

师大二附中 2021 届高三第一学期 10 月考

数学试卷

一、选择题（共 10 小题；共 40 分）

1. 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 那么 " $a \in M$ " 是 " $a \in N$ " 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

2. 若 $\log_3 b \cdot \log_5 3 = 3$, 则 $b =$ ()

- A. 6 B. 5 C. 3^5 D. 5^3

【答案】D

3. 已知 $x, y \in R$, 且 $x > y > 0$, 则 ()

- A. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} > 0$ B. $\cos x - \cos y < 0$

- C. $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^y < 0$ D. $\ln(x-y) > 0$

【答案】C

4. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x - 2$, 那么不等式 $f(x) < \frac{1}{2}$ 的解集是 ()

- A. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{5}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x < 0\right\}$

- C. $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < \frac{5}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid x < -\frac{3}{2} \text{ 或 } 0 \leq x < \frac{5}{2}\right\}$

【答案】D

5. 已知 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $2\sin 2\alpha = \cos 2\alpha + 1$, 则 $\sin \alpha =$

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

- C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】B

6. 若函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{x} + a$ 在区间 $(1, e)$ 上存在零点, 则常数 a 的取值范围为 ()

- A. $0 < a < 1$ B. $\frac{1}{e} < a < 1$ C. $\frac{1}{e} - 1 < a < 1$ D. $\frac{1}{e} + 1 < a < 1$

【答案】C

7. 函数 $f(x) = x + \frac{1}{ax}$ 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, 0) \cup (0, 1]$ C. $(0, 1]$ D. $(-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

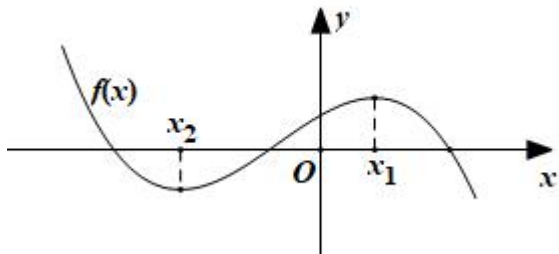
【答案】D

8. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = \frac{1}{5}$ 且对任意正整数 m, n , 都有 $a_{m+n} = a_m a_n$, 若 $S_n < a$ 恒成立, 则实数 a 的最小值为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 4

【答案】A

9. 函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + cx + d$ 的图象如图所示, 则有 ()



- A. $a > 0, c < 0, d > 0$ B. $a < 0, c < 0, d > 0$
C. $a < 0, c > 0, d > 0$ D. $a > 0, c > 0, d < 0$

【答案】C

10. 已知函数 $f(x) = |\lg x|, a > b, f(a) = f(b)$, 且 $a^3 + b^3 > m$ 恒成立, 那么 m 的最大值等于 ()

- A. 8 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

【答案】D

二、填空题 (共 5 小题; 共 25 分)

11. 若集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A \cup B = \{x | x > -2\}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 < a \leq 1$

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x+a, & x < 1 \\ 2^x, & x \geq 1 \end{cases}$ 的最小值为 2, 则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $[3, +\infty)$

13. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_3 = 1$, $S_7 = 14$, 则 $a_5 =$ _____.

【答案】 3

14. 已知函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + 1$ 在 $(0, 1)$ 上有增区间, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

15. 已知函数 $f(x) = ae^x - x^2$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $\left(0, \frac{2}{e}\right)$.

三、解答题 (共 6 小题; 共 85 分)

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $2a_1 + 3a_2 = 1, a_3^2 = 9a_2a_6$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

【答案】 (1) $a_n = \frac{1}{3^n}$; (2) $b_n = -\frac{n(n+1)}{2}$.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$.

(1) 求 A 的大小;

(2) 如果 $\cos B = \frac{\sqrt{6}}{3}, b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】 (1) $\frac{\pi}{3}$; (2) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$.

18. 函数 $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} + 2 \sin x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 的值;

(3) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及其图象的所有对称轴的方程.

【答案】(1) $\left\{x \mid x \neq k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$; (2) $\sqrt{2}$; (3) 最小正周期 $T = 2\pi$; 对称轴的方程为 $x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

19. 已知函数 $f(x) = (x^2 - 2x + a + 2)e^x$, 其中 e 是自然对数的底数, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $x \in [0, 4]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值.

【答案】(1) 答案不唯一, 具体见解析; (2) 答案不唯一, 具体见解析.

20. 已知 $f(x) = \sin x$, $g(x) = \ln x$, $h(x) = x^2 - ax - 1$.

(1) 若 $x \in [0, 1]$, 证明: $f(x) \geq g(x+1)$;

(2) 对任意 $x \in (0, 1]$ 都有 $e^{f(x)} + h(x) - g(x) > 0$, 求整数 a 的最大值.

【答案】(1) 证明见解析; (2) 2.

21. 已知 $\{a_n\}$ 是公差 $d \neq 0$ 的等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列 ($n \in \mathbb{N}^*$), 且 $a_1 = b_1 > 0$.

(1) 若 $a_3 = b_3$, 比较 a_2 与 b_2 的大小关系;

(2) 若 $a_2 = b_2, a_4 = b_4$.

① 判断 b_{10} 是否为数列 $\{a_n\}$ 中的某一项, 并请说明理由;

② 若 b_m 是数列 $\{a_n\}$ 中的某一项, 写出正整数 m 的集合 (不必说明理由).

【答案】(1) 答案见解析; (2) 是 $\{a_n\}$ 中的第 172 项, 理由见解析; (3) $\{m \mid m = 1 \text{ 或 } m = 2n, n \in \mathbb{N}^*\}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯