

东城区 2017—2018 学年度第一学期期末教学统一检测

高三数学(文科)

2018.1

本试卷共 4 页,共 150 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 3, 7\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- B.  $\{1\}$
- C.  $\{1, 3\}$
- D.  $\{2, 4, 5, 6\}$

2. 下列函数中为偶函数的是

- A.  $y = (x - 2)^2$
- B.  $y = |\ln x|$
- C.  $y = x \cdot \cos x$
- D.  $y = e^{-|x|}$

3. 直线  $l: y = kx + 1$  与圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  相交于  $A, B$  两点, 则“ $k = 1$ ”是“ $|AB| = \sqrt{2}$ ”的

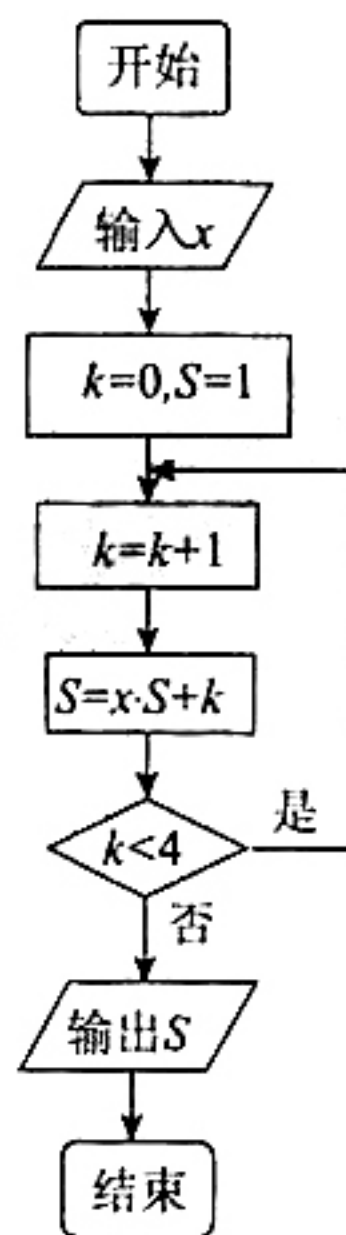
- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

4. 执行如图所示的程序框图, 若输入  $x = 2$ , 则输出的  $S$  值为

- A. 8
- B. 19
- C. 42
- D. 89

5. 已知向量  $a = (1, 2)$ ,  $b = (0, -2)$ ,  $c = (-1, \lambda)$ , 若  $(2a - b) \parallel c$ , 则实数  $\lambda =$

- A. -3
- B.  $\frac{1}{3}$
- C. 1
- D. 3

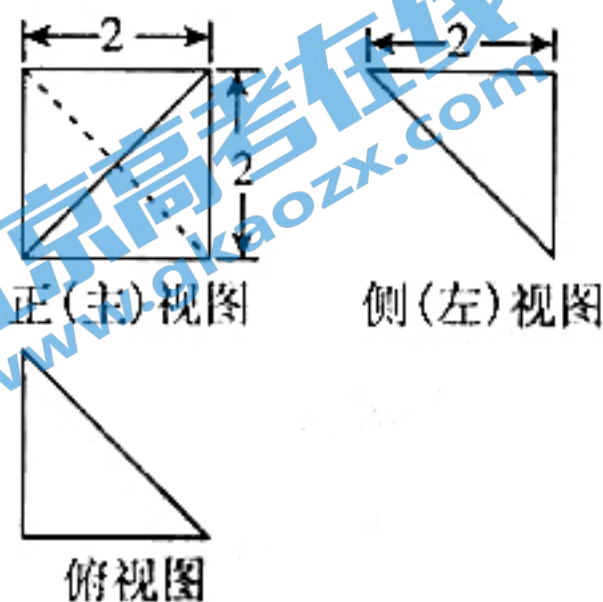


6. 已知  $a=2^{-\frac{1}{3}}$ ,  $b=\log_2 \frac{1}{3}$ ,  $c=\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$ , 则

- A.  $a > b > c$                       B.  $a > c > b$                       C.  $c > b > a$                       D.  $c > a > b$

7. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为

- A.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$   
B.  $\frac{4}{3}$   
C.  $4\sqrt{2}$   
D.  $\frac{8}{3}$



8. 在一次调查中, 甲、乙、丙、丁四名同学的阅读量有如下关系: 同学甲、丙的阅读量之和与乙、丁的阅读量之和相同, 甲、乙的阅读量之和大于丙、丁的阅读量之和, 丁的阅读量大于乙、丙的阅读量之和. 那么这四名同学按阅读量从大到小的顺序排列为

- A. 甲、丁、乙、丙                      B. 丁、甲、乙、丙  
C. 丁、乙、丙、甲                      D. 乙、甲、丁、丙

## 第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. 复数  $-i + \frac{1}{i} =$  \_\_\_\_\_.

10. 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$  的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

11. 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \geq 0, \\ 2x + y \leq 3, \\ y \geq x, \end{cases}$  则  $y - 2x$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

12. 在  $\triangle ABC$  中,  $a=5, c=7, \cos C = \frac{1}{5}$ , 则  $b =$  \_\_\_\_\_,  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3, & x > a, \\ -x, & x \leq a. \end{cases}$  当  $a=0$  时,  $f(x)$  的值域为 \_\_\_\_\_; 当  $f(x)$  有两个不同的零点时, 实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

14. 设命题  $p$ : 已知  $A(1,1), B(-1,1), C(-1,-1), D(1,-1)$ , 满足  $\angle AMD = \angle BMC$  的所有点  $M$  都在  $y$  轴上. 能够说明命题  $p$  是假命题的一个点  $M$  的坐标为 \_\_\_\_\_.



三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本题满分 13 分)

已知  $\{a_n\}$  是等差数列， $\{b_n\}$  是等比数列，且  $a_1 = b_1 = 2, a_3 + a_5 = 22, b_2 b_4 = b_6$ 。

- (I) 求  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式；  
 (II) 设  $c_n = a_n - b_n$ ，求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和。

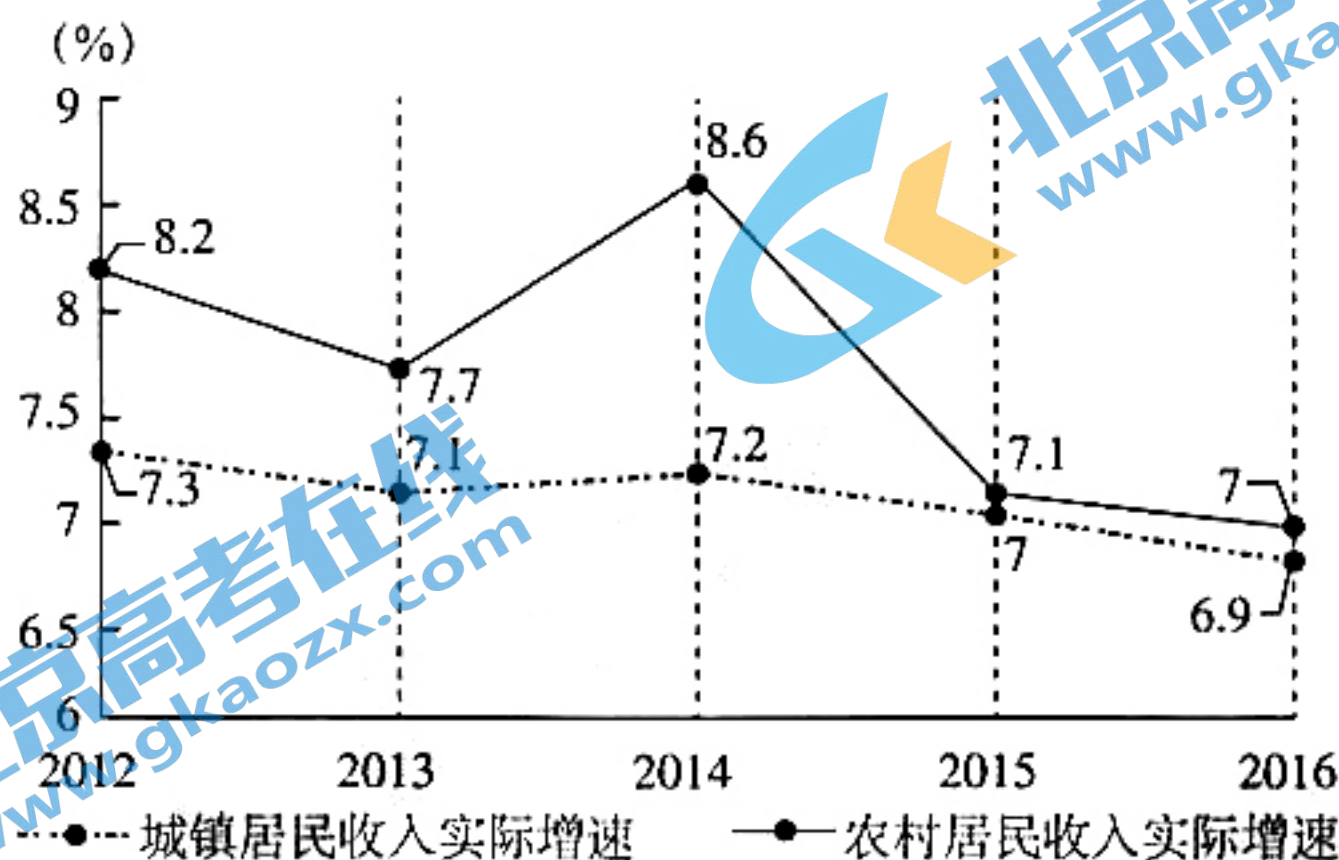
16. (本题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = 2\sqrt{3}\sin ax \cdot \cos ax + 2\cos^2 ax - 1 (0 < a \leq 1)$ 。

- (I) 当  $a=1$  时，求  $f(x)$  在区间  $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值与最小值；  
 (II) 当  $f(x)$  的图象经过点  $(\frac{\pi}{3}, 2)$  时，求  $a$  的值及  $f(x)$  的最小正周期。

17. (本题满分 13 分)

“砥砺奋进的五年”，首都经济社会发展取得新成就。自 2012 年以来，北京城乡居民收入稳步增长。随着扩大内需，促进消费等政策的出台，居民消费支出全面增长，消费结构持续优化升级，城乡居民人均可支配收入快速增长，人民生活品质不断提升。下图是北京市 2012—2016 年城乡居民人均可支配收入实际增速趋势图(例如 2012 年，北京城镇居民收入实际增速为 7.3%，农村居民收入实际增速为 8.2%)。



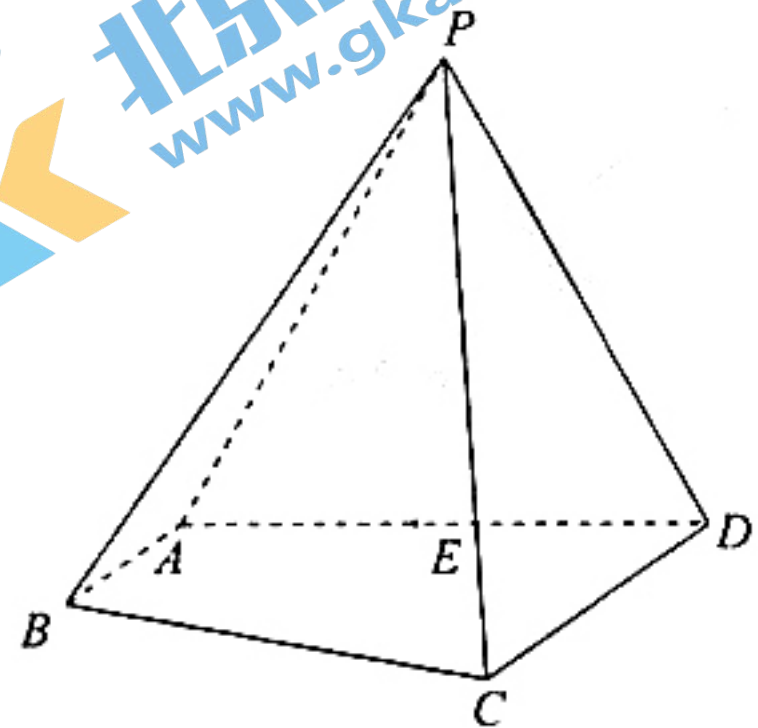
- (I) 从 2012—2016 五年中任选一年，求城镇居民收入实际增速大于 7% 的概率；  
 (II) 从 2012—2016 五年中任选两年，求至少有一年农村和城镇居民实际收入增速均超过 7% 的概率；  
 (III) 由图判断，从哪年开始连续三年农村居民收入实际增速方差最大？(结论不要求证明)



18. (本题满分 14 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $\triangle PAD$  是等边三角形,  $E$  为  $AD$  中点, 四边形  $ABCD$  为直角梯形,  $AB \parallel CD, AB \perp AD, AB \perp AP, CD = AD = 2AB = 2$ .

- (I) 求证: 平面  $PAB \perp$  平面  $PAD$ ;
- (II) 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积;
- (III) 在棱  $PB$  上是否存在点  $M$ , 使得  $EM \parallel$  平面  $PCD$ ? 说明理由.



19. (本题满分 14 分)

已知函数  $f(x) = x \cdot \ln x$ .

- (I) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;
- (II) 求  $f(x)$  的单调区间;
- (III) 若对于任意  $x \in [\frac{1}{e}, e]$ , 都有  $f(x) \leq ax - 1$ , 求实数  $a$  的取值范围.

20. (本题满分 13 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点  $F(1, 0)$  与短轴两个端点的连线互相垂直.

- (I) 求椭圆  $C$  的标准方程;
- (II) 设点  $Q$  为椭圆  $C$  上一点, 过原点  $O$  且垂直于  $QF$  的直线与直线  $y = 2$  交于点  $P$ , 求  $\triangle OPQ$  面积  $S$  的最小值.

扫描二维码, 获取更多期末试题



长按识别关注