

数 学

考 生 须 知	<p>1. 考生要认真填写考场号和座位序号。</p> <p>2. 本试卷共 6 页，分为两个部分，第一部分为选择题，25 个小题（共 75 分）；第二部分为解答题，5 个小题（共 25 分）。</p> <p>3. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。</p> <p>4. 考试结束后，考生应将试卷、答题卡放在桌面上，待监考员收回。</p>
------------------	---

第一部分 选择题（每小题 3 分，共 75 分）

在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 那么 $A \cap B$ 等于

- A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$



2. 已知某几何体的三视图如图所示，那么该几何体是（ ）

- A. 球 B. 圆锥 C. 圆台 D. 圆柱



3. 某市有超市 2000 家，其中大型超市 140 家，中型超市 400 家，小型超市 1460 家. 现采用分层抽样的方法从中抽取一个容量为 100 的样本，那么应抽取中型超市的数量为

- A. 7 B. 20 C. 40 D. 73

4. $\sin(\pi + \alpha)$ 等于

- A. $\sin \alpha$ B. $-\sin \alpha$ C. $\cos \alpha$ D. $-\cos \alpha$

5. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = BC = 2$, $AC = 3$. 该长方体的表面积为

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, 那么 AC 等于（ ）

- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. 如果向量 $a = (-2, m)$, $b = (1, 2)$, 且 $a \parallel b$, 那么实数 m 等于（ ）

- A. -1 B. 1 C. -4 D. 4

8. 在空间中, 给出下列四个命题:

- ① 平行于同一直线的两条直线平行; ② 平行于同一平面的两条直线平行;
 ③ 垂直于同一直线的两条直线平行; ④ 垂直于同一平面的两个平面平行.

其中正确命题的序号

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

9. 直线 $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ 的倾斜角的大小是

- A. 45° B. 60° C. 120° D. 135°

10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_n \cdot a_{n-1} = 2, (n = 1, 2, 3, \dots)$, 那么 a_8 等于

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

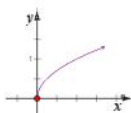
11. 已知 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 那么 $\cos 2\alpha$ 等于

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{7}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

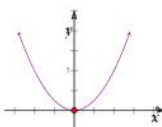
12. 函数的图像大致是



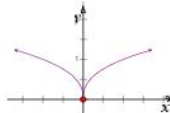
A.



B.



C.



D.

13. 函数 $f(x) = \sin x, x \in [0, \frac{3\pi}{2}]$ 的单调递增区间是

- A. $[0, \frac{\pi}{2}]$ B. $[0, \pi]$ C. $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ D. $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

14. 在函数 $y = 2x, y = x^2, y = 2^x, y = \cos x$ 中, 偶函数的个数是

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

15. 已知点 $M(0, -1), N(2, 3)$. 如果直线 MN 垂直于直线 $ax + 2y - 3 = 0$, 那么实数 a 等于

- A. -4 B. -2 C. -1 D. 1

16. 如果函数 $f(x) = \log_3 x$, 那么 $f(\frac{1}{3})$ 等于

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

17. 每年的3月5日是“青年志愿者服务日”，共青团中央号召全国青年积极参加志愿服务活动. 甲、乙2人随机参加“文明交通”和“邻里互助”两项活动中的一项，那么2人参加的活动恰好相同的概率是

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

18. 在区间[0,4]内随机选一个实数 x , 该实数恰好在区间[1,3]内的概率是

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

19. 已知 $f(n) = 2 + 2^2 + \dots + 2^n$, 那么 $f(4)$ 等于

- A. 15 B. 30 C. 55 D. 126

20. 已知圆 O_1 的方程为 $x^2 + y^2 = 4$, 圆 O_2 的方程为 $(x-a)^2 + (y-1)^2 = 1$, 那么这两个圆的位置关系不可能是

- A. 外离 B. 外切 C. 内含 D. 内切

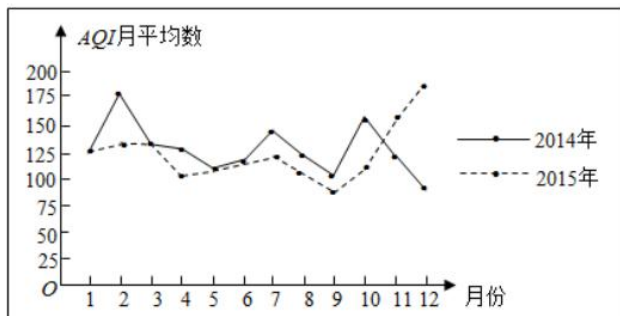
21. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x-3y+3 \geq 0 \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 那么 $z = y - x$ 的最大值是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

22. 2012年我国环境保护部批准《环境空气质量指数(AQI)技术规定(试行)》为国家环境保护标准, 其中“空气质量指数(Air Quality Index, 简称AQI)”是定量描述空气质量状况的无量纲指数, 其类别如下表所示:

AQI 数据	0-50	51-100	101-150	151-200	201-300	301 以上
AQI 类别	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染

根据北京市2014年和2015年的AQI数据, 得到下图:



根据上述信息，从统计学角度分析，下列结论中不正确的是

- A. 2014 年有 9 个月的 AQI 类别属于“轻度污染”
- B. 2015 年 12 月份 AQI 类别为“优”的天数一定为 0
- C. 2014 年上半年 AQI 数据标准差大于 2015 年上半年 AQI 数据标准差
- D. 每年的第二、第三季度空气质量较好

23. 我国南宋数学家秦九韶（约公元 1202-1261 年）给出了求 $n(n \in N^+)$ 次多项式 $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ 的值的一种简捷算法，改算法被后人命名为“秦九韶算法”，其程序

框图如图所示.

当 $x = 0.4$ 时，多项式 $x^4 + 0.6x^3 + x^2 - 2.56x + 1$ 的值为

- A. 0.2 B. 1.58944 C. 1.26176 D. 2.248

24. 已知点 $A(-1,0)$ ， $B(1,0)$ ，如果点 C 在函数的图像上，

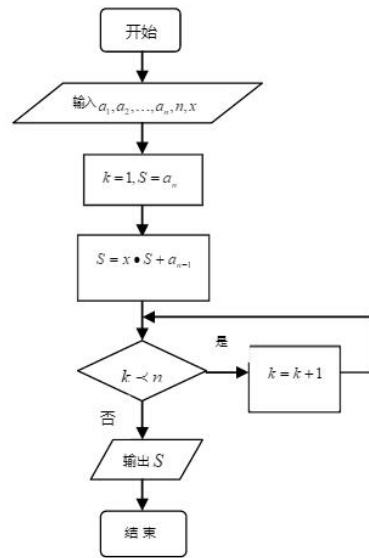
那么使得 $\triangle ABC$ 为直角三角形的点 C 的个数为

- A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

25. 对于集合 $M = \{a | a = x^2 - y^2, x \in Z, y \in Z\}$,

给出如下三个结论：其中正确结论的个数是

- ① 如果 $P = \{b | b = 2n + 1, n \in Z\}$ ，那么 $P \subseteq M$ ；
- ② 如果 $c = 4n + 2, n \in Z$ ，那么 $c \in M$ ；
- ③ 如果 $a_1 \in M$ ， $a_2 \in M$ ，那么 $a_1 a_2 \in M$.



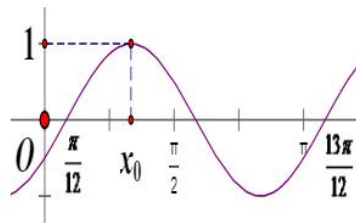
第二部分 解答题（每小题 5 分，共 25 分）

26.（本小题满分 5 分）

已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 的部分图像如图所示.

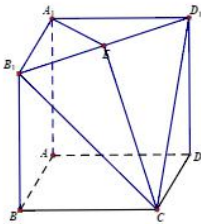
(I) $\omega =$ _____; (将结果直接填写在答题卡的相应位置上)

(II) 求 x_0 的值.



27. (本小题满分 5 分) 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 被平面 B_1D_1C 截去一部分后得到几何体 $AB_1D_1 - ABCD$. 如图所示

1. 在几何体 $AB_1D_1 - ABCD$ 的面上画出一条线段, 使该线段所在的直线平行于平面 B_1D_1C ;
2. 设 E 为 B_1D_1 的中点, 求证: $B_1D_1 \perp$ 平面 A_1ECA .



28. (本小题满分 5 分)

已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, $a_1 = 1, a_1 + a_2 = \frac{5}{3}$.

- (I) 当 $q =$; (将结果直接填写在答题卡的相应位置上)
- (II) 在 a_1 和 a_{n+1} 之间插入 n 个数, 其中 $n = 1, 2, 3, \dots$, 使这 $n + 2$ 个数成等差数列.

记插入的 n 个数的和为 S_n , 求 S_n 的最大值.

29. (本小题满分 5 分)

已知圆 M 的方程是 $x^2 - 6x + y^2 - 16 = 0$.

- (I) 圆 M 的半径是_____; (将结果直接填写在答题卡的相应位置上)
- (II) 设斜率为 k ($k > 0$) 的直线 l 交圆 M 于 $A(-2, 0)$ 和点 B , 交 y 轴于点 C . 如果 $\triangle MBC$ 的面积是 $4k$, 求 k 的值.

30. (本小题满分 5 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中 $b, c \in R$ 。

(I) 当 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称时， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；(将结果直接填写在答题卡的相应位置上)

(II) 如果 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 不是单调函数，证明：对任意 $x \in R$ ，都有 $f(x) > c - 1$ ；

(III) 如果 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上有两个不同的零点，求 $c^2 + (1 + b)c$ 的取值范围。

数学试题答案

1-25 C CBBD BC A BD DBACD ADCBC CB A BD

26. (I) 2 (II) $\frac{\pi}{3}$

(II) 解: 由 (I) 得 函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \pi$.

$$\text{所以 } x_0 - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{所以 } x_0 = \frac{\pi}{3}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

27. (I) 略 (II) 略

(II) 证明: 在等腰 $\triangle A_1B_1D_1$ 中, E 为 B_1D_1 的中点,

所以 $B_1D_1 \perp A_1E$.

由已知得 $AA_1 \perp$ 平面 $A_1B_1D_1$,

所以 $AA_1 \perp B_1D_1$.

所以 $B_1D_1 \perp$ 平面 A_1ECA . \dots\dots\dots 5 分

28. (I) $q = \frac{2}{3}$ (II) S_n 的最大值 $\frac{10}{9}$

(II) 解: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = (\frac{2}{3})^{n-1}$.

$$\text{所以 } a_n + a_{n+1} = (\frac{2}{3})^{n-1} + (\frac{2}{3})^n = \frac{5}{3} \cdot (\frac{2}{3})^{n-1}.$$

$$\text{依题意可得 } S_n = \frac{n(a_n + a_{n+1})}{2} = \frac{5n}{6} \cdot (\frac{2}{3})^{n-1}.$$

$$\text{因为 } S_{n+1} - S_n = \frac{5(n+1)}{6} \cdot (\frac{2}{3})^n - \frac{5n}{6} \cdot (\frac{2}{3})^{n-1} = \frac{5}{6} \cdot (\frac{2}{3})^{n-1} \cdot \frac{2-n}{3}.$$

所以 $S_1 < S_2$, $S_2 = S_3$, $S_3 > S_4 > S_5 > \dots$.

所以 S_n 的最大值为 $\frac{10}{9}$. \dots\dots\dots

29. (I) 5 (II) $2\sqrt{6}$ 或 $\frac{4}{3}$

(II) 解: 设 $B(x_0, y_0)$, $C(0, y_1)$, 直线 l 的方程为 $y = k(x+2)$ ($k > 0$).

$$\text{由 } \begin{cases} x^2 - 6x + y^2 - 16 = 0, \\ y = k(x+2) \end{cases} \text{ 得 } (1+k^2)x^2 + (4k^2-6)x + 4k^2 - 16 = 0.$$

$$\text{所以 } -2x_0 = \frac{4k^2-16}{1+k^2}, \text{ 即 } x_0 = \frac{8-2k^2}{1+k^2}.$$

$$\text{所以 } y_0 = k(x_0+2) = k\left(\frac{8-2k^2}{1+k^2}+2\right) = \frac{10k}{1+k^2}.$$

在 $y = k(x+2)$ 中, 令 $x = 0$, 可得 $y_1 = 2k$.

$$\text{所以 } S = \frac{1}{2} \times 5 \times |y_1 - y_0| = \frac{1}{2} \times 5 \times \left| 2k - \frac{10k}{1+k^2} \right| = 5 \times \left| k - \frac{5k}{1+k^2} \right|.$$

因为 $S = 4k$.

$$\text{所以 } 5 \times \left| k - \frac{5k}{1+k^2} \right| = 4k, \text{ 即 } \left| 1 - \frac{5}{1+k^2} \right| = \frac{4}{5}.$$

因为 $k > 0$,

$$\text{所以 } k = 2\sqrt{6}, \text{ 或 } k = \frac{4}{3}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

30. (I) -2 (II) 略 (III) $(0, \frac{1}{16})$

(II) 证明: 因为 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上不是单调函数,

$$\text{所以 } -1 < -\frac{b}{2} < 1, \text{ 即 } -2 < b < 2.$$

$$\text{所以 对于任意 } x \in \mathbf{R}, \text{ 都有 } f(x) \geq f\left(-\frac{b}{2}\right) = \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{2} + c = c - \frac{b^2}{4}.$$

因为 $b \in (-2, 2)$,

$$\text{所以 } f(x) \geq c - \frac{b^2}{4} > c - 1. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(III) 解: 设 $f(x)$ 的两个零点分别是 r, s ($r \neq s$), $r, s \in (0, 1)$,

$$\text{则 } f(x) = (x-r)(x-s).$$

$$\text{因为 } c^2 + (1+b)c = c(1+b+c) = f(0) \cdot f(1) = rs(1-r)(1-s),$$

$$\text{且 } 0 < rs(1-r)(1-s) < \left[\frac{r+(1-r)}{2}\right]^2 \cdot \left[\frac{s+(1-s)}{2}\right]^2 = \frac{1}{16},$$

$$\text{所以 } c^2 + (1+b)c \text{ 的取值范围是 } (0, \frac{1}{16}). \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980