人大附中 2018~2019 学年度第二学期期中高一年级数学练习 2019 年 4 月 24 日

加 试 试 题

制卷人：吴中才 薛坤 吴文庆　　审卷人：梁丽平

说明：本练习为期中考试的加试题，共三道大题 7 道小题，共 2 页，满分 50 分．整场考试时间为 120 分钟，请合理安排作答时间．将答案全部填在答题纸的相应位置上．

一、不定项选择题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．每小题可能有一个或多个选项是正确的，请选出全部正确选项．不选或错选 0 分，漏选 3 分．）

21. 下述四个命题中，是真命题的有（　　）

A. 过平面外一点有且只有一条直线与已知平面垂直

B. 过平面外一点有且只有一个平面与已知平面平行

C. 过直线外一点有且只有一个平面与已知直线垂直

D. 过直线外一点有且只有一个平面与已知直线平行

22. 三个正方体 A,B,C 的棱长依次为 a,b,c，且满足 $a^2+2b^2-3c^2=2ab$．现以 A 的棱、B 的面对角线和 C 的体对角线组成一个三角形，则该三角形的内角中，必有一个内角的度数为（　　）

A. 45°　　B. 135°　　C. 60°　　D. 120°

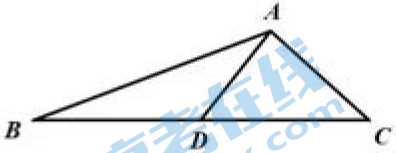
23. 已知正整数 x 满足 $\left|\tan(x\cdot 12^\circ)\right|=\dfrac{\cos 2019^\circ+\sin 2019^\circ}{\cos 2019^\circ-\sin 2019^\circ}$，则 x 的值可能是（　　）

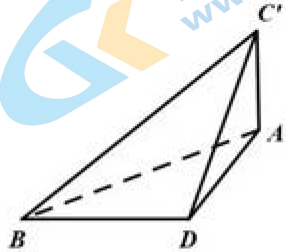
A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

二、填空题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．请将最简结果写在答题纸的相应位置上．）

24. 平面直角坐标系中，直线 l 过定点 $A(\sqrt{3},1)$，且与向量 $\overrightarrow{OA}$ 的夹角为 30°，则直线 l 的方程为________．

25. 如左图，△ABC中，$AB=4\sqrt{3}$，$AC=2\sqrt{3}$，AD为BC边上的中线．将ΔADC沿着边AD向上折起至$\Delta ADC'$，得到四面体$C'-ABD$，如右图．若$C'A\perp$平面ABD，则四面体$C'-ABD$的体积为________．

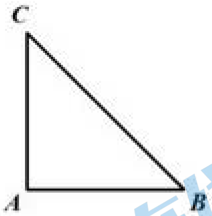


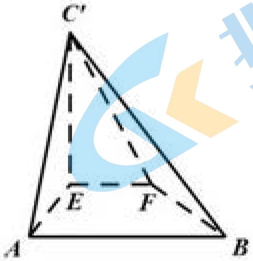


26. 在ΔABC中，三个内角A,B,C满足$\tan A:\tan B:\tan C=2:3:4$，则该三角形中最大内角的余弦值为________．

三、解答题（本题共1小题，共14分．解答题应写出详细的解答步骤．）

27. 如左图，△ABC是等腰直角三角形，$\angle CAB=90^\circ$，$AC=4$，E,F分别为AC,BC的中点，将△CEF沿EF折起，得到如右图所示的四棱锥$C'-ABFE$．





（Ⅰ）若平面$ABC'\cap$平面$EFC'=m$，平面$AEC'\cap$平面$BFC'=l$，求证：$m\perp l$；

（Ⅱ）已知M为BF中点，N为EC'中点，试判断：在沿EF折叠过程中，△AMN是否可能为等腰三角形？若是，求出△AMN的三边长；若否，请说明理由．

参考答案与评分标准

21. ABC　　22. A　　23. BC

24. $y=1$或$\sqrt{3}x-y-2=0$　　25. 6　　26. $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

27. （Ⅰ）$\because$ E,F 分别为 AC,BC 的中点，$\therefore EF \parallel AB$．

$\because AB \subset$ 平面ABC'，$EF \not\subset$ 平面ABC'，$\therefore EF \parallel$ 平面ABC'．

又$\because EF \subset$ 平面EFC'，平面$ABC' \cap$ 平面$EFC' = m$，　$\therefore EF \parallel m$.

由折叠过程知，$EF \perp AE$，$EF \perp C'E$，又$C'E \cap AE = E$，

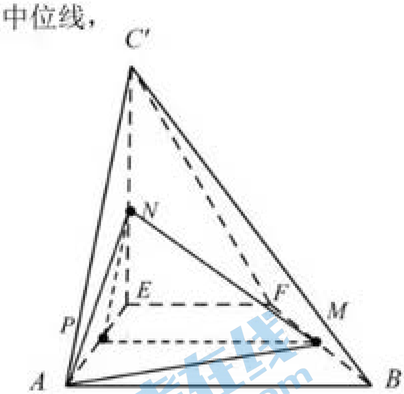
$\therefore EF \perp$ 平面$C'EA$．

$\because$ 平面$AEC' \cap$ 平面$BFC' = l$，

$\therefore l \subset$ 平面AEC'，$\therefore EF \perp l$．

又$\because EF \parallel m$，$\therefore m \perp l$．

（Ⅱ）取 AE 中点 P，连接 MP,NP，则 MP,NP 均为中位线，



$MP \parallel AB$ 且 $MP = \dfrac{EF+AB}{2} = 3$，

由 $AB \perp$ 平面$C'EA$ 知，$MP \perp$ 平面$C'EA$，

又 $NP \subset$ 平面$C'EA$，$\therefore MP \perp PN$．

下面研究$\triangle AMN$：

①若 $AM = AN$：

由余弦定理，$AM = \sqrt{BA^2 + BM^2 - 2BA \cdot BM \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{10}$，

$AN < AE + EN = 3 < AM$，矛盾；

②若 $AM = MN$：

此时 $MN = \sqrt{10}$，由勾股定理，$NP = 1, AC' = 2, \triangle AEC'$为等边三角形，

由余弦定理，$AN = \sqrt{EA^2 + EN^2 - 2EA \cdot EN \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{3}$．

③若 $AN = MN$：

设 $NP = x$　则 $MN = \sqrt{x^2 + 9}$

由余弦定理，$AN = \sqrt{2x^2 + 1}$，解得 $x = 2\sqrt{2} > 2$　矛盾．

综上　$\triangle AMN$ 可以为等腰三角形，$AM = MN = \sqrt{10}$，　$AN = \sqrt{3}$．