

本试卷共 4 页，100 分。考试时长 90 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $A = \{1, 3, 5\}$ ，则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{2, 4\}$ B. $\{1, 3, 5\}$ C. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D. \emptyset

2. 命题 “ $\forall x \in R$ ，都有 $x^2 + x + 1 > 0$ ” 的否定是 ()

- A. 不存在 $x \in R$ ， $x^2 + x + 1 > 0$ B. $\exists x \in R$ ， $x^2 + x + 1 > 0$
C. $\exists x \in R$ ， $x^2 + x + 1 \leq 0$ D. 对 $\forall x \in R$ ， $x^2 + x + 1 \leq 0$

3. 设集合 $A = \{x \in Z \mid x^2 \leq 4\}$ ， $B = \{1, 2, a\}$ ，且 $A \supseteq B$ ，则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{-2, -1, 0\}$ B. $\{-2, -1\}$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{-2, -1, 1\}$

4. 对于实数 x ，“ $x < 0$ ” 是 “ $x < 1$ ” 的 () 条件

- A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分也不必要

5. 如果一元二次方程 $2x^2 + px + q = 0$ 的解集为 $\{-1, 2\}$ ，那么二次三项式 $2x^2 + px + q$ 可分解为 ()

- A. $(x+1)(x-2)$ B. $(2x+1)(x-2)$ C. $(x-1)(x+2)$ D. $2(x+1)(x-2)$

6. 2019 年文汇高中学生运动会，某班 62 名学生中有一半的学生没有参加比赛，参加比赛的学生中，参加田赛的有 16 人，参加径赛的有 23 人，则田赛和径赛都参加的学生人数为 ()

- A. 7 B. 8 C. 10 D. 12

7. 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in Z\right\}$ ， $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in Z\right\}$ ，则 ()

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $N \subseteq M$ D. $M \cap N = \emptyset$

8. 用 $d(A)$ 表示集合 A 中的元素个数, 若集合 $A = \{x | (x^2 - ax)(x^2 - ax + 1) = 0\}$, $B = \{0, 1\}$, 且 $|d(A) - d(B)| = 1$. 设实数 a 的所有可能取值构成集合 M , 则 $d(M) =$ ()

- A.3 B.2 C.1 D.4

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

9. 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{2, 3, 7\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{1, 8\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 6\}$, 则集合 $A =$ _____, $B =$ _____.

10. 集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 1 = 0\}$, 若集合 A 中只含有一个元素, 则 a 值为 _____; 若 A 的真子集个数是 3 个, 则 a 的取值范围是 _____.

11. 二元二次方程 $x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$ 可以化成两个一次方程, 那么这两个一次方程分别是 _____, _____.

12. 已知一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根分别是 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____; $|x_1 - x_2| =$ _____.

13. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长, 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{b}x + c - \frac{1}{2}a = 0$ 的解集中只有一个元素, 方程 $3cx + 2b = 2a$ 的根为 $x = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____, 若 a, b 为方程 $x^2 + mx - 3m = 0$ 的两个实数根, 则实数 m 的值为 _____.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 48 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

14. (本小题满分 9 分) 已知 $U = R$, 且 $A = \{x | -4 < x < 4\}$, $B = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 求: (I) $A \cap B$; (II) $A \cup B$; (III) $(\complement_U A) \cap B$.

15. (本小题满分 12 分)

设集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 非空集合 $B = \{x \mid x^2 + (a-1)x + a^2 - 5 = 0\}$.

(I) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;

(II) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

16. (本小题满分 9 分) 已知 $p: -2 \leq x \leq 10$, $q: 1-m \leq x \leq 1+m$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

17. (本小题满分 10 分) 已知命题 $p: \exists x \in R$, 使 $mx^2 - 4x + 2 = 0$ 为假命题.

(I) 求实数 m 的取值集合 B ;

(II) 设 $A = \{x | 3a < x < a + 2\}$ 为非空集合, 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 8 分) 以某些整数为元素的集合 P 具有以下两个性质:

(1) P 中的元素有正整数, 也有负整数; (2) 若 $x, y \in P$, 则 $x + y \in P$.

(I) 若 $x \in P$, 求证: $3x \in P$;

(II) 求证: $0 \in P$;

(III) 判断集合 P 是有限集还是无限集? 请说明理由.

本试卷共 4 页，100 分。考试时长 90 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $A = \{1, 3, 5\}$ ，则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{2, 4\}$ B. $\{1, 3, 5\}$ C. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D. \emptyset

答案：A

2. 命题“ $\forall x \in R$ ，都有 $x^2 + x + 1 > 0$ ”的否定是 ()

- A. 不存在 $x \in R$ ， $x^2 + x + 1 > 0$ B. $\exists x \in R$ ， $x^2 + x + 1 > 0$
C. $\exists x \in R$ ， $x^2 + x + 1 \leq 0$ D. 对 $\forall x \in R$ ， $x^2 + x + 1 \leq 0$

答案：C

3. 设集合 $A = \{x \in Z \mid x^2 \leq 4\}$ ， $B = \{1, 2, a\}$ ，且 $A \supseteq B$ ，则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{-2, -1, 0\}$ B. $\{-2, -1\}$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{-2, -1, 1\}$

答案：A

4. 对于实数 x ，“ $x < 0$ ”是“ $x < 1$ ”的 () 条件

- A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分也不必要

答案：A

5. 如果一元二次方程 $2x^2 + px + q = 0$ 的解集为 $\{-1, 2\}$ ，那么二次三项式

$2x^2 + px + q$ 可分解为 ()

- A. $(x+1)(x-2)$ B. $(2x+1)(x-2)$ C. $(x-1)(x+2)$ D. $2(x+1)(x-2)$

答案: D

6. 2019 年文汇高中学生运动会，某班 62 名学生中有一半的学生没有参加比赛，参加比赛的学生中，参加田赛的有 16 人，参加径赛的有 23 人，则田赛和径赛都参加的学生人数为 ()

- A. 7 B. 8 C. 10 D. 12

解析: 令只参加田赛 a 人，只参加径赛 b 人，田赛和径赛都参加 c 人，

$$\text{则} \begin{cases} a+b+c=31 \\ a+c=16 \\ b+c=23 \end{cases}, \text{解得 } c=8.$$

答案: B.

7. 设集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in Z \right\}$ ， $N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in Z \right\}$ ，则 ()

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $N \subseteq M$ D. $M \cap N = \emptyset$

解析: 列一列即可。

$$M = \left\{ \dots, -\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots \right\}, N = \left\{ \dots, -\frac{5}{4}, -1, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \dots \right\}.$$

答案: B.

8. 用 $d(A)$ 表示集合 A 中的元素个数，若集合 $A = \{x \mid (x^2 - ax)(x^2 - ax + 1) = 0\}$ ，

$B = \{0, 1\}$ ，且 $|d(A) - d(B)| = 1$. 设实数 a 的所有可能取值构成集合 M ，则 $d(M) =$ ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

解析: $d(B)=2$, 故 $d(A)=1$ 或 $d(A)=3$.

当 $d(A)=1$, $(x^2 - ax)(x^2 - ax + 1) = 0$ 只有一个解, 此时 $a=0$;

当 $d(A)=3$, 此时 $a \neq 0$, 故 $\Delta = (-a)^2 - 4 = 0$, 此时 $a = \pm 2$.

故 $M = \{-2, 0, 2\}$.

答案: A

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

9. 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{2, 3, 7\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{1, 8\}$,

$(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{4, 6\}$, 则集合 $A =$ _____, $B =$ _____.

解析: 2, 3, 7 在 B 里不在 A 里, 1, 8 在 A 里不在 B 里, 4, 6 不在 A 里不在 B 里,

至于 5 和 9, 得既在 A 里又在 B 里, 否则会出现矛盾.

答案: $\{1, 5, 8, 9\}, \{2, 3, 5, 7, 9\}$.

10. 集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 1 = 0\}$, 若集合 A 中只含有一个元素, 则 a 值为 _____; 若 A 的真子集个数是 3 个, 则 a 的取值范围是 _____.

解析: 当 $a=0$ 时一次函数, 符合题意; 当 $a \neq 0$ 时, $\Delta = 9 - 4a = 0$, $a = \frac{9}{4}$.

当 $a \neq 0$, 且 $\Delta = 9 - 4a > 0$, 即 $a < \frac{9}{4}$.

答案: 0 或 $\frac{9}{4}$; $\left\{a \mid a < \frac{9}{4} \text{ 且 } a \neq 0\right\}$

11. 二元二次方程 $x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$ 可以化成两个一次方程, 那么这两个一次方程分别是 _____, _____.

解析: $x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 32y^2}}{2}$, $x_1 = 4y$, $x_2 = -2y$, 故 $x^2 - 2xy - 8y^2 = (x - 4y) \cdot (x + 2y) = 0$.

答案: $x - 4y = 0$, $x + 2y = 0$

12. 已知一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根分别是 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____;

$|x_1 - x_2| =$ _____.

解析: 由韦达定理,
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{3}{1} = -3 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases} \quad |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{13}.$$

答案: $-3; \sqrt{13}$.

13. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长, 关于 x 的方程 $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{b}x + c - \frac{1}{2}a = 0$ 的解

集中只有一个元素, 方程 $3cx + 2b = 2a$ 的根为 $x = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____,

若 a, b 为方程 $x^2 + mx - 3m = 0$ 的两个实数根, 则实数 m 的值为 _____.

解析: $\Delta = (\sqrt{b})^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times (c - \frac{1}{2}a) = b - 2c + a = 0$, $b = a$, $c = \frac{a+b}{2} = \frac{2a}{2} = a$, 故 $a = b = c$;

$\Delta = m^2 + 12m = m(m + 12) = 0$, 解得 $m_1 = 0$ (舍), $m_2 = -12$.

答案: 等边三角形; -12

三、解答题：本大题共 5 小题，共 48 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

14. (本小题满分 9 分) 已知 $U = R$ ，且 $A = \{x | -4 < x < 4\}$ ， $B = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ，

求：(I) $A \cap B$ ；(II) $A \cup B$ ；(III) $(\complement_U A) \cap B$ 。

答案：(I) $A \cap B = \{x | -4 < x \leq 1 \text{ 或 } 3 \leq x < 4\}$ ，

(II) $A \cup B = R$ ；

(III) $\therefore (\complement_U A) \cap B = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 4\}$

15. (本小题满分 12 分)

设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ，非空集合 $B = \{x | x^2 + (a-1)x + a^2 - 5 = 0\}$ 。

(I) 若 $A \cap B = \{2\}$ ，求实数 a 的值；

(II) 若 $A \cup B = A$ ，求实数 a 的取值范围。

解析：(1) 由题意得 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$ $\because A \cap B = \{2\}$ ， $\therefore 2 \in B$

$\therefore 2^2 + (a-1) \times 2 + a^2 - 5 = 0$ ，即 $4 + 2a - 2 + a^2 - 5 = 0$

化简得： $a^2 + 2a - 3 = 0$ ，所以 $(a+3)(a-1) = 0$ ，解得： $a = -3$ 或 $a = 1$ 。

检验：当 $a = -3$ 时， $B = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\}$ ，满足 $A \cap B = \{2\}$ ，

当 $a = 1$ 时， $B = \{x | x^2 - 4 = 0\} = \{-2, 2\}$ ，满足 $A \cap B = \{2\}$ ， $\therefore a = -3$ 或 $a = 1$ ；——5 分

(2) $\because A \cup B = A$ ，故 $B \subseteq A$ ——6 分

当 B 为单元素集，则 $\Delta = 0$ ，即 $(a-1)^2 - 4(a^2 - 5) = 0$ ，得 $a = \frac{7}{3}$ 或 $a = -3$

当 $a = \frac{7}{3}$ 时， $B = \left\{ -\frac{2}{3} \right\} \not\subseteq A$ ，舍；当 $a = -3$ 时， $B = \{2\} \subseteq A$ 符合，——9 分

③当 B 为双元素集，则 $B = A = \{1, 2\}$ 则有 $\begin{cases} 1+2 = 1-a \\ 1 \times 2 = a^2 - 5 \end{cases}$ 无解，——11 分

综上所述，实数 a 的取值范围为 $\{-3, 1\}$ (微信号:bjgkzx) 12 分 获取更多试题资料及排名分析信息。

16. (本小题满分 9 分) 已知 $p: -2 \leq x \leq 10$, $q: 1-m \leq x \leq 1+m$, 若 q 是 p 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

解析: $\because q$ 是 p 的必要不充分条件, 即 p 对应的集合是 q 对应集合的真子集,

即 $\begin{cases} 1+m \geq 10 \\ 1-m \leq -2 \end{cases}$ ——2 分

$\begin{cases} 1+m \geq 10 \\ 1-m \leq -2 \end{cases}$ ——6 分

即 $\begin{cases} m \geq 9 \\ m \geq 3 \end{cases}, \therefore m \geq 9$ ——8 分

\therefore 实数 m 的取值范围为 $[9, +\infty)$ ——9 分

17. (本小题满分 10 分) 已知命题 $p: \exists x \in R$, 使 $mx^2 - 4x + 2 = 0$ 为假命题.

(I) 求实数 m 的取值集合 B ;

(II) 设 $A = \{x | 3a < x < a+2\}$ 为非空集合, 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

解析: (1) $\exists x \in R$, 使 $mx^2 - 4x + 2 = 0$ 为假命题, 则 $\forall x \in R$, $mx^2 - 4x + 2 \neq 0$ 为真命题, 即关于 x 的方程 $mx^2 - 4x + 2 = 0$ 无解, ——2 分

当 $m = 0$ 时, 方程有解 $x = \frac{1}{2}$, 故不成立, ——3 分

当 $m \neq 0$ 时, $\Delta = 16 - 8m < 0$, 解得 $m > 2$, ——5 分

所以实数 m 的取值集合 $B = \{m | m > 2\}$.

(2) $A = \{x | 3a < x < a+2\}$ 为非空集合, 则 $a+2 > 3a$, 解得 $a < 1$, ——6 分

因为 $x \in A$ 是 $x \in B$ 成立的充分不必要条件, 所以 A 是 B 的真子集,

则 $\begin{cases} a < 1 \\ 3a > 2 \end{cases}$, 解得 $\frac{2}{3} \leq a < 1$, ——10 分

故 a 的取值范围为 $\left\{a \mid \frac{2}{3} \leq a < 1\right\}$.

18. (本小题满分 8 分) 以某些整数为元素的集合 P 具有以下两个性质:

(1) P 中的元素有正整数, 也有负整数; (2) 若 $x, y \in P$, 则 $x+y \in P$.

(I) 若 $x \in P$, 求证: $3x \in P$;

(II) 求证: $0 \in P$;

(III) 判断集合 P 是有限集还是无限集? 请说明理由.

解析: (I) 证明: 由 (2) 若 $x, y \in P$, 则 $x+y \in P$ 可得:

若 $x \in P$, 则 $x+x=2x \in P$, $x+2x=3x \in P$;

——2 分

(II) 证明: 由 (1), 可设 $x, y \in P$, 且 $x > 0$, $y < 0$, 即 x 为正整数, $-y$ 为正整数, 由 (2) 可知: x 个 y 相加属于集合 P , 即 $xy \in P$, 同理, $-y$ 个 x 相加

属于集合 P , 即 $-yx \in P$, 所以 $0 = -yx + xy \in P$;

——5 分

(III) 判断: 集合 P 为无限集.

——6 分

假设集合 P 为有限集, 则集合 P 中必最大值, 且最大值为正数, 不妨设最大值为 m , 由 (2) 若 $x, y \in P$, 则 $x+y \in P$ 可得: $2m \in P$ 与集合 P 的最大值为 m 矛盾, 所以集合 P 为无限集.

——8 分

——8 分