2020 北京十二中高二（上）期中

数　　学

一、选择题（每题 5 分，共 60 分，每题只有一个选项正确）

1.（5 分）直线 l 的一个方向向量为（2，1，1），平面 α 的一个法向量为（4，2，2），则（　　）

A．l∥α

B．l⊥α

C．l∥α 或 l⊂α

D．l 与 α 的位置关系不能判断

2.（5 分）已知 A＝{－1，1}，点 P 的坐标为（x，y），其中 x∈A，y∈A，任取一点 P，观察点 P 的坐标，则试验的样本空间包含的样本点个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3.（5 分）已知圆的一条直径的端点分别是 A（－1，0），B（3，－4），则该圆的方程为（　　）

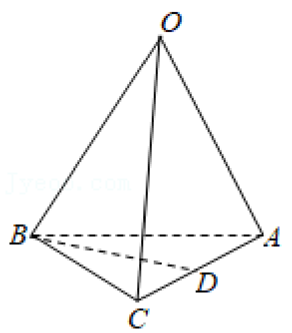
A．$(x+1)^2+(y-2)^2=8$　　B．$(x-1)^2+(y+2)^2=8$

C．$(x+1)^2+(y-2)^2=32$　　D．$(x-1)^2+(y+2)^2=32$

4.（5 分）已知两圆 $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-6x-8y+9=0$，那么这两个圆的位置关系是（　　）

A．相离　　B．相交　　C．外切　　D．内切

5.（5 分）如图，在三棱锥 $O-ABC$ 中，点 D 是棱 AC 的中点，若 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则 $\overrightarrow{BD}$ 等于（　　）



A．$-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$　　B．$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$　　C．$\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$　　D．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$

6.（5 分）直线 l_1：$ax+3y+1=0$，l_2：$2x+(a+1)y+1=0$，若 l_1∥l_2，则 a＝（　　）

A．－3　　B．2　　C．－3 或 2　　D．3 或－2

7.（5 分）若直线 $x-y+1=0$ 与圆 $(x-a)^2+y^2=2$ 有公共点，则实数 a 取值范围是（　　）

A．$[-3, -1]$　　B．$[-1, 3]$

C．$[-3, 1]$　　D．$(-\infty, -3]\cup[1, +\infty)$

8.（5 分）已知点 A（4，1，3），B（2，－5，1），C 为线段 AB 上靠近 A 点的三等分点，则点 C 的坐标为（　　）

A．$(\frac{14}{3}, 3, \frac{11}{3})$　　B．$(\frac{8}{3}, -3, \frac{5}{3})$

C．$(\frac{10}{3}, -1, \frac{7}{3})$　　D．$(\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}, \frac{3}{2})$

9.（5 分）设入射光线沿直线 $y=2x+1$ 射向直线 $y=x$，则被 $y=x$ 反射后，反射光线所在的直线方程是（　　）

A．$x-2y+3=0$　　B．$x-2y+1=0$　　C．$3x-2y+1=0$　　D．$x-2y-1=0$

10.（5 分）若向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$不共面，则下列选项中的三个向量不共面的是（　　）

A．$\vec{b}-\vec{c}$，$\vec{b}$，$\vec{b}+\vec{c}$　　B．$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

C．$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}-\vec{c}$，$\vec{c}$　　D．$\vec{a}-\vec{b}$，$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}$

11.（5 分）甲、乙两人进行乒乓球比赛，比赛规则为“3 局 2 胜”，即以先赢 2 局者为胜，根据经验，每局比赛中甲获胜的概率为 0.6，则本次比赛甲获胜的概率是（　　）

A．0.648　　B．0.504　　C．0.432　　D．0.288

12.（5 分）在平面直角坐标系中，设点 P（x，y），定义$[OP]=|x|+|y|$，其中 O 为坐标原点，对于下列结论：

①符合$[OP]=1$ 的点 P 的轨迹围成的图形面积为 4；

②设点 P 是直线 l_1：$2x+y-2=0$ 上任意一点，则$[OP]_{min}=1$；

③设点 P 是直线 l_2：$y=kx+1$（$k\in R$）上任意一点，则使得“$[OP]$最小的点 P 有无数个”的充要条件是 $k=\pm1$；

④设点 P 是圆 $x^2+y^2=4$ 上任意一点，则$[OP]_{max}=4$．

其中正确的个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

二、填空题（每题 5 分，共 30 分，两空的前 3 后 2）

13.（5 分）已知直线 l 的方程为 $y=x+1$，则该直线 l 的倾斜角为 ________．

14.（5 分）直线 l_1 的方向向量为$\overrightarrow{e_1}=(0, 0, 1)$，直线 l_2 的方向向量为$\overrightarrow{e_2}=(0, \sqrt{3}, 1)$，则直线 l_1 与 l_2 所成角的大小为 ________．

15.（5 分）已知 l_1：$\sqrt{3}x-y+1=0$，l_2：$\sqrt{3}x-y+4=0$，则 l_1 与 l_2 之间的距离为 ________．

16.（5 分）若 P（A）$=0.6$，P（B）$=0.5$，且 A 与 B 相互独立，则：

（1）P（AB）＝________；

（2）P（$A\cup B$）＝________．

17．（5 分）在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=4$，$AA_1=1$，点 P 在底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上．

（1）若点 P 与点 A_1 重合，则点 P 到平面 BDD_1B_1 的距离是 ________．

（2）若点 P 到直线 AD 和 C_1D_1 的距离相等，则 PC_1 的最小值是 ________．

18．（5 分）已知两定点 A（﹣1，0），B（1，2），M 是圆 O：$x^2+y^2=3$ 上的动点．则

（1）$|MA|$的最大值为 ________．

（2）$\sqrt{3}|MA|+|MB|$的最小值为 ________．

三、解答题（共 5 题，共 60 分

19．（10 分）已知△ABC 三个顶点的坐标分别为 A（0，0），B（4，0），C（2，2）．求：

（1）过点（﹣2，﹣1）且与直线 BC 平行的直线方程．

（2）△ABC 中，AC 边上的高线所在直线的方程．

20．（10 分）已知圆 C 经过点 O（0，0），A（1，1），B（4，2）．

（I）求圆 C 的方程；

（II）若直线：$x-y+m=0$ 与圆 C 交于 M，N 两点，且$|MN|=6$，求 m 的值．

21．（14 分）某市甲出租车公司响应国家节能减排的号召，已陆续购买了 150 辆纯电动汽车作为运营车辆．目前我国主流纯电动汽车按续航里程数 R（单位：公里）分为 3 类，即 A 类：$80\le R<150$，B 类 $150\le R<250$，C 类：$R\ge 250$．该公司对这 150 辆车的行驶总里程进行统计，结果如表：

类型	A 类	B 类	C 类
已行驶总里程不超过 10 万公里的车辆数	20	40	30
已行驶总里程超过 10 万公里的车辆数	20	20	20

（1）从这 150 辆汽车中任选取一辆，求该车行驶总里程不超过 10 万公里的概率；

（2）该公司为了了解 B 类车的工作状况，从这 60 辆 B 类车中随机选取了 6 辆车，其中 4 辆已行驶总里程不超过 10 万公里，2 辆已行驶总里程超过 10 万公里．现从这 6 辆车中再随机选取两辆车，求恰有一辆车行驶总里程超过 10 万公里的概率；

（3）若用表中事件发生的频率表示概率，从该市 A 类车中随机选取 2 辆车，C 类车中随机选取 1 辆车，并认为

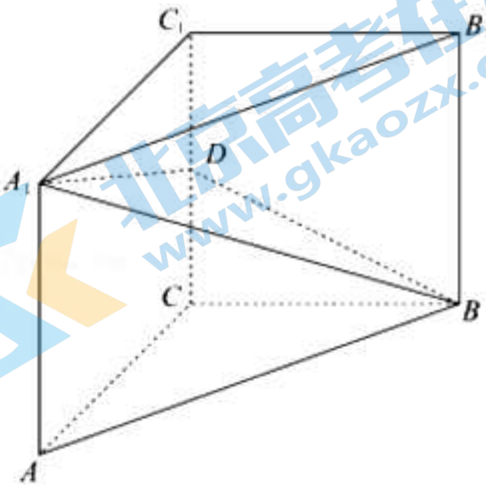
每辆车的选取互不影响，求选取的这 3 辆车中至少 1 辆车已行驶总里程超过 10 万公里的概率．

22．（14 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$平面 ABC，$AA_1=AC=BC=2$，$\angle ACB=90°$，D 是 CC_1 的中点．

（1）求证：$AB\parallel$平面 $A_1B_1C_1$；

（2）求平面 A_1BD 与平面 ABC 夹角的余弦值；

（3）在线段 CD 上是否存在一点 P，使得 BP 与平面 A_1BD 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{6}$，若存在，求出 CP 的长；若不存在请说明理由．



23．（12 分）已知圆 O：$x^2+y^2=r^2$（$r>0$）过点 A（0，2）．

（1）求圆 O 的面积；

（2）直线 l：$y=kx-3$ 交 y 轴于 B 点，交圆 O 于 P，Q 两点，直线 AP，AQ 分别交 x 轴于点 M，N，记$\triangle AOM$，$\triangle ABN$ 的面积分别为 S_1，S_2，求证：$S_1\bullet S_2$ 为定值．

2020 北京十二中高二（上）期中数学

参考答案

一、选择题（每题 5 分，共 60 分，每题只有一个选项正确）

1.【分析】观察到的直线 l 的方向向量与平面 α 的法向量共线，得到位置关系是垂直.

【解答】解：直线 l 的一个方向向量为（2，1，1），平面 α 的一个法向量为（4，2，2），

显然它们共线，所以 $l\perp\alpha$.

故选：B.

【点评】本题考查了利用直线的方向向量和平面的法向量的关系，判定线面关系，属于基础题.

2.【分析】由题意可得，x 的所有可能取值为－1，1，y 的所有可能取值为－1，1，再结合列举法，即可求解.

【解答】解：由题意可得，x 的所有可能取值为－1，1，y 的所有可能取值为－1，1，

故试验的样本空间包含的样本点为（－1，－1），（－1，1），（1，－1），（1，1），共 4 个.

故选：D.

【点评】本题主要考查了数字之间的组合，以及列举法，属于基础题.

3.【分析】利用中点坐标公式求出圆心，由两点间距离公式求出半径，即可得到圆的方程.

【解答】解：由题意可知，A（－1，0），B（3，－4）的中点为（1，－2），

又圆的半径为 $r=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{(-1-3)^2+(0+4)^2}=2\sqrt{2}$，

故圆的方程为 $(x-1)^2+(y+2)^2=8$.

故选：B.

【点评】本题考查了圆的方程的求解，中点坐标公式的应用，解题的关键是求出圆心和半径，考查了运算能力，属于基础题.

4.【分析】分别求出两圆的圆心坐标和半径大小，利用两点的距离公式算出它们的圆心距为 5，恰好等于两圆的半径之和，由此可得两圆相外切.

【解答】解：$\because x^2+y^2-6x-8y+9=0$ 化成标准方程，得 $(x-3)^2+(y-4)^2=16$，

$\therefore$ 圆 $x^2+y^2-6x-8y+9=0$ 的圆心为 C_1（3，4），半径 $r_1=4$.

同理可得圆 $x^2+y^2=1$ 的圆心为 C_2（0，0），半径 $r_2=1$.

∵两圆的圆心距为$|C_1C_2|=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$r_1+r_2=5$，

∴$|C_1C_2|=r_1+r_2$，可得两圆相外切.

故选：C.

【点评】本题给出两个定圆，求它们的位置关系，着重考查了圆的标准方程、圆与圆的位置关系等知识，属于基础题.

5.【分析】利用向量的三角形法则，表示所求向量，化简求解即可.

【解答】解：由题意在三棱锥 $O-ABC$ 中，点 D 是棱 AC 的中点，若$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，

可知：$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{BO}=-\vec{b}$，

$\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$，

$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

故选：C.

【点评】本题考查向量的三角形法则，空间向量与平面向量的转化，是基础题.

6.【分析】由 a（$a+1$）$-6=0$，解得 a，经过验证，即可得出.

【解答】解：由 a（$a+1$）$-6=0$，解得 $a=-3$ 或 2，

经过验证：$a=2$ 时，两条直线重合，舍去.

∴$a=-3$.

故选：A.

【点评】本题考查了两条直线平行的充要条件，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

7.【分析】根据直线 $x-y+1=0$ 与圆（$x-a$）$^2+y^2=2$ 有公共点，可得圆心到直线 $x-y+1=0$ 的距离不大于半径，从而可得不等式，即可求得实数 a 取值范围.

【解答】解：∵直线 $x-y+1=0$ 与圆（$x-a$）$^2+y^2=2$ 有公共点

∴圆心到直线 $x-y+1=0$ 的距离为$\frac{|a+1|}{\sqrt{2}}\leqslant\sqrt{2}$

∴$|a+1|\le 2$

∴$-3\le a\le 1$

故选：C.

【点评】本题考查直线与圆的位置关系，解题的关键是利用圆心到直线的距离不大于半径，建立不等式．

8．【分析】根据空间向量的坐标表示与线性运算法则，求出$\overrightarrow{OC}$的坐标表示即可．

【解答】解：因为 A（4，1，3），B（2，－5，1），C 为线段 AB 上靠近 A 点的三等分点，

可得：$\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，

所以，$\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$，

所以，$\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}=(\frac{8}{3}+\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}-\frac{5}{3},\ \frac{6}{3}+\frac{1}{3})=(\frac{10}{3},\ -1,\ \frac{7}{3})$，

即点 C 的坐标为：$(\frac{10}{3},\ -1,\ \frac{7}{3})$．

故选：C．

【点评】本题考查了空间向量的坐标表示与线性运算问题，是基础题．

9．【分析】依据光学知识，入射线所在直线上点（0，1）关于 $y=x$ 的对称点在反射线所在直线上．

【解答】解：联立$\begin{cases}y=2x+1\\y=x\end{cases}$解得：$x=y=-1$，所以入射线 $y=2x+1$ 与直线 $y=x$ 的交点为（－1，－1），

在入射线 $y=2x+1$ 上取一点（0，1），则它关于直线 $y=x$ 的对称点（1，0）必在反射光线上，

由两点式得反射线所在的直线方程为：$\frac{y+1}{0+1}=\frac{x+1}{1+1}$，即 $x-2y-1=0$，

故选：D．

【点评】本题考查了与直线关于直线对称问题．属中档题．

10．【分析】利用向量共面定理即可判断出结论．

【解答】解：向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$不共面，

A，$\vec{b}-\vec{c}=2\vec{b}-(\vec{b}+\vec{c})$，因此三个向量共面；

B，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$，因此三个向量共面；

C，三个向量不共面；

D，$\vec{a}-\vec{b}=2\vec{a}-(\vec{a}+\vec{b})$，因此三个向量一定共面．

故选：C．

【点评】本题考查了向量共面定理，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

11.【分析】根据题意，分析可得，甲获胜有两种情况，一是甲以 2：0 获胜，二是甲以 2：1 获胜，按独立重复事件恰好发生 n 次的概率的计算公式计算可得答案.

【解答】解：甲获胜有两种情况，一是甲以 2：0 获胜，此时 $p_1=0.6^2=0.36$

二是甲以 2：1 获胜，此时 $p_2=C_2^1\cdot0.6\times0.4\times0.6=0.288$，故甲获胜的概率 $p=p_1+p_2=0.648$，

故选：A.

【点评】本题考查 n 次独立重复事件恰好发生 k 次的概率，是高考热点，解题时，易范的错误是利用公式 $p=C_3^2\cdot0.6^2\times0.4=0.432$ 求得答案 C，忽视了问题的实际意义，

属于中档题.

12.【分析】(1) 根据新定义由 $[OP]=|x|+|y|=1$，讨论 x 的取值，得到 y 与 x 的分段函数关系式，画出分段函数的图象，由图象可知点 P 的轨迹围成的图形为边长是 $\sqrt{2}$ 的正方形，求出正方形的面积即可；

(2) 把 $[OP]=|x|+|y|$ 转化为仅含 x 的表达式，求出 x 的范围，利用一次函数的单调性即可得到 $[OP]$ 的最小值；(3) 根据 $|x|+|y|$ 大于等于 $|x+y|$ 或 $|x-y|$，把 $y=kx+1$ 代入即可得到当 $[OP]$ 最小的点 P 有无数个时，k 等于 1 或 -1；而 k 等于 1 或 -1 推出 $[OP]$ 最小的点 P 有无数个，得到 $k=\pm1$ 是"使 $[OP]$ 最小的点 P 有无数个"的充要条件；

(4) 把 P 的坐标用参数表示，然后利用三角函数的化积求得 $[OP]=|x|+|y|$ 的最大值说明命题错误.

【解答】解：对于①，由 $[OP]=1$，根据新定义得：$|x|+|y|=1$，

画出图象如图所示：

根据图形得到：四边形 $ABCD$ 为边长是 $\sqrt{2}$ 的正方形，面积等于 2，①错误

对于②，点 P 是直线：$2x+y-2=0$ 上任意一点，则 $y=-2x+2$，

$[OP]=|x|+|y|=x-2x+2=-x+2$（$0\le x\le1$），当 $x=1$ 时 $[OP]_{min}=1$，②正确；

对于③ $|x|+|y|\ge|x+y|=|(k+1)x+1|$，当 $k=-1$ 时，$|x|+|y|\ge|1|=1$，满足题意；

而 $|x|+|y|\ge|x-y|=|(k-1)x-1|$，当 $k=1$ 时，$|x|+|y|\ge|-1|=1$，满足题意.

∴"使 $[OP]$ 最小的点 P 有无数个"的充要条件是"$k=\pm1$"，③正确；

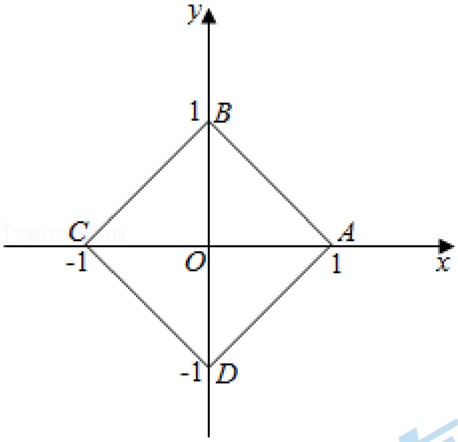
对于④∵点 P 是椭圆 $x^2+y^2=4$ 上任意一点，则可设 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=2\sin\theta\end{cases}$

$[OP]=|x|+|y|=2\cos\theta+2\sin\theta=2\sqrt{2}\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})$，$(\theta\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，$\tan\varphi=1)$，

∴ $[OP]_{max}=2\sqrt{2}$，④错误.

则正确的结论有：②③

故选：C.



【点评】此题考查学生理解及运用新定义的能力，考查了数形结合的数学思想，关键是对题意的理解，是中档题.

二、填空题（每题 5 分，共 30 分，两空的前 3 后 2）

13.【分析】利用直线斜率与其倾斜角的关系即可求得答案.

【解答】解：∵直线 l 的方程为 $y=x+1$，设其倾斜角为 α

则其斜率 $k=\tan\alpha=1$，

∵$\alpha\in[0,\pi)$，

∴$\alpha=\frac{\pi}{4}$.

故答案为：$\frac{\pi}{4}$.

【点评】本题考查直线的倾斜角，着重考查直线斜率与其倾斜角的关系，属于基础题.

14.【分析】直接由公式 $\cos<\overrightarrow{e_1},\ \overrightarrow{e_2}>=\frac{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}}{|\overrightarrow{e_1}|\cdot|\overrightarrow{e_2}|}$计算两直线的方向向量的夹角，进而得出直线 l_1 与 l_2 所成角的大小.

【解答】解：因为$\overrightarrow{e_1}=(0,\ 0,\ 1)$，$\overrightarrow{e_2}=(0,\ \sqrt{3},\ 1)$，

所以 $\cos<\overrightarrow{e_1},\ \overrightarrow{e_2}>=\frac{\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}}{|\overrightarrow{e_1}|\cdot|\overrightarrow{e_2}|}=\frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}}=\frac{1}{2}$，

所以$<\overrightarrow{e_1},\ \overrightarrow{e_2}>=\frac{\pi}{3}$，

所以直线 l_1 与 l_2 所成角的大小为$\frac{\pi}{3}$.

故答案为：$\frac{\pi}{3}$.

【点评】本题考查异面直线所成的角的求法，考查计算能力，属简单题.

15.【分析】由题意利用两条平行直线间的距离公式，计算求得结果.

【解答】解：∵l_1：$\sqrt{3}x-y+1=0$，l_2：$\sqrt{3}x-y+4=0$，则 l_1 与 l_2 之间的距离为$\frac{|4-1|}{\sqrt{3+1}}=\frac{3}{2}$，

故答案为：$\frac{3}{2}$.

【点评】本题主要考查两条平行直线间的距离公式，属于基础题.

16.【分析】(1) 由 A 与 B 相互独立知 $P(AB)=P(A)\times P(B)$，代入求解即可，

(2) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$，代入求解即可.

【解答】解：(1) ∵$P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，且 A 与 B 相互独立，

∴$P(AB)=P(A)\times P(B)=0.6\times0.5=0.3$，

(2) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.6+0.5-0.3=0.8$，

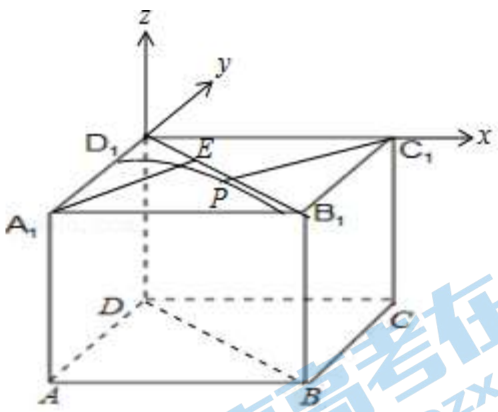
故答案为：(1) 0.3，(2) 0.8.

【点评】本题考查了相互独立事件的概率公式的应用及交、并事件的概率公式，是基础题.

17.【分析】(1) 若点 P 与点 A_1 重合，在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内，过 P 作 $PE\perp B_1D_1$，证明 $PE\perp$平面 BDD_1B_1，则 PE 为点 P 到平面 BDD_1B_1 的距离，利用等面积法求解；

(2) 以 D_1 为坐标原点建立空间直角坐标系，设 $P(x, y, 0)$，$(x>0, y\le0)$，得 $x^2+1=y^2$，$(x>0, y\le0)$，再由两点间的距离公式写出$|PC_1|$，利用配方法求最小值.

【解答】解：(1) 如图，



若点 P 与点 A_1 重合，在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内，过 P 作 $PE\perp B_1D_1$，

∵平面 $A_1B_1C_1D_1\perp$平面 BB_1D_1D，平面 $A_1B_1C_1D_1\cap$平面 $BB_1D_1D=B_1D_1$，

∴$PE\perp$平面 BDD_1B_1，则 PE 为点 P 到平面 BDD_1B_1 的距离，等于$\frac{4\times4}{4\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$；

（2）以 D_1 为坐标原点建立如图所示空间直角坐标系．

设 P（x，y，0），（$x>0$，$y\le 0$），由题意可得$\sqrt{x^2+1}=|y|$，

即 $x^2+1=y^2$，（$x>0$，$y\le 0$），P 的轨迹为双曲线的部分，

C_1（4，0，0），则 $|PC_1|=\sqrt{(x-4)^2+y^2}=\sqrt{2x^2-8x+17}=\sqrt{2(x-2)^2+9}$．

∴当 $x=2$ 时，PC_1 的最小值是 3．

故答案为：（1）$2\sqrt{2}$；（2）3．

【点评】本题考查空间中点、线、面间的距离计算，考查空间想象能力与思维能力，考查运算求解能力，训练了解析法的应用，是中档题．

18．【分析】（1）设 M（$\sqrt{3}\cos\theta$，$\sqrt{3}\sin\theta$），由两点间的距离公式写出$|MA|$，整理后利用三角函数求最值；

（2）取 K（﹣3，0），构造三角形，利用三角形相似可得$|MK|=\sqrt{3}|MA|$，则$\sqrt{3}|MA|+|MB|=|MK|+|MB|$，数形结合得答案．

【解答】解：（1）设 M（$\sqrt{3}\cos\theta$，$\sqrt{3}\sin\theta$），

∴$|MA|=\sqrt{(\sqrt{3}\cos\theta+1)^2+(\sqrt{3}\sin\theta)^2}=\sqrt{3\cos^2\theta+2\sqrt{3}\cos\theta+1+3\sin^2\theta}$

$=\sqrt{4+2\sqrt{3}\cos\theta}$，

∴ $|MA|_{max}=\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{3}+1$；

（2）取 K（﹣3，0），

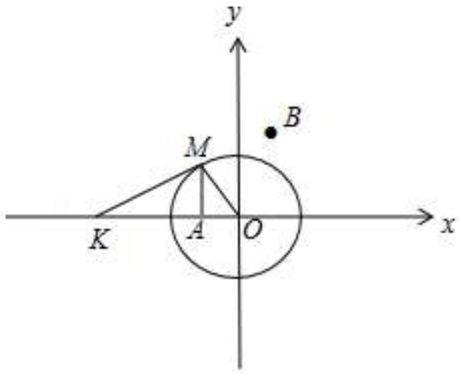
∵$\frac{|OM|}{|OA|}=\sqrt{3}$，$\frac{|OK|}{|OM|}=\sqrt{3}$，$\angle MOK=\angle MOA$，∴$\triangle MOK\backsim\triangle AOM$，

∴$\frac{|MK|}{|MA|}=\sqrt{3}$，可得$|MK|=\sqrt{3}|MA|$，

∴$\sqrt{3}|MA|+|MB|=|MK|+|MB|$，

则 $(\sqrt{3}|MA|+|MB|)_{min}=(|MK|+|MB|)_{min}=|KB|=\sqrt{(1+3)^2+2^2}=2\sqrt{5}$．

故答案为：$\sqrt{3}+1$；$2\sqrt{5}$．



【点评】本题考查直线与圆位置关系的应用，考查化归与转化、数形结合思想，考查运算求解能力，是中档题．

三、解答题（共 5 题，共 60 分

19.【分析】(1) 先求出 BC 的斜率，由平行的充要条件求出所求直线的斜率，利用点斜式直线方程求解即可；

(2) 先求出 AC 的斜率，由垂直的充要条件求出所求直线的斜率，利用点斜式直线方程求解即可．

【解答】解：(1) 因为△ABC 三个顶点的坐标分别为 A（0，0），B（4，0），B（2，2），

所以直线 BC 的斜率为$\frac{2-0}{2-4}=-1$，

则过点（－2，－1）且与直线 BC 平行的直线方程为 $y+1=-(x+2)$，即 $x+y+3=0$；

(2) 因为直线 AC 的斜率为$\frac{2-0}{2-0}=1$，

所以△ABC 中 AC 边上的高所在直线的斜率为－1，

又高所在直线过点 B（4，0），

所以高所在直线的方程为 $y-0=-(x-4)$，即 $x+y-4=0$．

【点评】本题考查了直线方程的求解，主要考查了点斜式直线方程的应用，两条直线平行与垂直的充要条件的应用，考查了逻辑推理能力与化简运算能力，属于基础题．

20.【分析】(I) 根据题意，设圆 C 的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，将三个点的坐标代入可得$\begin{cases}F=0\\2+D+E+F=0\\20+4D+2E+F=0\end{cases}$，解可得 D、E、F 的值，代入圆的方程即可得答案；

(II) 根据题意，由圆的方程可得圆心坐标以及半径，由直线与圆的位置关系可得圆心到直线的距离 $d=\sqrt{r^2-(\frac{|MN|}{2})^2}=4$，由点到直线的距离公式可得$\frac{|m|}{\sqrt{1+1}}=4$，解可得 m 的值，即可得答案．

【解答】解：(I) 根据题意，设圆 C 的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

圆 C 经过 O（0，0），A（1，1），B（4，2）三点，则有$\begin{cases}F=0\\2+D+E+F=0\\20+4D+2E+F=0\end{cases}$，

解可得：$D=-8$，$E=6$，$F=0$，

故要求圆的方程为 $x^2+y^2-8x+6y=0$，

（II）根据题意，圆的方程为 $x^2+y^2-8x+6y=0$，圆心坐标为（4，-3），半径 $r=\frac{1}{2}\times\sqrt{D^2+E^2-4F}=5$，

若直线：$x-y+m=0$ 与圆 C 交于 M，N 两点，且 $|MN|=6$，则圆心到直线的距离 $d=\sqrt{r^2-(\frac{|MN|}{2})^2}=4$，

则有：$\frac{|m|}{\sqrt{1+1}}=4$，

解可得：$m=\pm4\sqrt{2}$，

故 $m=\pm4\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查用待定系数法求求圆的方程，直线和圆相交的性质，属于基础题.

21.【分析】（1）从这 150 辆汽车中任选取一辆，古典概型能求出该车行驶总里程不超过 10 万公里的概率.

（2）从这 6 辆车中再随机选取两辆车，基本事件总数 $n=C_6^2=15$，恰有一辆车行驶总里程超过 10 万公里包含的基本事件个数 $m=C_4^1C_2^1=8$，由此能求出恰有一辆车行驶总里程超过 10 万公里的概率.

（3）该市 A 类车中已行驶总里程超过 10 万公里的概率为 0.5，该市 B 类车中已行驶总里程超过 10 万公里的概率为 0.4，从该市 A 类车中随机选取 2 辆车，C 类车中随机选取 1 辆车，每辆车的选取互不影响，利用相互独立事件概率乘法公式能求出选取的这 3 辆车中至少 1 辆车已行驶总里程超过 10 万公里的概率.

【解答】解：（1）从这 150 辆汽车中任选取一辆，

该车行驶总里程不超过 10 万公里的概率 $P=\frac{20+40+30}{150}=\frac{3}{5}$.

（2）该公司为了了解 B 类车的工作状况，从这 60 辆 B 类车中随机选取了 6 辆车，

其中 4 辆已行驶总里程不超过 10 万公里，2 辆已行驶总里程超过 10 万公里.

现从这 6 辆车中再随机选取两辆车，基本事件总数 $n=C_6^2=15$，

恰有一辆车行驶总里程超过 10 万公里包含的基本事件个数 $m=C_4^1C_2^1=8$，

∴恰有一辆车行驶总里程超过 10 万公里的概率 $P=\frac{m}{n}=\frac{8}{15}$.

（3）用表中事件发生的频率表示概率，

该市 A 类车中已行驶总里程超过 10 万公里的概率为 0.5，

该市 B 类车中已行驶总里程超过 10 万公里的概率为 0.4，

从该市 A 类车中随机选取 2 辆车，C 类车中随机选取 1 辆车，

每辆车的选取互不影响，

选取的这 3 辆车中至少 1 辆车已行驶总里程超过 10 万公里的概率为：

$P=C_2^1\times0.5\times0.5\times0.6+C_2^0\times0.5^2\times0.4+C_2^2\times0.5^2\times0.6+C_2^1\times0.5\times0.5\times0.4+$

$C_2^2\times0.5^2\times0.4=0.85$.

【点评】本题考查概率的求法，考查古典概型、排列组合、相互独立事件概率乘法公式等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

22．【分析】（1）利用棱柱的几何性质得到 $AB // A_1B_1$，利用线面平行的判定定理证明即可；

（2）建立合适的空间直角坐标系，求出所需点的坐标和向量的坐标，然后利用待定系数法求出平面 A_1BD 的法向量，由向量的夹角公式求解即可；

（3）假设存在点 P，设 $\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}=(0,0,\lambda)$，$\lambda\in[0,1]$，利用线面角的计算公式，列出方程，求解即可得到答案．

【解答】（1）证明：因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 为三棱柱，

所以侧面 ABB_1A_1 为平行四边形，

故 $AB // A_1B_1$，又 $AB\not\subset$平面 $A_1B_1C_1$，$A_1B_1\subset$平面 $A_1B_1C_1$，

所以 $AB //$ 平面 $A_1B_1C_1$；

（2）解：因为 $CC_1\perp$平面 ABC，$\angle ACB=90°$，

以点 C 为坐标原点，建立空间直角坐标系如图所示，

则 A（2，0，0），B（0，2，0），A_1（2，0，2），D（0，0，1），

所以平面 ABC 的一个法向量为 $\vec{m}=\overrightarrow{CC_1}=(0,0,2)$，

设平面 A_1BD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

因为 $\overrightarrow{DA_1}=(2,0,1)$，$\overrightarrow{DB}=(0,2,-1)$，

所以 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DA_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DB}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x+z=0\\ 2y-z=0\end{cases}$，

令 $y=1$，则 $x=-1$，$z=1$，

故$\vec{n}=(-1,1,2)$，

所以$|\cos<\vec{n},\vec{m}>|=\dfrac{|\vec{n}\cdot\vec{m}|}{|\vec{n}||\vec{m}|}=\dfrac{4}{2\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

因为平面 A_1BD 与平面 ABC 夹角为锐角，

所以平面 A_1BD 与平面 ABC 夹角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$；

（3）解：假设存在点 P，设$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}=(0,0,\lambda)$，$\lambda\in[0,1]$，

$\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}=(0,-2,0)+(0,0,\lambda)=(0,-2,\lambda)$，

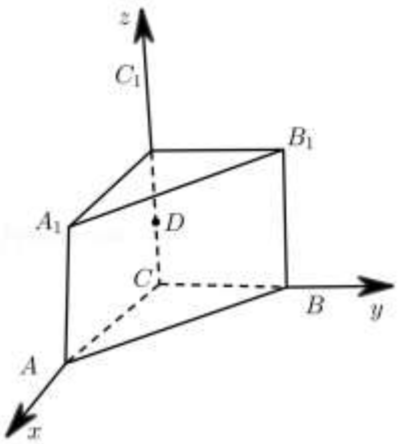
设 BP 与平面 A_1BD 所成的角为 θ，

则 $\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{BP},\vec{n}>|=\dfrac{|\overrightarrow{BP}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{BP}||\vec{n}|}=\dfrac{|-2+2\lambda|}{\sqrt{6}\times\sqrt{4+\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，

所以 $7\lambda^2-16\lambda+4=0$，

解得 $\lambda=\dfrac{2}{7}$或$\lambda=2$（舍），

所以在线段 CD 上存在一点 P，使得 BP 与平面 A_1BD 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，此时 $CP=\dfrac{2}{7}$.



【点评】本题考查了立体几何的综合应用，涉及了线面平行的判定定理的应用，线面角的应用以及二面角的求解，在求解有关空间角问题的时候，一般会建立合适的空间直角坐标系，将空间角问题转化为空间向量问题进行研究，属于中档题.

23.【分析】（1）将点代入圆的方程求出 r，然后又圆的面积公式求解即可；

（2）设 $M(x_1,0)$，$N(x_2,0)$，$P(x_P,y_P)$，$Q(x_0,y_0)$，且 $x_1\neq0$，$x_2\neq0$，联立直线与圆的方程联立，得到韦达定理，利用斜率的关系以及两点间斜率公式，求出 x_1，x_2，然后由三角形的面积公式化简求解，即可证明结

论．

【解答】（1）解：因为圆 O 过点 A，则 $r^2=0^2+2^2=4$，

所以圆 O 的面积为 $S=\pi r^2=4\pi$；

（2）证明：设 M（x_1，0），N（x_2，0），P（x_P，y_p），Q（x_0，y_0），且 $x_1\neq0$，$x_2\neq0$，

由题意可知，B（0，－3），A（0，2），

联立方程组 $\begin{cases}y=kx-3\\x^2+y^2=4\end{cases}$，可得（$k^2+1$）$x^2-6kx+5=0$，

所以△＝（$6k$）$^2-4$（$1+k^2$）×5＞0，解得 $k^2>\frac{5}{4}$，

$x_P+x_Q=\frac{6k}{1+k^2}$，$x_Px_Q=\frac{5}{1+k^2}$，

所以 $y_P+y_Q=k(x_P+x_Q)-6=\frac{6k^2}{1+k^2}-6=\frac{-6}{1+k^2}$，

$y_Py_Q=(kx_P-3)(kx_Q-3)=k^2x_Px_Q-3k(x_P+x_Q)+9$

$=\frac{5k^2}{1+k^2}-\frac{18k^2}{1+k^2}+9=\frac{9-4k^2}{1+k^2}$，

则 $\begin{cases}k_{AP}=k_{AM}\\k_{AQ}=k_{AN}\end{cases}$，故 $\begin{cases}\frac{y_P-2}{x_P}=\frac{0-2}{x_1}\\\frac{y_Q-2}{x_Q}=\frac{0-2}{x_2}\end{cases}$，

所以 $\begin{cases}x_1=\frac{-2x_P}{y_P-2}\\x_2=\frac{-2x_Q}{y_Q-2}\end{cases}$，

则 $S_{\triangle AOM}\cdot S_{\triangle ABN}=\frac{1}{2}\cdot|AO|\cdot|OM|\cdot\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot|ON|$

$=\frac{1}{2}\times2\times|\frac{-2x_P}{y_P-2}|\times\frac{1}{2}\times5\times|\frac{-2x_Q}{y_Q-2}|$

$=\frac{10x_Px_Q}{y_Py_Q-2(y_P+y_Q)+4}$

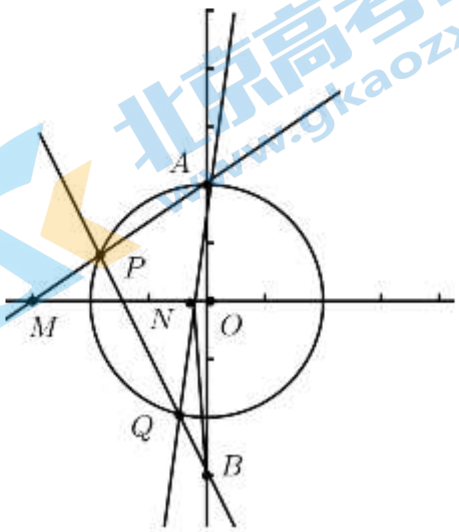
$$=\frac{10\times\frac{5}{1+k^2}}{\frac{9-4k^2}{1+k^2}-2\times\frac{-6}{1+k^2}+4}$$

$$=\frac{50}{9-4k^2+12+4+4k^2}$$

$=2$，

所以 $S_1•S_2=2$，

故 $S_1•S_2$ 为定值 2．



【点评】本题考查了圆的标准方程的应用，圆的面积公式的应用，直线与圆的位置关系的应用，两点间距离公式，韦达定理的应用，三角形面积公式的应用，解题的关键是利用设而不求的思想结合伟大定理进行化简，考查了逻辑推理能力与化简运算能力，属于中档题．