

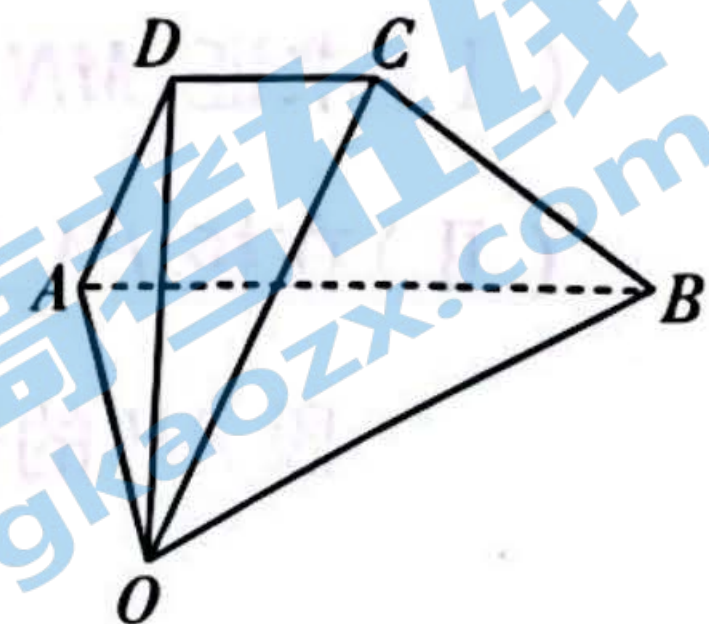
数 学

考生注意:

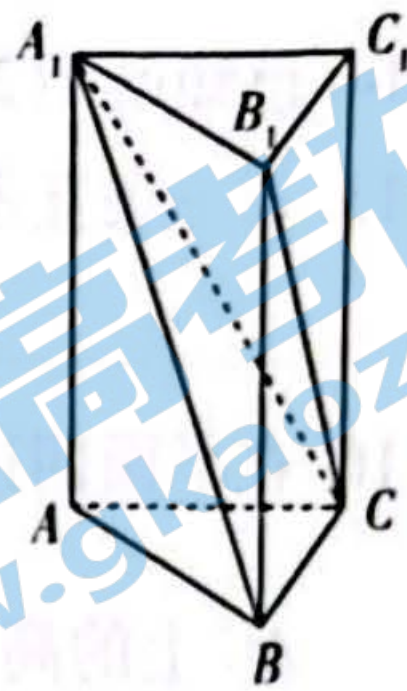
1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 经过点 $(2, -1)$ 且与直线 $3x + y - 2 = 0$ 平行的直线方程为
 A. $3x - y - 7 = 0$ B. $3x + y - 5 = 0$ C. $3x + y + 5 = 0$ D. $3x - y + 7 = 0$
2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则直线 $x + (a^2 + \sqrt{3})y + 1 = 0$ 的倾斜角的取值范围是
 A. $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}]$ B. $[\frac{5\pi}{6}, \pi)$ C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ D. $[\frac{2\pi}{3}, \pi)$
3. 如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $AB = 3CD$, 点 O 为空间内任意一点, 设 $\vec{OA} = \mathbf{a}$, $\vec{OB} = \mathbf{b}$, $\vec{OC} = \mathbf{c}$, 则向量 $\vec{OD} =$
 A. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} - 3\mathbf{c}$
 C. $-\frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b} + \mathbf{c}$ D. $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b} + \mathbf{c}$
4. 若直线 $ax + 2y = 0$ 与直线 $x + (a + 1)y + (a^2 - 1) = 0$ 平行, 则 a 的值是
 A. 1 或 -2 B. -1 C. -2 D. 2 或 -1
5. 已知点 $A(1, 2, 3)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 1)$, 则下列向量是平面 ABC 的法向量的是
 A. $(-1, 3, -1)$ B. $(1, -3, -1)$
 C. $(1, 3, 1)$ D. $(-1, 3, 1)$
6. 已知点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 2, 2)$, $B(2, 1, 1)$, $P(1, 0, 2)$, 点 Q 在直线 OP 上运动, 当 $\vec{QA} \cdot \vec{QB}$ 取得最小值时, 点 Q 的坐标是
 A. $(\frac{9}{10}, 0, \frac{9}{5})$ B. $(-\frac{9}{10}, 0, -\frac{9}{5})$
 C. $(\frac{5}{3}, 0, \frac{10}{3})$ D. $(-\frac{5}{3}, 0, -\frac{10}{3})$



7. 在我国古代的数学名著《九章算术》中, 堑堵指底面为直角三角形, 且侧棱垂直于底面的三棱柱, 鳖臑指的是四个面均为直角三角形的三棱锥. 如图, 在堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2$, $AA_1 = 4$, 当鳖臑 A_1-ABC 的体积最大时, 直线 B_1C 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值为



A. $\frac{\sqrt{34}}{6}$

B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A(1, 1)$, $B(-3, -5)$. 若直线 $m: 2x + y + 6 = 0$ 为 $\angle ACB$ 的平分线, 则直线 AC 的方程为

A. $x - 2y + 1 = 0$

B. $6x + 7y - 13 = 0$

C. $2x + 3y - 5 = 0$

D. $x = 1$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知平面 α 内有一点 $M(1, -1, 1)$, 平面 α 的一个法向量为 $n = (4, -1, 0)$, 则下列点中不在平面 α 内的是

A. $A(2, 3, 2)$

B. $B(-2, 0, 1)$

C. $C(-4, 4, 0)$

D. $D(3, -3, 4)$

10. 已知点 $A(1, 3)$, $B(-5, 1)$ 到直线 l 的距离相等, 则直线 l 的方程可以是

A. $x - 3y - 8 = 0$

B. $3x + y + 4 = 0$

C. $3x - y + 6 = 0$

D. $2x + y + 2 = 0$

11. 下列结论中正确的是

A. 若直线 l 的方向向量为 $a = (0, 1, 2)$, 直线 m 的方向向量为 $b = (2, 2, -1)$, 则 $l \perp m$

B. 若直线 l 的方向向量为 $k = (-1, 1, 2)$, 平面 α 的法向量为 $n = (2, 2, 0)$, 则 $l \parallel \alpha$

C. 若两个不同平面 α, β 的法向量分别为 $n_1 = (4, -2, 1)$, $n_2 = (-2, 1, -\frac{1}{2})$, 则 $\alpha \parallel \beta$

D. 若平面 α 经过三点 $A(1, -1, -1)$, $B(0, 1, -1)$, $C(-1, 2, 0)$, 向量 $c = (s, u, t)$ 是平面 α 的法向量, 则 $u = -t$

12. 已知动直线 $l: (a-2)x + ay + 4 = 0 (a \in \mathbf{R})$, $l': ax - (a-2)y = 0$, 则下列结论中正确的是

A. 直线 l' 恒过第四象限

B. 直线 l 可以表示过点 $(2, -2)$ 的所有直线

C. 原点到直线 l 的距离的取值范围是 $(0, 2\sqrt{2}]$

D. 若 l 与 l' 交于点 $P, A(2, -2), O(0, 0)$, 则 $|\vec{PA}| + |\vec{PO}|$ 的取值范围是 $[2\sqrt{2}, 4]$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知点 P 在直线 $2x + y - 3 = 0$ 上, 且位于第一象限, 若 P 点到直线 $x - 2y - 4 = 0$ 的距离为 $\sqrt{5}$, 则 P 点的坐标为 _____.

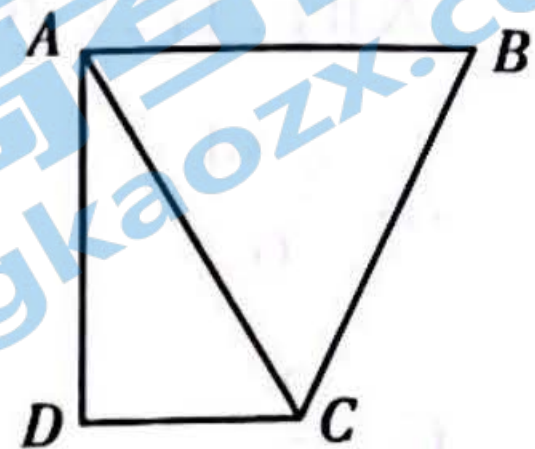
14. 已知点 $A(2, -1, 1), B(3, -2, 1), C(0, 1, -1)$, 则 \vec{AB} 在 \vec{AC} 上的投影向量的模为 _____.

15. 若三条互不重合的直线 $y = -x, 4x + y = 3, mx + y + m - 1 = 0$ 不能围成三角形, 则 $m =$ _____.

16. 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp CD, CD = 1, AD = \sqrt{5}$, 等腰三角形 ABC 的底边

AC 上的高为 $\frac{\sqrt{30}}{2}$, 沿直线 AC 将 $\triangle ACD$ 向上翻折 α 角至 $\triangle ACD'$, 若 $\cos \alpha \in$

$(0, 1)$, 则直线 AC 与 BD' 所成角的余弦值的取值范围是 _____.



四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知直线 l 经过直线 $l_1: 3x + 4y - 11 = 0, l_2: 2x + 3y - 8 = 0$ 的交点 M .

(I) 若直线 l 经过点 $P(3, 1)$, 求直线 l 的方程;

(II) 若直线 l 与直线 $3x + 2y + 5 = 0$ 垂直, 求直线 l 的方程.

18. (12 分)

已知直线 $l_1: (m + 2)x + my - 6 = 0$ 和直线 $l_2: mx + y - 3 = 0$, 其中 m 为实数.

(I) 若 $l_1 \perp l_2$, 求 m 的值;

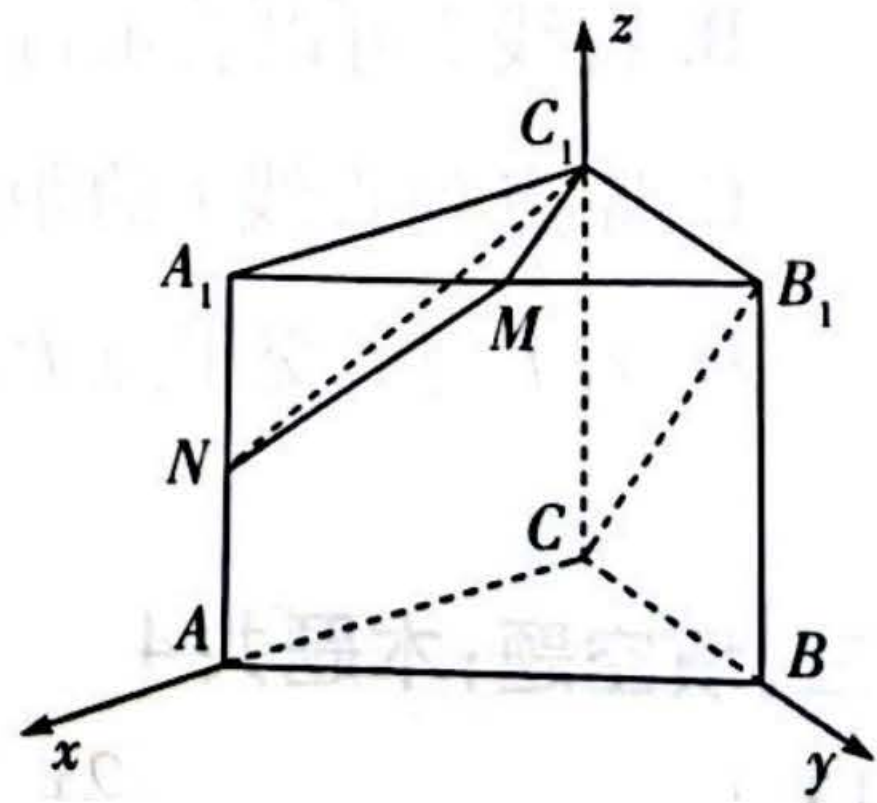
(II) 若点 $P(1, 2m)$ 在直线 l_2 上, 直线 l 过 P 点, 且在 x 轴上的截距是在 y 轴上的截距的 2 倍, 求直线 l 的方程.

19. (12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CA = 2CB = 2, \angle BCA = 90^\circ, AA_1 = 2, M, N$ 分别为 A_1B_1, A_1A 的中点. 以 C 为坐标原点, 直线 CA, CB, CC_1 分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴建立空间直角坐标系 $C - xyz$.

(I) 设平面 C_1MN 的法向量为 $m = (x, y, 2)$, 求 x, y 的值;

(II) 求异面直线 MN 与 B_1C 所成角的余弦值.



20. (12分)

已知直线 $l: y = kx + k - 1$.

(I) 求证: 直线 l 过定点;

(II) 若当 $-4 < x < 4$ 时, 直线 l 上的点都在 x 轴下方, 求 k 的取值范围;

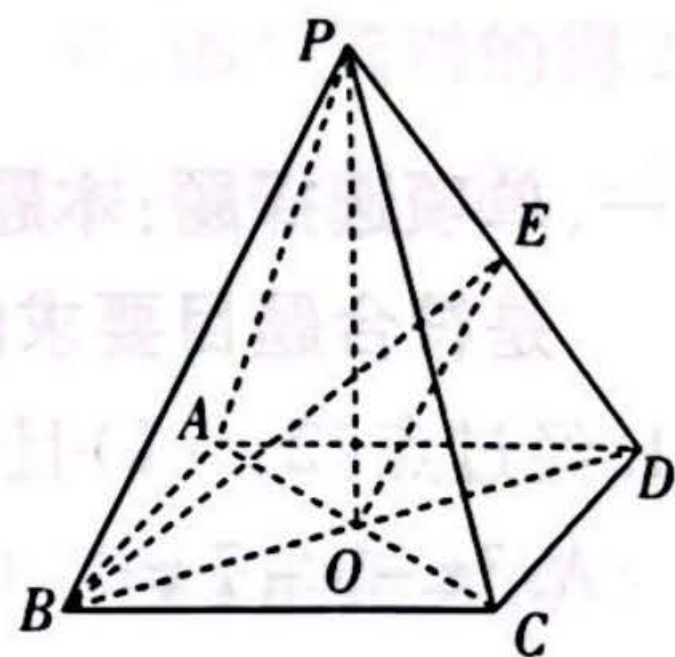
(III) 若直线 l 与 x 轴、 y 轴形成的三角形面积为 1, 求直线 l 的方程.

21. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, O 为线段 AC 与 BD 的交点, $PO \perp$ 平面 $ABCD$, $PO = 3$, $BE \perp PD$ 于点 E .

(I) 证明: $OE \parallel$ 平面 PAB ;

(II) 求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值.



22. (12分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, AB, AC, AP 两两互相垂直, D, E, N 分别为棱 PA, PC, BC 的中点, M 是线段 AD 的中点, 且 $PA = AC, PC = 4\sqrt{2}, BC = 2\sqrt{5}$.

(I) 求证: $MN \parallel$ 平面 BDE .

(II) 在棱 PA 上是否存在一点 H , 使得直线 NH 与平面 BDE 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$? 若存在, 求线段 AH 的长; 若不存在, 请说明理由.

