

机密★本科目考试启用前

2020年北京市第二次普通高中学业水平合格性考试

## 数 学 试 卷

考 生 须 知	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 考生要认真填写考场号和座位序号。</li><li>2. 本试卷共9页，分为两部分。第一部分为选择题，共27小题（共81分）；第二部分为解答题，4个小题（共19分）。</li><li>3. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答，作图时必须使用2B铅笔。</li><li>4. 考试结束后，考生应将试卷、答题卡放在桌面上，待监考员收回。</li></ol>
------------------	--

参考公式：锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中  $S$  为锥体的底面积， $h$  为锥体的高。

### 第一部分（选择题 共81分）

本部分共27小题，每小题3分，共81分。在每个小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 那么集合  $A \cap B$  等于  
A.  $\{2\}$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{2, 3\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$
2. 函数  $f(x) = \sqrt{x-2}$  的定义域是  
A.  $(-\infty, -2]$                 B.  $(-\infty, 0]$                       C.  $[2, +\infty)$                       D.  $\mathbf{R}$
3. 如果  $\alpha = 27^\circ$ , 那么与角  $\alpha$  终边相同的角的集合可以表示为  
A.  $\{\beta \mid \beta = 27^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$                       B.  $\{\beta \mid \beta = -27^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$   
C.  $\{\beta \mid \beta = 27^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$                       D.  $\{\beta \mid \beta = -27^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
4. 幂函数  $y = x^3$  的图象经过  
A. 点(2, 1)                      B. 点(2, 2)                      C. 点(2, 4)                      D. 点(2, 8)
5. 已知全集  $U = \{1, 2, 3\}$ ,  $M = \{1\}$ , 那么集合  $\complement_U M$  等于  
A.  $\{2\}$                               B.  $\{3\}$                               C.  $\{2, 3\}$                               D.  $\{1, 2, 3\}$
6. 函数  $f(x) = \frac{1}{x} - 1$  的零点的个数为  
A. 0                                  B. 1                                  C. 2                                  D. 3
7. 已知平面向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, 2)$ , 那么  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  等于  
A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

数学试卷 第1页(共9页)



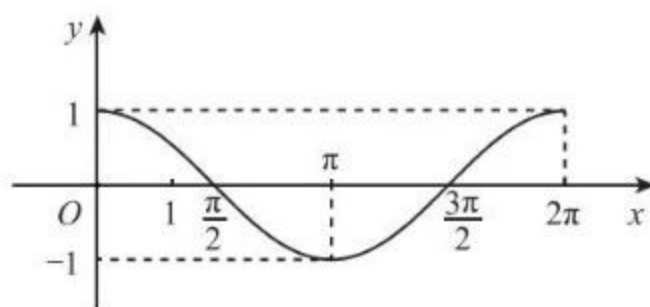
8. 2019年某博物馆接待参观者61.3万人次. 据统计, 18岁以下(不含18岁)的参观人数占总参观人数的11%; 18~24岁的参观人数最多, 占总参观人数的62%; 24岁以上(不含24岁)的参观人数占总参观人数的27%. 为了解参观者对博物馆展览内容的需求及建议, 现采用分层抽样的方法抽取容量为200的样本进行调查, 那么应抽取18~24岁的人数为
- A. 20                      B. 22                      C. 34                      D. 124

9. 已知  $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 那么  $\sin(\pi - \alpha)$  的值是
- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D. 1

10. 已知函数  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数, 那么
- A.  $f(3) > f(2) > f(1)$                       B.  $f(3) > f(1) > f(2)$   
 C.  $f(1) > f(2) > f(3)$                       D.  $f(2) > f(3) > f(1)$

11. 已知函数  $y = \cos x$  的部分图象如图所示, 那么它的一条对称轴方程可以是

- A.  $x = 1$   
 B.  $x = \frac{\pi}{2}$   
 C.  $x = \pi$   
 D.  $x = \frac{3\pi}{2}$



12. 计算  $\sin 40^\circ \cos 20^\circ + \cos 40^\circ \sin 20^\circ$  的结果是

- A. 0                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D. 1

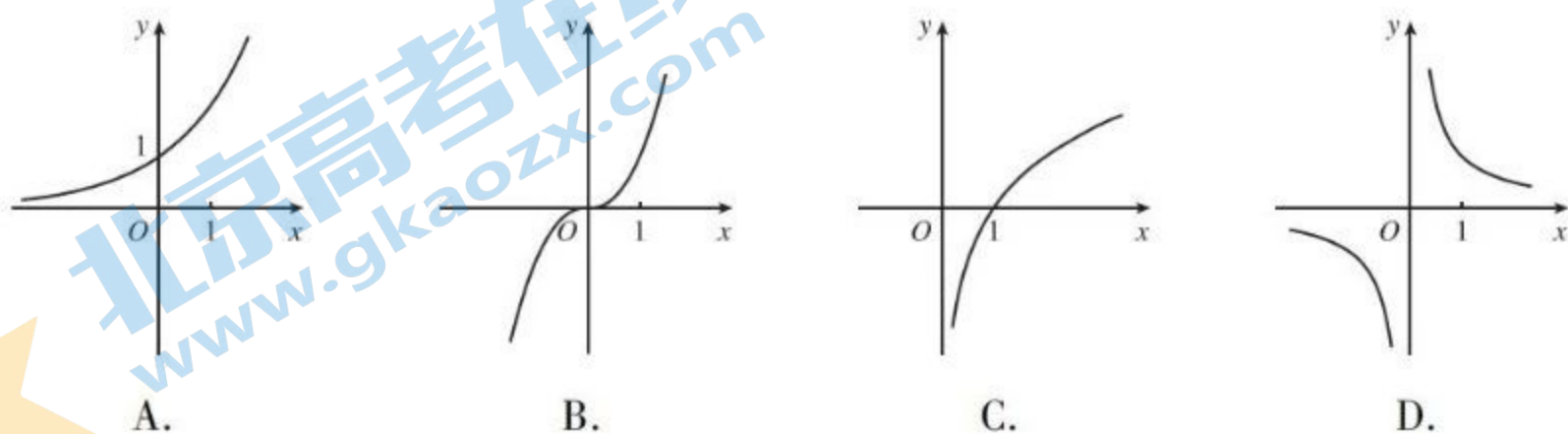
13. 已知函数  $f(x)$  为偶函数, 且  $f(-2) = 1$ , 那么  $f(2)$  等于

- A. 0                      B. 1                      C. 3                      D. 5

14. 函数  $f(x) = x^2 - 2x$  在区间  $[0, 1]$  上的最小值是

- A. -4                      B. -1                      C. 0                      D. 4

15. 函数  $y = 2^x$  的图象大致是



16. 要得到函数  $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$  的图象, 只需将函数  $y = \sin x$  的图象

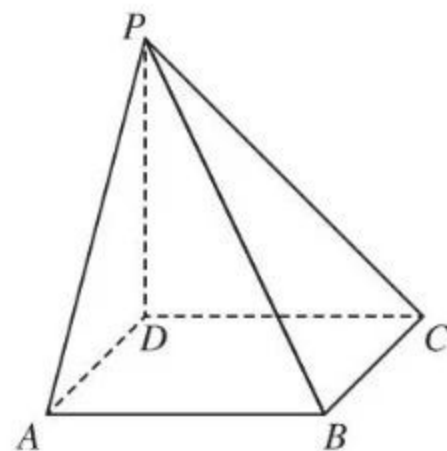
- A. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
 B. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
 C. 向上平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
 D. 向下平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位

17. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{2}$ ,  $AC = 3$ , 那么  $BC$  等于

- A. 1                      B.  $\sqrt{5}$                       C.  $2\sqrt{3}$                       D. 6

18. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为正方形,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB = PD = 2$ , 那么该四棱锥的体积是

- A. 1  
 B.  $\frac{4}{3}$   
 C.  $\frac{8}{3}$   
 D. 4

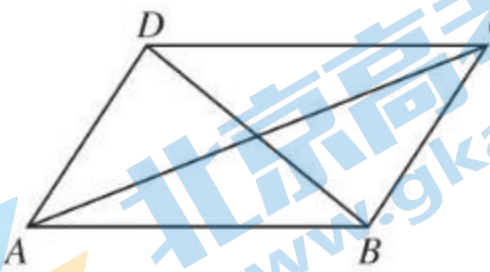


19. 计算  $3^0 + \log_2 2$  的结果是

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

20. 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形, 那么  $\vec{AB} - \vec{AD}$  等于

- A.  $\vec{DB}$   
 B.  $\vec{CB}$   
 C.  $\vec{AC}$   
 D.  $\vec{DC}$



21. 已知平面向量  $a = (0, 1)$ ,  $b = (1, 0)$ , 给出下列四个结论:

- ①  $a = b$ ;                      ②  $a + b = 0$ ;                      ③  $a - b = 0$ ;                      ④  $|a| = |b|$ .

其中正确结论的序号是

- A. ①                      B. ②                      C. ③                      D. ④

22. 已知函数  $f(x)$  由下表给出:

$x$	1	2	3	4
$f(x)$	3	1	2	4

那么  $f(f(3))$  等于

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4



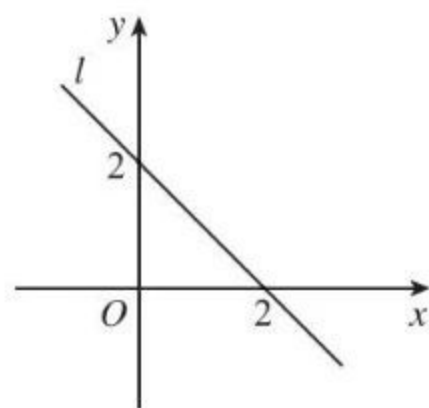
第 23 ~ 27 题有 I、II 两组试题, 2019 级考生作答第 I 组试题, 非 2019 级考生作答第 II 组试题.

第 I 组(2019 级考生作答)

23. 已知复数  $z_1 = i$ ,  $z_2 = 2 + i$ , 那么  $z_1 + z_2$  等于  
A.  $1 + i$                       B.  $2$                       C.  $2i$                       D.  $2 + 2i$
24. 不等式  $(x - 1)(x - 2) \leq 0$  的解集是  
A.  $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$                       B.  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$   
C.  $\{x | x \leq 1, \text{ 或 } x \geq 2\}$                       D.  $\{x | x \leq -1, \text{ 或 } x \geq 2\}$
25. “三角形的三条边都相等”是“三角形为等边三角形”的  
A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件
26. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 1$ ”的否定是  
A.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 1$                       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \leq 1$                       C.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 1$                       D.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 < 1$
27. 已知  $a > b$ , 那么下列结论正确的是  
A.  $a - b < 0$                       B.  $a - b > 0$                       C.  $a + b < 0$                       D.  $a + b > 0$

第 II 组(非 2019 级考生作答)

23. 已知直线  $l$  经过点  $M(-1, 0)$ ,  $N(0, 2)$ , 那么直线  $l$  的斜率是  
A.  $-2$                       B.  $-1$                       C.  $1$                       D.  $2$
24. 已知直线  $l$  经过点  $P(1, 0)$ , 且与直线  $y = 2x - 1$  平行, 那么直线  $l$  的方程是  
A.  $y = x - 1$                       B.  $y = 2x - 2$                       C.  $y = -x + 1$                       D.  $y = -2x + 1$
25. 从甲、乙、丙、丁 4 人中选取一名志愿者参加社区活动, 那么被选中的人是甲或乙的概率是  
A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{5}{6}$
26. 如图, 原点  $O(0, 0)$  到直线  $l: x + y - 2 = 0$  的距离是  
A.  $\sqrt{2}$   
B.  $\sqrt{3}$   
C.  $2$   
D.  $3$
27. 圆  $C_1: x^2 + y^2 = 1$  与圆  $C_2: (x - 2)^2 + y^2 = 1$  的公共点的个数是  
A.  $0$                       B.  $1$                       C.  $2$                       D.  $3$





第二部分(解答题 共 19 分)

28. (本小题 5 分)

某同学解答一道三角函数题：“已知函数  $f(x) = 2\sin x \cos x + \frac{1}{2}$ . (I) 求函数  $f(x)$  的最小正周期; (II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{3\pi}{4}]$  上的最小值.”

该同学解答过程如下:

解答: (I) 因为  $f(x) = 2\sin x \cos x + \frac{1}{2}$ ,  
 所以  $f(x) = \sin 2x + \frac{1}{2}$ .  
 所以  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .  
 所以 函数  $f(x)$  的最小正周期是  $\pi$ .  
 (II) 因为  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ,  
 所以  $0 \leq 2x \leq \frac{3\pi}{2}$ .  
 所以 当  $2x = \frac{3\pi}{2}$  时, 函数  $y = \sin 2x$  的最小值是  $-1$ .  
 所以 当  $x = \frac{3\pi}{4}$  时, 函数  $f(x)$  的最小值是  $-\frac{1}{2}$ .

写出该同学在解答过程中用到了下表中的哪些数学知识. (写出 5 个即可)

任意角的概念	任意角的正弦、余弦、正切的定义
弧度制的概念	$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \pi \pm \alpha$ 的正弦、余弦、正切的诱导公式
弧度与角度的互化	函数 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x$ 的图象
三角函数的周期性	正弦函数、余弦函数在区间 $[0, 2\pi]$ 上的性质
同角三角函数的基本关系式	正切函数在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的性质
两角差的余弦公式	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的实际意义
两角差的正弦、正切公式	两角和的正弦、余弦、正切公式
二倍角的正弦、余弦、正切公式	参数 $A, \omega, \varphi$ 对函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 图象变化的影响

29. (本小题 5 分)

阅读下面题目及其解答过程, 并补全解答过程.

已知函数  $f(x) = -2x + b (b \in \mathbf{R})$ .

(I) 当  $b = 0$  时, 判断函数  $f(x)$  的奇偶性;

(II) 求证: 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数.

解答: (I) 当  $b = 0$  时, 函数  $f(x)$  是奇函数. 理由如下:

因为  $f(x) = -2x + b$ ,

所以 当  $b = 0$  时,  $f(x) = \textcircled{1}$ .

因为 函数  $f(x)$  的定义域是  $\mathbf{R}$ ,

所以  $\forall x \in \mathbf{R}$ , 都有  $-x \in \mathbf{R}$ .

所以  $f(-x) = -2(-x) = 2x$ .

所以  $f(-x) = \textcircled{2}$ .

所以 函数  $f(x)$  是奇函数.

(II) 证明: 任取  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , 且  $x_1 < x_2$ , 则  $\textcircled{3}$ .

因为  $f(x_1) = -2x_1 + b, f(x_2) = -2x_2 + b$ ,

所以  $f(x_1) - f(x_2) = (-2x_1 + b) - (-2x_2 + b) = \textcircled{4}$ .

所以  $\textcircled{5}$ .

所以  $f(x_1) > f(x_2)$ .

所以 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数.

以上解答过程中, 设置了  $\textcircled{1} \sim \textcircled{5}$  五个空格, 如下的表格中为每个空格给出了两个选项, 其中只有一个正确, 请选出你认为正确的, 并填写在答题卡的指定位置.

空格序号	选项	
$\textcircled{1}$	A. $-2x$	B. $2x$
$\textcircled{2}$	A. $f(x)$	B. $-f(x)$
$\textcircled{3}$	A. $x_1 - x_2 < 0$	B. $x_1 - x_2 > 0$
$\textcircled{4}$	A. $2(x_1 - x_2)$	B. $-2(x_1 - x_2)$
$\textcircled{5}$	A. $f(x_1) - f(x_2) < 0$	B. $f(x_1) - f(x_2) > 0$



30. (本小题 4 分)

某创业公司销售一批新上市的电子产品，销售期定为 31 天. 收集这 31 天的日销售额的数据后发现，这批产品的日销售额开始时不断增加，中间几天没有变化，随后逐渐减少. 日销售额  $y$  (单位：万元) 随时间  $x$  (单位：天) 变化的散点图如图 1 所示：

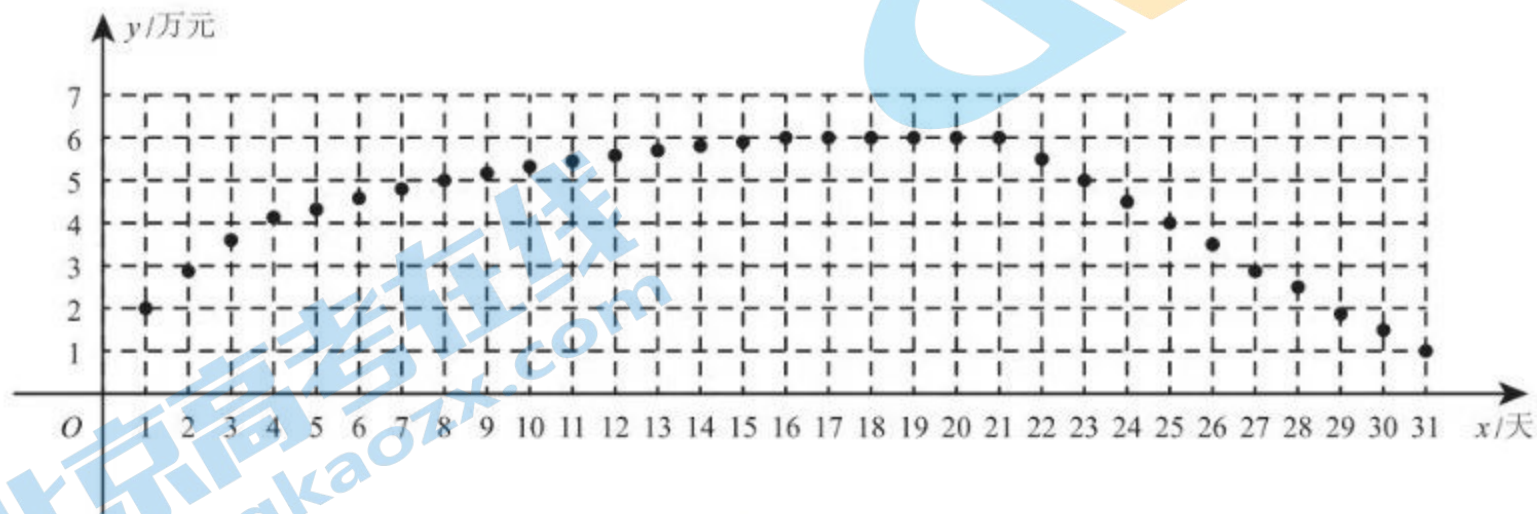


图 1

(I) 根据图 1 中的数据，在这 31 天中，该批产品的日销售额不大于 3 万元的天数是\_\_\_\_\_；

(II) 通过观察图 1，发现散点大致分布在三段不同的函数图象上，如图 2 所示：

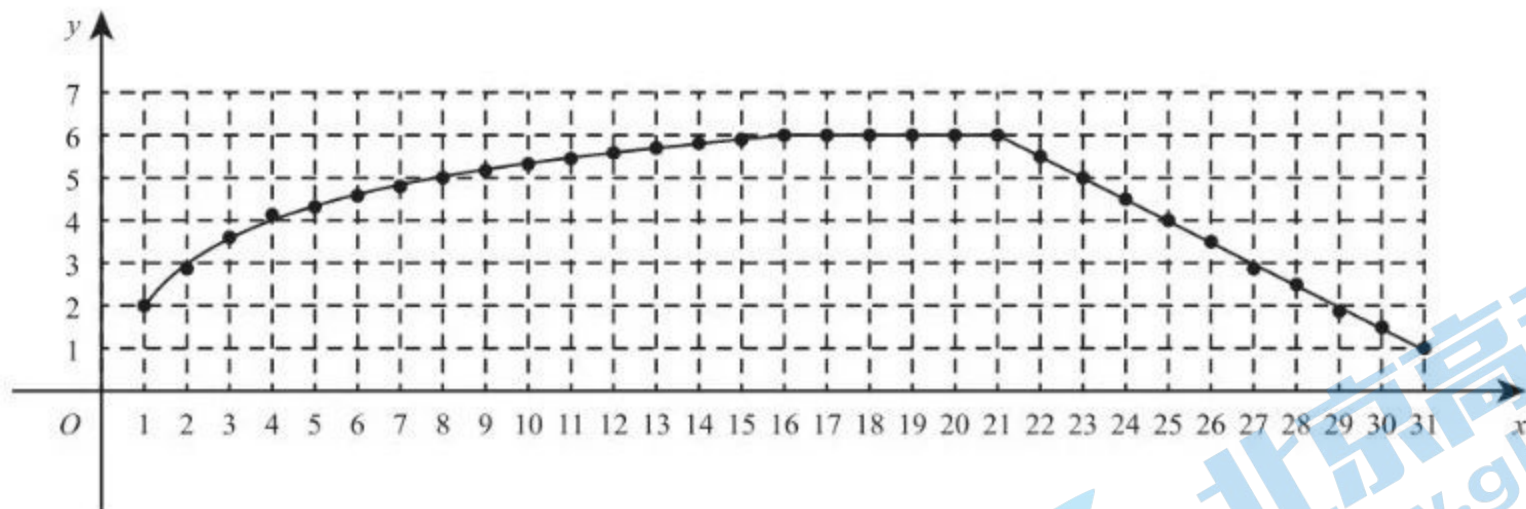


图 2

当  $1 \leq x \leq 16$  时，基本满足函数关系式  $y = \log_a x + b$  ( $a > 1, b \in \mathbf{R}$ )；

当  $16 \leq x \leq 21$  时，基本满足函数关系式  $y = 6$ ；

当  $21 \leq x \leq 31$  时，基本满足函数关系式  $y = kx + m$  ( $k, m \in \mathbf{R}$ )。

根据图 2 中的数据，求  $a, b, k, m$  的值。



第 31 题有 I、II 两组试题，2019 级考生作答第 I 组试题，非 2019 级考生作答第 II 组试题。

第 I 组(2019 级考生作答)

31. (本小题 5 分)

已知  $x > 0$ ，求  $x - 1 + \frac{2}{x}$  的最小值。

甲、乙两位同学的解答过程分别如下：

<p>甲同学的解答：</p> <p>因为 <math>x &gt; 0</math>，</p> <p>所以 <math>x - 1 + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{2}{x}}</math>。</p> <p>上式中等号成立当且仅当 <math>x - 1 = \frac{2}{x}</math>，</p> <p>即 <math>x^2 - x - 2 = 0</math>，</p> <p>解得 <math>x_1 = 2, x_2 = -1</math> (舍)。</p> <p>当 <math>x = 2</math> 时，<math>2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{2}{x}} = 2</math>。</p> <p>所以 当 <math>x = 2</math> 时，<math>x - 1 + \frac{2}{x}</math> 的最小值为 2。</p>	<p>乙同学的解答：</p> <p>因为 <math>x &gt; 0</math>，</p> <p>所以 <math>x - 1 + \frac{2}{x} = x + \frac{2}{x} - 1</math></p> <p><math>\geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} - 1</math></p> <p><math>= 2\sqrt{2} - 1</math>。</p> <p>上式中等号成立当且仅当 <math>x = \frac{2}{x}</math>，</p> <p>即 <math>x^2 = 2</math>，</p> <p>解得 <math>x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}</math> (舍)。</p> <p>所以 当 <math>x = \sqrt{2}</math> 时，<math>x - 1 + \frac{2}{x}</math> 的最小值为 <math>2\sqrt{2} - 1</math>。</p>
---	---

以上两位同学写出的结论一个正确，另一个错误。

请先指出哪位同学的结论错误，然后再指出该同学解答过程中的错误之处，并说明错误的原因。



第 II 组(非 2019 级考生作答)

31. (本小题 5 分)

已知直线  $l: x - y + 1 = 0$  与圆  $C: x^2 + (y - 2)^2 = 4$  交于两点  $A, B$ , 求  $|AB|$ .

某同学的解答过程如下:

解答: 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ .

$$\text{联立方程组} \begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 = 4, \\ x - y + 1 = 0, \end{cases}$$

消去  $y$ , 整理得  $2x^2 - 2x - 3 = 0$ .

此方程根的判别式  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 28 > 0$ .

所以  $x_1 + x_2 = 2, x_1 x_2 = -3$ .

$$\begin{aligned} \text{所以 } |AB| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{4 - 4 \times (-3)} \\ &= 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

所以  $|AB| = 4\sqrt{2}$ .

指出上述解答过程中的错误之处, 并写出正确的解答过程.



机密★启用前

2020年北京市第二次普通高中学业水平合格性考试

数学试卷参考答案

第一部分 (选择题 共81分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
答案	A	C	A	D	C	B	C	D	C
题号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	A	C	C	B	B	A	B	B	C
题号	19	20	21	22					
答案	B	A	D	A					

第 I 组

题号	23	24	25	26	27
答案	D	B	C	A	B

第 II 组

题号	23	24	25	26	27
答案	D	B	C	A	B



第二部分 (解答题 共 19 分)

28. (本小题 5 分)

解: 三角函数的周期性; 函数  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$  的图象;

正弦函数、余弦函数在区间  $[0, 2\pi]$  上的性质; 二倍角的正弦、余弦、正切公式;

参数  $A$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  对函数  $y = A\sin(\omega x + \varphi)$  图象变化的影响.

29. (本小题 5 分)

解: ①A ②B ③A ④B ⑤B

30. (本小题 4 分)

解: (I) 7;

(II) 如图 2, 当  $1 \leq x \leq 16$  时, 函数  $y = \log_a x + b$  的图象过点  $(1, 2)$  和  $(16, 6)$ .

$$\text{代入得} \begin{cases} b = 2, \\ \log_a 16 = 4, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = 2, \\ a = 2. \end{cases}$$

当  $21 \leq x \leq 31$  时, 函数  $y = kx + m$  的图象过点  $(21, 6)$  和  $(31, 1)$ .

$$\text{代入得} \begin{cases} 21k + m = 6, \\ 31k + m = 1, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ m = \frac{33}{2}. \end{cases}$$

$$\text{综上, 解得 } a = 2, b = 2, k = -\frac{1}{2}, m = \frac{33}{2}.$$

第 I 组

31. (本小题 5 分)

解: 甲同学的结论错误.

错误之处及原因是:

“因为  $x > 0$ , 所以  $x - 1 + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{2}{x}}$ .” 处错误.

原因是: 由  $x > 0$ , 不能得出  $x - 1 \geq 0$ , 所以  $\sqrt{(x-1) \cdot \frac{2}{x}}$  不一定有意义.

数学试卷参考答案第 2 页 (共 3 页)



第 II 组

31. (本小题 5 分)

解：“ $x_1 + x_2 = 2$ ， $x_1 x_2 = -3$ ”处错误，参考解答如下：

设  $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 。

$$\text{联立方程组} \begin{cases} x^2 + (y-2)^2 = 4, \\ x - y + 1 = 0, \end{cases}$$

消去  $y$ ，整理得  $2x^2 - 2x - 3 = 0$ 。

此方程根的判别式  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 28 > 0$ 。

所以  $x_1 + x_2 = 1$ ， $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$ 。

$$\begin{aligned} \text{所以 } |AB| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + [(x_2 + 1) - (x_1 + 1)]^2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{(x_2 - x_1)^2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{1^2 - 4 \times (-\frac{3}{2})} \\ &= \sqrt{14}. \end{aligned}$$

所以  $|AB| = \sqrt{14}$ 。

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯