2024 年高考数学仿真模拟卷(二)（新高考专用）

(时间：120 分钟　满分：150 分)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．设复数 z 满足 $z(1+2i)=3+i$(i 是虚数单位)，则在复平面内 $\bar{z}$ 对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

2．已知集合 $U=\{x|1<x<6，x\in\mathbf{N}\}$，$A=\{2,3\}$，$B=\{2,4,5\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$(　　)

A．$\{4,5\}$　　B．$\{2,3,4,5\}$　　C．$\{2\}$　　D．$\{2,4,5\}$

3．“$(a+1)^3>(b+1)^3$”是“$\lg a>\lg b$”的(　　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

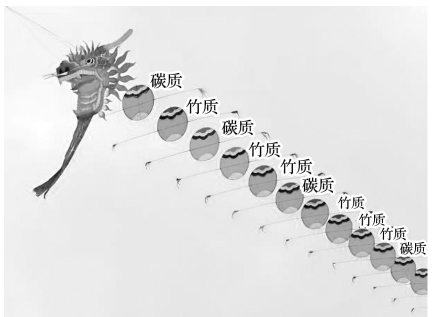
C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

4．已知α，β为锐角，且 $\tan\alpha=2$，$\sin(\alpha+\beta)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\cos\beta$等于(　　)

A．$-\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B．$\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　C．$-\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{10}$

5．龙被视为中华古老文明的象征，大型龙类风筝放飞场面壮观，气势磅礴，因而广受喜爱．某团队耗时 4 个多月做出一长达 200 米、重约 25 公斤，“龙身”共有 180 节“鳞片”的巨龙风筝．制作过程中，风筝骨架可采用竹子制作，但竹子易断，还有一种耐用的碳杆材质也可做骨架，但它比竹质的成本高．最终团队决定骨架材质按图中规律排列(即相邻两碳质骨架之间的竹质骨架个数成等差数列)，则该“龙身”中竹质骨架个数为(　　)



A．161　　B．162　　C．163　　D．164

6．设 F_1，F_2是双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点，$O$ 是坐标原点．过 F_2 作 C 的一条渐近线的垂线，垂足为 P.若$|PF_1|=3|OP|$，则 C 的离心率为(　　)

A.$\sqrt{6}$　　B．2　　C.$\sqrt{3}$　　D.$\sqrt{2}$

7．已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\frac{1}{2}$，$(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})\cdot(3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}|$的最小值为(　　)

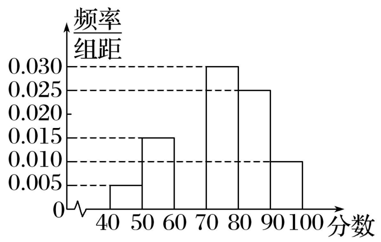
A.$\sqrt{3}-1$　　B.$\sqrt{3}$　　C．2　　D．1

8．已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1，点 M，N 分别为线段 AB'，AC 上的动点，点 T 在平面 $BCC'B'$ 内，则$|MT|+|NT|$的最小值是(　　)

A.$\sqrt{2}$　　B.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C.$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D．1

二、选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9．某校在开展的“体育节”活动中，为了解学生对“体育节”的满意程度，组织学生给活动打分(分数为整数，单位：分，满分 100 分)，发现分数均在[40,100]内．从中随机抽取一个容量为 300 的样本，并将这些数据分成 6 组作出样本的频率分布直方图，但不小心污损了部分图形(如图所示)，则下列说法中正确的是(　　)



A．样本中分数落在[60,70)的频数为 60

B．样本的众数为 75

C．样本的平均数为 73.5

D．样本的第 80 百分位数为 85

10．甲袋中有 3 个红球，3 个白球和 2 个黑球；乙袋中有 2 个红球，2 个白球和 4 个黑球．先从甲袋中随机取出一球放入乙袋，分别以 A，B，C 表示事件“取出的是红球”“取出的是白球”“取出的是黑球”；再从乙袋中随机取出一球，以 D 表示事件“取出的是白球”，则下列结论中正确的是(　　)

A．事件 A，B，C 是两两互斥的事件

B．事件 A 与事件 D 为相互独立事件

C．$P(D|A)=\frac{2}{9}$

D．$P(D)=\frac{19}{72}$

11．设抛物线 $y^2=2px(p>0)$的焦点为 F，P 为其上一动点．当 P 运动到点$(2，t)$时，$|PF|=4$，直线 l 与抛物线相交于 A，B 两点，点 $M(4,1)$．下列结论正确的是(　　)

A．抛物线的方程为 $y^2=4x$

B．$|PM|+|PF|$的最小值为 6

C．以 PF 为直径的圆与 y 轴相切

D．若以 AB 为直径的圆与抛物线的准线相切，则直线 AB 过焦点 F

12．已知函数 $f(x)$及其导函数 $f'(x)$的定义域均为 $\mathbf{R}$.记 $g(x)=f'(x)$，若 $f\left(2x+\frac{5}{2}\right)$为偶函数，$g\left(\frac{3}{2}-x\right)$为奇函数，则(　　)

A．$f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$　　B．$g(-2)=g(3)$

C．$g\left(\frac{1}{2}\right)=0$　　D．$f(0)=f(5)$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．$(x+2y)^5(x-3y)$的展开式中 x^3y^3 项的系数为________．(用数字作答)

14．已知直线 l：$kx-y-2k+2=0$ 被圆 C：$x^2+(y+1)^2=16$ 所截得的弦长为整数，则满足条件的直线 l 有________条．

15．已知圆柱的侧面积为 2π，其外接球的表面积为 S，则 S 的最小值为________．

16．已知对任意的 $x\in(1，+\infty)$，不等式 $k\cdot(e^{kx}+1)-\left(\frac{1}{x}+1\right)\ln x>0$ 恒成立，则 k 的取值范围是______________．

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(10 分)已知△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且满足 $\sin(A-B)\tan C=\sin A\sin B$.

(1)求$\frac{a^2+c^2}{b^2}$的值；

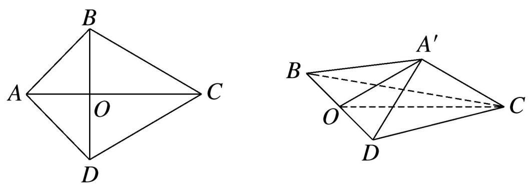
(2)若 $\cos B=\frac{2}{3}$，求 $\sin A$ 的值．

18．(12 分)已知数列$\{a_n\}$是公差不为 0 的等差数列，$a_2=3$，且 a_3，a_5，a_8 成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=a_n\cos\dfrac{\pi a_n}{2}$，求数列$\{b_n\}$的前 2 023 项和.

19．(12 分)筝形是指有一条对角线所在直线为对称轴的四边形．如图，四边形 $ABCD$ 为筝形，其对角线交点为 O，$AB=\sqrt{2}$，$BD=BC=2$，将$\triangle ABD$ 沿 BD 折到$\triangle A'BD$ 的位置，形成三棱锥 $A'-BCD$.



(1)求点 B 到平面 $A'OC$ 的距离；

(2)当 $A'C=1$ 时，在棱 $A'D$ 上是否存在点 P，使得直线 BA' 与平面 POC 所成角的正弦值为$\dfrac{1}{4}$？若存在，求$\dfrac{A'P}{A'D}$的值；若不存在，请说明理由.

20．(12 分)已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，四个顶点构成的四边形面积为 $2\sqrt{2}$.

(1)求椭圆方程；

(2)若直线 $y=kx+m$ 交椭圆于 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，且 $S_{\triangle AOB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求证：$x_1^2+x_2^2$为定值.

21．(12 分)某游戏棋盘上标有第 0,1,2，⋯，100 站，棋子开始位于第 0 站，选手抛掷均匀硬币进行游戏，若掷出正面，棋子向前跳出一站；若掷出反面，棋子向前跳出两站，直到跳到第 99 站或第 100 站时，游戏结束．设游戏过程中棋子出现在第 n 站的概率为 P_n.

(1)当游戏开始时，若抛掷均匀硬币 3 次后，求棋子所走站数之和 X 的分布列与均值；

(2)证明：$P_{n+1}-P_n=-\dfrac{1}{2}(P_n-P_{n-1})(1\leqslant n\leqslant 98)$；

(3)若最终棋子落在第 99 站，则记选手落败，若最终棋子落在第 100 站，则记选手获胜．请分析这个游戏是否公平.

22．(12 分)已知函数 $f(x)=(m+1)x-m\ln x-m$.

(1)讨论 $f(x)$的单调性；

(2)证明：当 $m\leqslant 1$，且 $x>1$ 时，$f(x)<e^{x-1}$.