

# 中学生标准学术能力诊断性测试 2021 年 11 月测试

## 理科数学试卷

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

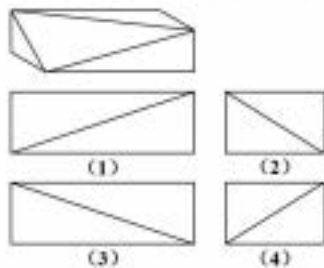
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{1, 4\}$       B.  $\{2, 3\}$       C.  $\{3, 4\}$       D.  $\{1, 2\}$
- 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则 “ $a < b$ ” 是 “ $ab < \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ” 的  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
 C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件
- 2021 年 8 月 27 日教育部在其网站发布了 2020 年全国教育事业发展统计公报, 其中 “十三五” 时期全国高等教育在学总规模和毛入学率如下图所示, 则下列四个回归方程类型中最适合作为毛入学率  $y$  和年份数  $x$  的回归方程类型是



(第 3 题图)

- $y = a + bx$       B.  $y = a + bx^2$       C.  $y = a + be^x$       D.  $y = a + b \ln x$
- 已知长方体切去一个角的几何体直观图如图所示, 在给出的 4 个平面图中, 该几何体的主视图、侧视图、俯视图的序号依次是  
 A. (1)(4)(3)      B. (1)(2)(3)  
 C. (3)(2)(1)



D. (3)(4)(1)

5. 2021年7月24日,国务院办公厅印发《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》.“双减”政策指出,要全面压减作业总量和时长,某校在“双减”前学生完成作业时长为随机变量 $\xi$ , $\xi$ 的期望为4,标准差为3,在“双减”后,该校学生完成作业的时长 $\eta=0.5\xi-0.5$ , $\eta$ 的期望为 $u$ ,标准差为 $s$ ,则

A.  $u=1.5, s=1.5$

B.  $u=1.5, s=2$

C.  $u=2, s=1.5$

D.  $u=2, s=2$

6. 已知向量 $\vec{a}=(1,\sqrt{3})$ , $\vec{b}=(3,m)$ .若向量 $\vec{a}$ , $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$ ,则实数 $m=$

A.  $2\sqrt{3}$

B.  $\sqrt{3}$

C. 0

D.  $-\sqrt{3}$

7. 对于非零实数 $a, b$ ,以下四个式子均恒成立.对于非零复数 $a, b$ ,下列式子仍然恒成立的是

A.  $a^2=|a|^2$

B.  $a+\frac{1}{a}\neq 0$

C.  $a^2\geq 0$

D.  $|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$

8. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$ ,则 $\sin 2\alpha=$

A.  $-\frac{7}{9}$

B.  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$

C.  $\frac{7}{9}$

D.  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

9. 已知点 $A, B$ 在双曲线 $x^2-y^2=4$ 上,线段 $AB$ 的中点为 $M(3,1)$ ,则 $|AB|=$

A.  $\sqrt{2}$

B.  $2\sqrt{2}$

C.  $\sqrt{5}$

D.  $2\sqrt{5}$

10. 已知经过圆柱 $O_1O_2$ 旋转轴的给定平面 $\alpha$ , $A, B$ 是圆柱 $O_1O_2$ 侧面上且不在平面 $\alpha$ 上的两点,则下列判断不正确的是

A. 一定存在直线 $l, l\subset\alpha$ 且 $l$ 与 $AB$ 异面

B. 一定存在直线 $l, l\subset\alpha$ 且 $l\perp AB$

C. 一定存在平面 $\beta, AB\subset\beta$ 且 $\beta\perp\alpha$

D. 一定存在平面 $\beta, AB\subset\beta$ 且 $\beta\parallel\alpha$

11. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 满足: $f(x)=f(2-x)$ ,且当 $x\in[0,1]$ 时, $f(x)=ax+b$ ,若 $f(-1)=2$ ,则 $f(-1.5)=$

A. -1

B. -1.5

C. 1

D. 1.5

12. 已知 $x, y$ 满足 $x^2+y^2=4y-3$ ,则 $\frac{\sqrt{3}x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 的最大值为

A. 1

B. 2

C.  $\sqrt{3}$

D.  $\sqrt{5}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $z = x - y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 音量大小的单位是分贝, 强度为  $I$  的声波, 其分贝  $\eta$  的定义是:  $\eta = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ , 其中  $I_0$  是人能听到声音的最低声波强度. 设 50 分贝的声波强度  $I_1$  是 40 分贝声波强度  $I_2$  的  $\lambda$  倍, 则  $\lambda$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 设锐角  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  所对应的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a = 2, b \sin A = \sqrt{3}, c = 3$ , 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ , 若对于任意的  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f'(x) > 4x$ , 则当  $\alpha \in [0, 2\pi]$  时, 不等式  $f(\sin \alpha) + \cos 2\alpha > 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

**三、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每道试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.**

**(一) 必考题: 共 60 分.**

17. (12 分) 近年来, 人们的支付方式发生了巨大转变, 使用移动支付购买商品已成为部分人的消费习惯. 某企业社团部为了解该企业员工 A、B 两种支付方式的使用情况, 随机抽取了 600 名男员工、400 名女员工, 统计了他们的消费习惯, 获得数据如下表:

	男员工			女员工		
	经常使用	偶尔使用	从不使用	经常使用	偶尔使用	从不使用
方式 A	200 人	300 人	100 人	300 人	100 人	0
方式 B	350 人	150 人	100 人	150 人	150 人	100 人

(1) 分别估算该企业男、女员工从不使用方式 B 的概率;

(2) 从该企业全体男员工中随机抽取 2 人, 全体女员工中随机抽取 1 人, 估算这 3 人中恰有 2 人经常使用方式 A 的概率.

18. (12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  是公差为 2 的等差数列.

(1) 若  $a_1, a_3, a_4$  成等比数列, 求  $a_1$  的值;

(2) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若对于任意的  $n \in \mathbf{N}^*$ , 都有  $S_n \geq -20$ , 求  $a_1$  的取值范围.

19. (12分) 在三棱锥  $D-ABC$  中,  $\triangle ACD$  为正三角形, 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$ ,  $AD \perp BC$ ,  $AC = BC = 2$ .



(第19题图)

(1) 求证:  $BC \perp AC$ ;

(2) 若  $E$  是  $CD$  的中点, 求直线  $CD$  与平面  $ABE$  所成角的正弦值.

20. (12分) 有同学在研究指数函数  $y = 2^x$  和幂函数  $y = x^2$  的图像时, 发现它们在第一象限有两个交点  $(2, 4)$  和  $(4, 16)$ . 通过进一步研究, 该同学提出了如下两个猜想:

(1) 函数  $y = e^x$  与函数  $y = x^e$  的图像在第一象限有且只有一个公共点;

(2) 设  $a > 1$ ,  $b > 1$ , 且  $a \neq b$ , 若  $a^b = b^a$ , 则  $ab > e^2$ .

其中  $e$  为自然对数的底, 请你证明或反驳该同学的猜想.

21. (12分) 已知抛物线  $\Gamma: x^2 = 2py (p > 0)$  和点  $N(0, -1)$ , 且点  $M(2, y_M)$  和线段  $MN$  的中点均在抛物线  $\Gamma$  上.

(1) 求  $P$  的值;

(2) 设点  $P, Q$  在抛物线  $\Gamma$  上, 点  $R$  在曲线  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 (y < 0)$  上, 若线段  $PR, QR$  的中点均在抛物线  $\Gamma$  上, 求  $\triangle PQR$  面积  $S$  的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.

22. (10分) [选修4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = a + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点  $O$  为极点,

$x$  轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 - 2\rho \sin \theta - 3 = 0$ .

(1) 求曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设直线  $l$  与曲线  $C$  相交于  $A, B$  两点, 若  $|AB| = 2\sqrt{2}$ , 求  $a$  的值.

23. (10分) [选修4-5: 不等式选讲]

已知函数  $f(x) = 2|x+1| - |x-2|$ .

(1) 求不等式  $f(x) \leq 0$  的解集;

(2) 设  $g(x) = |3x-a|$ , 若对于任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $g(x) \geq f(x)$ , 求  $a$  的取值范围.

## 中学生标准学术能力诊断性测试 2021 年 11 月测试

## 理科数学 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

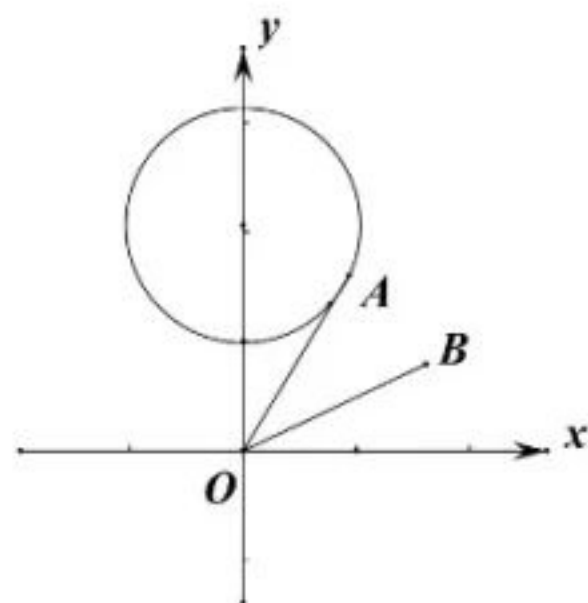
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	A	B	A	B	D	C	D	D	C	C

12. 【解析】点  $A(x, y)$  在圆  $x^2 + (y-2)^2 = 1$  上， $B(\sqrt{3}, 1)$

$$\text{则 } \frac{\sqrt{3}x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OA}|} = |\overline{OB}| \cos \angle AOB = 2 \cos \angle AOB$$

如图，当  $OA$  与圆相切时， $\angle AOB$  取得最小值  $\frac{\pi}{6}$

$$\text{所以 } \frac{\sqrt{3}x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} \leq \sqrt{3}, \text{ 此时点 } A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right).$$



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.  $[-2, 2]$

14. 10

15.  $\sqrt{7}$

16.  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$

16. 【解析】设  $g(x) = f(x) - 2x^2 + 1$ ，则  $g'(x) = f'(x) - 4x > 0$

所以函数  $g(x)$  在  $\mathbb{R}$  上为增函数。

$$\therefore g\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$\therefore g(\sin \alpha) = f(\sin \alpha) - 2 \sin^2 \alpha + 1 = f(\sin \alpha) + \cos 2\alpha = g\left(\frac{1}{2}\right) > 0$$

$$\text{得 } \sin \alpha > \frac{1}{2}, \text{ 又 } \because 0 \leq \alpha < 2\pi, \therefore \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{所以不等式 } f(\sin \alpha) + \cos 2\alpha > 0 \text{ 的解集为 } \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right).$$

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每道试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

解：

(1) 该企业男员工从不使用方式 B 的概率为  $\frac{100}{600} = \frac{1}{6}$  -----2 分

该企业女员工从不使用方式 B 的概率为  $\frac{100}{400} = \frac{1}{4}$  -----4 分

(2) 该企业男员工经常使用方式 A 的概率为  $\frac{200}{600} = \frac{1}{3}$  -----1 分

该企业女员工经常使用方式 A 的概率为  $\frac{300}{400} = \frac{3}{4}$  -----2 分

两名男员工经常使用方式 A, 女员工不经常使用方式 A 的概率为

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{36} \text{ -----4 分}$$

有一名男员工经常使用方式 A, 一名女员工经常使用方式 A 的概率为

$$C_2^1 \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \text{ -----6 分}$$

所以 3 人中恰有 2 人经常使用方式 A 的概率为  $\frac{1}{36} + \frac{1}{3} = \frac{13}{36}$  -----8 分

18. (12 分)

解:

(1)  $a_3 = a_1 + 4, a_4 = a_1 + 6$  -----2 分

$\because a_1, a_3, a_4$  成等比数列,  $\therefore a_3^2 = a_1 a_4$ , 得  $(a_1 + 4)^2 = a_1(a_1 + 6)$

$\therefore a_1 = -8$  -----4 分

(2)  $S_n = na_1 + n(n-1)$  -----4 分

$\because S_n \geq -20, \therefore n^2 + (a_1 - 1)n + 20 \geq 0$ , 即  $n + \frac{20}{n} \geq 1 - a_1$

$\because n + \frac{20}{n}$  的最小值为 9 -----6 分

$\therefore 1 - a_1 \leq 9$ , 所以  $a_1$  的取值范围为  $[-8, +\infty)$  -----8 分

19. (12 分)

解:

(1) 设  $O$  为  $AC$  的中点

$\because AD = CD, \therefore OD \perp AC$  -----1 分

$\because$  平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$

$\therefore OD \perp$  底面  $ABC$  -----3 分

进而得  $OD \perp BC$ , 又  $\because AD \perp BC$

$\therefore BC \perp$  平面  $ACD$  -----5 分

进而得  $BC \perp AC$  -----6 分

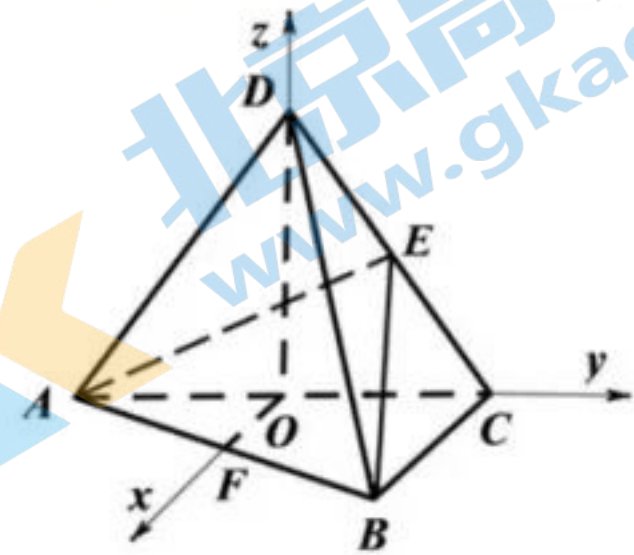
(2) 设  $AB$  中点为  $F$

$\because OF \parallel BC, BC \parallel AC, \therefore OF \perp AC$

由(1)知  $OF$ 、 $OC$ 、 $OD$  两两垂直，

以  $OF$ 、 $OC$ 、 $OD$  为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴正半轴建立空间直角坐标系-----1分

则  $A(0, -1, 0)$ ,  $D(0, 0, \sqrt{3})$ ,  $C(0, 1, 0)$ ,  $F(1, 0, 0)$



$\because E$  是  $CD$  的中点

$\therefore E\left(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ -----2分

设平面  $ABE$  的法向量为  $\vec{n} = (x, y, z)$

$$\because \vec{AE} = \left(0, \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \vec{AF} = (1, 1, 0), \therefore \begin{cases} \frac{3}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2}z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

不妨取  $y = -1$ , 则  $\vec{n} = (1, -1, \sqrt{3})$ -----4分

$$\because \vec{CD} = (0, -1, \sqrt{3}), \therefore \sin \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{CD}|}{|\vec{n}| |\vec{CD}|} = \frac{4}{\sqrt{5} \cdot 2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$
-----6分

20. (12分)

解:

(1) 设  $f(x) = \frac{\ln x}{x} \therefore f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

$\therefore$  当  $0 < x < e$  时,  $f'(x) > 0$ , 当  $x > e$  时,  $f'(x) < 0$

$\therefore f(x)$  在  $(0, e]$  上递增, 在  $[e, +\infty)$  上递减-----2分

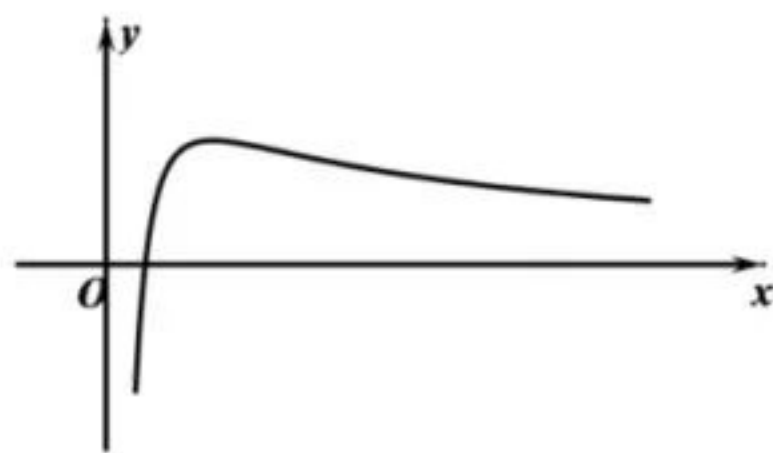
$\therefore$  当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f(x) \leq f(e) = \frac{1}{e}$

$\therefore$  方程  $x - e \ln x = 0$  有唯一的零点  $e$

即方程  $e^x = x^e$  有唯一的零点  $e$ , 猜想(1)正确-----4分

(2) 由  $a^b = b^a$  得  $\frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b}$

设  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$



由(1)知  $a, b$  分别在  $(1, e)$  和  $(e, +\infty)$  内,

不妨设  $a \in (1, e)$ ,  $b \in (e, +\infty)$

$$\text{设 } g(x) = f(x) - f\left(\frac{e^2}{x}\right) = \frac{\ln x}{x} - \frac{(2 - \ln x)x}{e^2}$$

$$g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} - \frac{1 - \ln x}{e^2} = \frac{(1 - \ln x)(e^2 - x^2)}{x^2 e^2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

当  $x \in (1, e)$  时,  $1 - \ln x > 0$ ,  $e^2 - x^2 > 0$

$\therefore$  当  $x \in (1, e)$  时,  $g'(x) > 0$ ,  $g(x)$  递增

由此得, 当  $a \in (1, e)$  时,  $g(a) < g(e) = 0 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$\therefore f(a) - f\left(\frac{e^2}{a}\right) < 0$$

$$\because f(a) = f(b), \therefore f(b) < f\left(\frac{e^2}{a}\right) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

又  $\because b, \frac{e^2}{a} \in (e, +\infty)$  且  $f(x)$  在  $(e, +\infty)$  递减,  $\therefore b > \frac{e^2}{a}$

$\therefore ab > e^2$ , 猜想(2)正确  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

21. (12分)

解:

(1)  $\because$  点  $M(2, y_M)$  在抛物线  $\Gamma$  上,  $\therefore y_M = \frac{2}{p} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

因为线段  $MN$  的中点  $\left(1, \frac{1}{p} - \frac{1}{2}\right)$  在抛物线  $\Gamma$  上  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

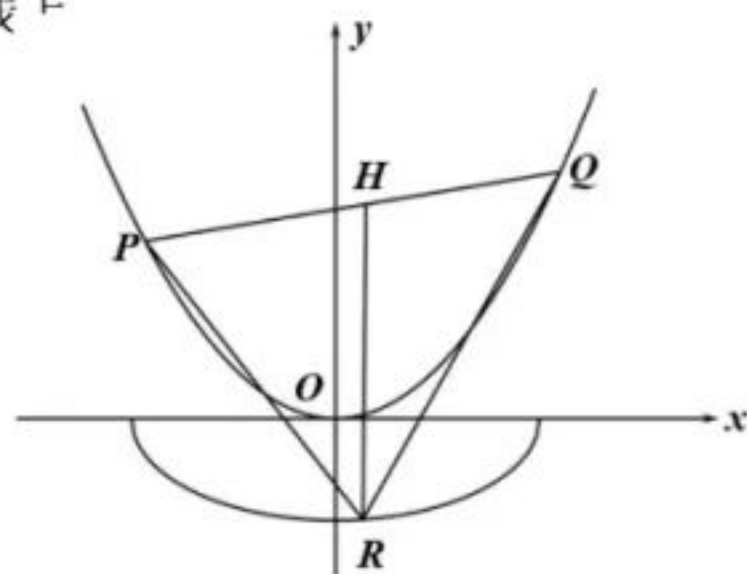
$$\therefore 1 = 2p\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{2}\right), \text{ 得 } p = 1 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 设  $R(x_0, y_0)$ ,  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$ ,  $PQ$  的中点  $H(x_3, y_3)$

$\because$  点  $P$  和  $PR$  的中点  $\left(\frac{x_1 + x_0}{2}, \frac{y_1 + y_0}{2}\right)$  均在抛物线  $\Gamma$  上

$$\begin{cases} x_1^2 = 2y_1 \\ \left(\frac{x_1 + x_0}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{y_1 + y_0}{2} \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

整理得  $x_1^2 - 2x_0x_1 - x_0^2 + 4y_0 = 0$





同理得  $x_2^2 - 2x_0x_2 - x_0^2 + 4y_0 = 0$

$\therefore x_1, x_2$  是方程  $x^2 - 2x_0x - x_0^2 + 4y_0 = 0$  的两个根

进而  $x_1 + x_2 = 2x_0, x_1x_2 = 4y_0 - x_0^2$  ----- 3分

$\therefore x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} = x_0$

$$y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{4} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{4}$$

$$= \frac{4x_0^2 - 2(4y_0 - x_0^2)}{4} = \frac{3x_0^2}{2} - 2y_0$$
 ----- 4分

如图,  $\therefore x_3 = x_0, \therefore S = \frac{1}{2} \cdot |y_3 - y_0| \cdot |x_1 - x_2|$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{3x_0^2}{2} - 3y_0 \right| \cdot \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{3x_0^2}{2} - 3y_0 \right| \cdot \sqrt{4x_0^2 - 4(4y_0 - x_0^2)} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (x_0^2 - 2y_0)^{\frac{3}{2}}$$
 ----- 6分

$\therefore x_0^2 = 4 - 4y_0^2$  且  $y_0 < 0$

$\therefore S = \frac{3\sqrt{2}}{2} (4 - 4y_0^2 - 2y_0)^{\frac{3}{2}} (-1 \leq y_0 < 0)$

所以当  $y_0 = -\frac{1}{4}$  时,  $\Delta PQR$  的面积  $S$  取得最大值  $\frac{51\sqrt{34}}{16}$  ----- 8分

(二) 选考题: 共 10 分, 请考生在第 22、23 题中任选一道题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

解:

(1) 由  $x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$  得 ----- 2分

曲线  $C$  的直角坐标方程为  $x^2 + (y-1)^2 = 4$  ----- 4分

(2) 将直线方程代入曲线  $C$  的方程得  $\left(a + \frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2 + \frac{t^2}{2} = 4$

整理得  $t^2 + \sqrt{2}at + a^2 - 4 = 0$  ① ----- 2分

设方程①的两个根为  $t_1, t_2$

$\therefore |AB| = 2\sqrt{2}$

$\therefore |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1t_2} = \sqrt{2a^2 - 4(a^2 - 4)} = 2\sqrt{2}$  ----- 4分

得  $a = \pm 2$  ----- 6分

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

解:

$$(1) f(x) = \begin{cases} x+4, & x \geq 2 \\ 3x, & -1 \leq x < 2 \\ -x-4, & x < -1 \end{cases} \text{----- 2分}$$

函数  $f(x)$  在  $(-\infty, -1]$  上递减, 在  $[-1, +\infty)$  上递增,  $f(-4) = 0, f(0) = 0$

$\therefore f(x) \leq 0$  的解集为  $[-4, 0]$  ----- 4分

(2) 由题设  $f\left(\frac{a}{3}\right) \leq 0$

$\therefore -4 \leq \frac{a}{3} \leq 0$ , 即  $-12 \leq a \leq 0$  ----- 2分

$$g(x) = \begin{cases} 3x-a, & x \geq \frac{a}{3} \\ -3x+a, & x < \frac{a}{3} \end{cases}$$

下面证明当  $-12 \leq a \leq 0$  时, 对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $f(x) \leq g(x)$

① 当  $-4 \leq x \leq 0$  时

$f(x) \leq 0 \leq g(x)$ ,  $\therefore f(x) \leq g(x)$  ----- 3分

② 当  $x < -4$  时,  $\therefore \frac{a}{3} > -4$

$\therefore g(x) - f(x) = -3x + a - (-x - 4) = -2x + 4 + a$

由  $x < -4, a \geq -12$ , 得  $g(x) - f(x) > 0$  ----- 4分

③  $\therefore \frac{a}{3} \leq 0$

$\therefore$  当  $0 < x < 2$  时,  $g(x) - f(x) = -a \geq 0$

当  $x \geq 2$  时,  $g(x) - f(x) = 2x - a - 4 \geq -a \geq 0$

综上, 当  $-12 \leq a \leq 0$  时, 对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $g(x) \geq f(x)$  ----- 6分

(利用图像说明给一定的分值比例, 第 2 问利用图像说明最高给 4 分, 四种情况论述时的具体过程可酌情简化)

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkaozx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。