

2019 北京一六一中学高三（上）期中

数 学

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

考 生 须 知	1. 本试卷共 2 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。 2. 试卷答案一律写在答题纸上，在试卷上作答无效。 3. 在答题纸上，用黑色字迹签字作答。 4. 考试结束后，将答题纸交回。
------------------	---

一、选择题：共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目的要求。

1. 已知集合 $A = \{x / x^2 \leq 1\}$, $B = \{0, 1\}$, 则下列正确的是 ()

- A. $A = B$ B. $A \cap (C_{\mathbb{R}}B) = \emptyset$ C. $A \cap B = A$ D. $A \cup B = A$

2. 下列函数在其定义域上既是奇函数又是增函数的是 ()

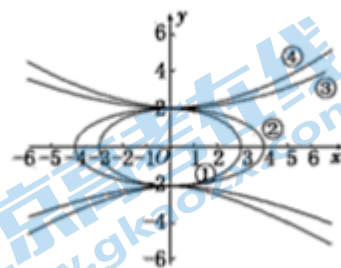
- A. $f(x) = 2^x$ B. $f(x) = x|x|$ C. $f(x) = -\frac{1}{x}$ D. $f(x) = \lg|x|$

3. “ $x > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{x} < 1$ ” 成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 如图，椭圆①，②与双曲线③，④的离心率分别为 e_1, e_2, e_3, e_4 , 其大小关系为 ()

- A. $e_1 < e_2 < e_3 < e_4$ B. $e_1 < e_2 < e_4 < e_3$
C. $e_2 < e_1 < e_3 < e_4$ D. $e_2 < e_1 < e_4 < e_3$



5. 设点 P 为直线 $l: x + y - 4 = 0$ 上的动点，点 A(-2,0), B(2,0), 则 $|PA| + |PB|$ 的最小值为 ()

- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{26}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $\sqrt{10}$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^{x+1} - 1, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有两个零点，则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(-1, 2]$ D. $(-1, 2)$

7. 以椭圆上任意一点与焦点所连接的线段为直径的圆与以长轴为直径的圆的位置关系是 ()

- A. 内切 B. 相交 C. 相离 D. 无法确定

8. 在四个不同的盒子里面放了 4 个不同的水果，分别是桔子、香蕉、葡萄以及西瓜，让小明、小红、小张、小李四个人进行猜测 ()

小明说：第 1 个盒子里面放的是香蕉，第 3 个盒子里面放的是葡萄；

小红说：第 2 个盒子里面放的是香蕉，第 3 个盒子里面放的是西瓜；

小张说：第 4 个盒子里面放的是香蕉，第 2 个盒子里面放的是葡萄；

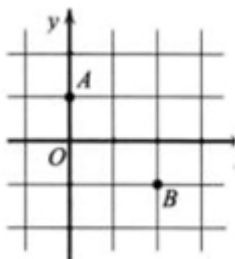
小李说：第4个盒子里面放的是桔子，第3个盒子里面放的是葡萄；

如果“小明、小红、小张、小李，都只说对了一半。”则可以推测，第4个盒子里装的是（ ）

- A. 桔子 B. 香蕉 C. 葡萄 D. 西瓜

二、填空题：共6小题，每小题5分，共30分。

9. 如图所示，在复平面内，网格中的每个小正方形的边长都为1，点A，B对应的复数分别是 z_1 ， z_2 ，则 $\frac{z_1}{z_2} =$ _____.



10. $(2 - \sqrt{x})^n$ 的展开式中，所有项的二项式系数之和为256，则 $n =$ _____，该二项式的展开式中 x^4 项的系数为_____.

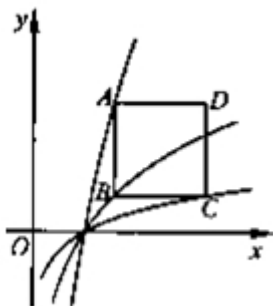
11. 以双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ 的焦点为圆心，且与双曲线C的渐近线相切的圆的方程是_____.

12. 若关于x的不等式 $x^2 + mx + 2 > 0$ 在区间 $[1, 2]$ 上有解，则实数m的取值范围是_____.

13. 请写出一个以(1, 0)为顶点的抛物线方程_____，你写出的这条抛物线的准线方程是_____.

14. 如图，已知正方形ABCD的边长为6，BC平行于x轴，顶点A，B和C分别在函数

$y_1 = 3\log_a x$ ， $y_2 = 2\log_a x$ 和 $y_3 = \log_a x (a > 1)$ 的图象上，则实数a的值为_____.



三、解答题：共6小题，共80分. 解答题写出文字说明，证明过程或验算步骤.

15. (13分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 且 $(a + b)^2 = c^2 + ab$.

(1) 求角C;

(2) 若 $c = 4$, 求当 $\triangle ABC$ 的面积最大时a, b的长, 并求出最面积.

16. (13分) 数独游戏越来越受人们喜欢, 今年某地地区科技组织数独比赛, 该区甲、乙、丙四所学校的学生积极参赛, 参赛学生的人数如下所示:

中学	甲	乙	丙	丁
人数	30	40	20	10

为了解参赛学生的数独水平，该科技馆采用分层抽样的方法，从这四所中学的参赛学生中抽取 30 名参加问卷调查。

(1) 问甲、乙、丙、丁四所中学抽取多少名学生？

(2) 从参加问卷调查的 30 名学生中随机抽取 2 名，求这 2 名学生来自同一所中学的概率；

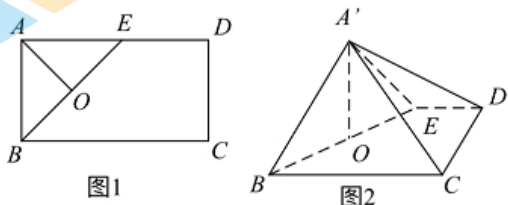
(3) 从参加问卷调查的 30 名学生中，从来自甲、丙两所中学的学生中随机抽取 2 名，用 X 表示抽得甲中学的学生人数，求 X 的分布列。

17. (14 分) 如图 1，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ， E 为 AD 的中点， O 为 BE 的中点。将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到 $A'BE$ ，使得平面 $A'BE \perp$ 平面 $BCDE$ (如图 2)。

(1) 求证： $A'O \perp CD$ ；

(2) 求直线 $A'C$ 与平面 $A'DE$ 所成角的正弦值；

(3) 在线段 $A'C$ 上是否存在点 P ，使得 $OP \parallel$ 平面 $A'DE$ ？若存在，求出 $\frac{A'P}{A'C}$ 的值；若不存在，请说明理由。



18. (14 分) 已知圆 $M: (x - \sqrt{2})^2 + y^2 = \frac{7}{3}$. 若椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为圆 M 的圆心，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 已知直线 $l: y = kx$ ，若直线 l 与椭圆 C 分别交于 A, B 两点，与圆 M 分别交于 G, H 两点 (其中点 G 在线段 AB 上)，且 $|AG| = |BH|$ ，求 k 的值。

19. (13 分) 已知 $f(x) = e^x - ax^2$ ，曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = bx + 1$.

(1) 求 a, b 的值；

(2) 求 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值；

(3) 当 $x \in \mathbb{R}$ 时，判断 $y = f(x)$ 与 $y = bx + 1$ 公共点的个数。(只需写出结论)

20. (13分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = a$, 其中 $a \in \mathbb{N}^*$, $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{3}, & a_n \text{ 为 } 3 \text{ 的倍数,} \\ a_n + 1, & a_n \text{ 不为 } 3 \text{ 的倍数.} \end{cases}$ 令集合

$A = \{x / x = a_n, n = 1, 2, 3, \dots\}$.

- (1) 若 $a = 4$, 写出集合 A 中的所有的元素;
- (2) 若 $a \leq 2020$, 且数列 $\{a_n\}$ 中恰好存在连续的 7 项构成等比数列, 求 a 的所有可能取值构成的集合;
- (3) 求证: $1 \in A$.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。