\not\subset$平面 PCD，

所以 $FG\parallel$平面 PCD．

（3）解：设平面 EFG 的法向量为$\vec{n}=$（x，y，z），

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{FG}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}x-y=0\\ 2y-z=0\end{cases}$，令 $x=1$，得$\vec{n}=$（1，1，2）．

平面 PAD 的法向量为$\overrightarrow{CD}=$（0，1，0）．

设平面 EFG 与平面 PAD 所成二面角（锐角）为 α，

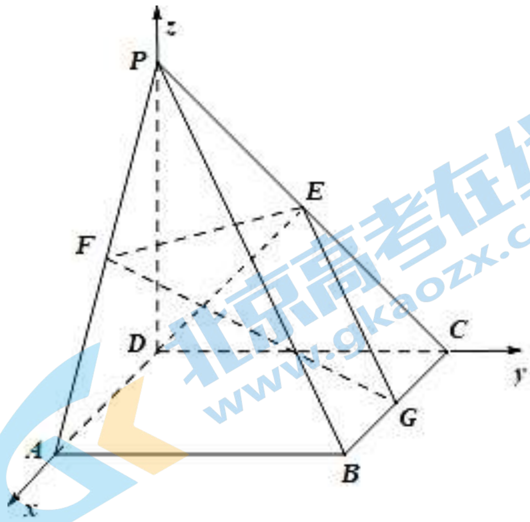
则 $\cos\alpha=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{CD}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{CD}|}=\frac{\sqrt{6}}{6}$．

所以平面 EFG 与平面 PAD 所成二面 $D-FG-E$ 角（锐角）的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$.

（4）如图，连接 DE，

$\overrightarrow{DE}=(0,1,1)$，$\cos<\vec{m},\overrightarrow{DE}>=\frac{\vec{m}\cdot\overrightarrow{DE}}{|\vec{m}|\cdot|\overrightarrow{DE}|}=\frac{3}{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

设直线 DE 与平面 EFG 所成角的大小为 θ，则 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$，且 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$，因此 $\theta=\frac{\pi}{3}$.



19．解：（1）①当直线 $l\perp x$ 轴时，此时直线 l 的方程为：$x=1$，

联立方程$\begin{cases}x=1\\y^2=4x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\y=\pm 2\end{cases}$，此时直线 l 与抛物线有两个公共点，不符合题意，

②当直线 l 的斜率为 0 时，直线 l 的方程为：$y=2$，代入抛物线方程可得 $x=1$，

此时直线 l 与抛物线只有一个公共点，

③当直线 l 的斜率存在且不为 0 时，设直线 l 的方程为：$y-2=k(x-1)$，$(k\neq 0)$，

联立方程$\begin{cases}y-2=k(x-1)\\y^2=4x\end{cases}$，消去 x 整理可得：$ky^2-4y+8-4k=0$，

由题意可得$\triangle=16-4k(8-4k)=0$，解得 $k=1$，

此时直线 l 的方程为：$y-2=x-1$，即 $x-y+1=0$，

综上，满足题意的直线 l 的方程为 $y=2$ 或 $x-y+1=0$；

（2）证明：由直线 l 与 x 轴交于点 B，则直线 l 的方程为：$y=x+1$，

令 $y=0$，解得 $x=-1$，所以 $B(-1,0)$，又由抛物线方程可得：$F(1,0)$，$p=2$，

而抛物线的准线方程为：$x=-1$，由抛物线的定义可得：$AF=1+1=2$，

又 $BF=|-1-1|=2$，因此 $AF=BF$；

（3）由（2）可知，直线 l 的方程为 $y=x+1$，斜率为 1，

所以直线 m 的斜率为 -1，则直线 m 的方程为：$y-2=-(x-1)$，即 $y=-x+3$，

令 $y=0$，解得 $x=3$，即点 M（3，0），

因此，线段 BM 的中点坐标为（1，0）；

（4）若直线 n 与 x 轴重合时，直线 n 与抛物线只有一个公共点，不符合题意，

所以可设直线 n 的方程为：$x=ty-1$，$P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$，

联立方程$\begin{cases} x=ty-1 \\ y^2=4x \end{cases}$，消去 x 整理可得：$y^2-4ty+4=0$，

则$\triangle=16t^2-16>0$，所以 $t^2>1$，

且 $y_1+y_2=4t$，$y_1y_2=4$，所以$|BP||BQ|=\sqrt{1+t^2}|y_1|\cdot\sqrt{1+t^2}|y_2|$

$=(1+t^2)|y_1y_2|=4(1+t^2)$，

因为 $t^2>1$，所以$|BP||BQ|>8$，

因此存在直线 n 使得$|BP||BQ|=20$，不存在直线 n 使得$|BP||BQ|=6$.

20．解：（I）由已知得$\begin{cases} a=2 \\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2} \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases}$，解得 $c=1$，$b^2=3$，

所以椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

（II）由（I）知，椭圆的右焦点 F（1，0），

设直线 PQ 的方程为 $x=my+1$，$P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$，

联立$\begin{cases} x=my+1 \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，

所以 $y_1+y_2=-\frac{6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，

所以$|PQ|=\sqrt{(m^2+1)(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(m^2+1)\left(\frac{36m^2}{(3m^2+4)^2}+\frac{36}{3m^2+4}\right)}$

$=12\sqrt{\frac{(m^2+1)^2}{(3m^2+4)^2}}=12\times\frac{m^2+1}{3m^2+4}$，

因为$|PQ|=\frac{24}{7}$，

所以 $12\times\frac{m^2+1}{3m^2+4}=\frac{24}{7}$，解得 $m=\pm1$，

所以直线 PQ 的方程为 $x=\pm y+1$，即 $x+y-1=0$ 或 $x-y-1=0$.

（III）设 PQ 中点为（x_0，y_0），

所以 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{m(y_1+y_2)+2}{2}=\frac{m\cdot(-\frac{6m}{3m^2+4})+2}{2}=\frac{4}{3m^2+4}$，

$y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{-3m}{3m^2+4}$，

又因为线段 PQ 的中点在直线 $x+y=0$ 上，

所以 $x_0+y_0=0$，即 $\frac{4}{3m^2+4}+\frac{-3m}{3m^2+4}=0$，解得 $m=\frac{4}{3}$，

所以直线 PQ 的方程为 $x=\frac{4}{3}y+1$，即 $3x-4y-3=0$.

21．解：（I）抛物线 C：$y^2=2px$ 过点 M（2，2），

∴$4=4p$，即 $p=1$，

∴抛物线 C 的准线方程 $x=-\frac{p}{2}=-\frac{1}{2}$，

证明（II）∵M（2，2），$AB\parallel OM$，

∴$k_{AB}=k_{OM}=1$，

设直线 AB 的方程为 $y=x+m$，设 A（x_1，y_1），

B（x_2，y_2），

由 $\begin{cases} y=x+m \\ y^2=2x \end{cases}$，消 x 可得 $y^2-2y+2m=0$，

∴$\triangle=4-8m>0$，即 $m<\frac{1}{2}$ 且 $m\neq 0$，

∴$y_1+y_2=2$，$y_1y_2=2m$，

∵线段 AB 的中点为 Q，

∴$y_Q=\frac{1}{2}(y_1+y_2)=1$，

∵直线 OA 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1}\cdot x=\frac{2}{y_1}\cdot x$，①

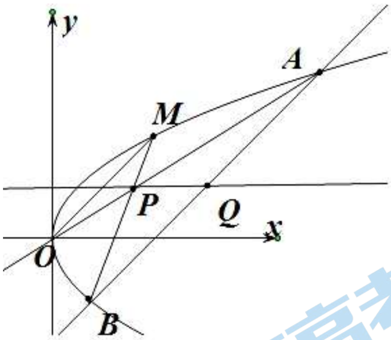
直线 BM 的方程为 $y-2=\frac{y_2-2}{x_2-2}(x-2)=\frac{y_2-2}{\frac{y_2^2}{2}-2}(x-2)=\frac{2}{y_2+2}(x-2)$，②，

由①②解得 $y=\dfrac{2y_2}{y_2-y_1+2}=\dfrac{2y_2}{y_2-(2-y_2)+2}=1$，

$\therefore y_P=1$

$\therefore$直线 PQ 的方程为 $y=1$，

故直线 PQ 与 x 轴平行



22．解：（1）$a=2$，$b=c$，$a^2=b^2+c^2$，$\therefore b^2=2$；

$\therefore$椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$

（2）C（－2，0），D（2，0），设 M（2，y_0），P（x_1，y_1），

则 $\overrightarrow{OP}=(x_1,\ y_1)$，$\overrightarrow{OM}=(2,\ y_0)$

直线 CM：$y=\dfrac{y_0}{4}(x+2)$，即 $y=\dfrac{y_0}{4}x+\dfrac{1}{2}y_0$，代入椭圆方程 $x^2+2y^2=4$，

得 $\left(1+\dfrac{y_0^2}{8}\right)x^2+\dfrac{1}{2}y_0^2x+\dfrac{1}{2}y_0^2-4=0$

$\because x_1=-\dfrac{1}{2}\dfrac{4(y_0^2-8)}{y_0^2+8}$，$\therefore x_1=-\dfrac{2(y_0^2-8)}{y_0^2+8}$，$\therefore y_1=\dfrac{8y_0}{y_0^2+8}$，$\therefore \overrightarrow{OP}=\left(-\dfrac{2(y_0^2-8)}{y_0^2+8},\ \dfrac{8y_0}{y_0^2+8}\right)$

$\therefore \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OM}=-\dfrac{4(y_0^2-8)}{y_0^2+8}+\dfrac{8y_0^2}{y_0^2+8}=\dfrac{4y_0^2+32}{y_0^2+8}=4$（定值）

（3）设存在 Q（m，0）满足条件，则 $MQ\perp DP$

$\overrightarrow{MQ}=(m-2,\ -y_0)$，$\overrightarrow{DP}=\left(-\dfrac{4y_0^2}{y_0^2+8},\ \dfrac{8y_0}{y_0^2+8}\right)$

则由 $\overrightarrow{MQ}\cdot\overrightarrow{DP}=0$ 得 $-\dfrac{4y_0^2}{y_0^2+8}(m-2)-\dfrac{8y_0^2}{y_0^2+8}=0$，从而得 $m=0$

$\therefore$存在 Q（0，0）满足条件

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘‘ 精益求精、专业严谨 ’’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜

北京高考资讯