2018 北京临川学校高一（上）期末

数　　学

（满分 150 分，考试时间 120 分钟）　2018.1

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知全集 U={1，2，3，4，5，6}，M={2，3，5}，N={4，5}，则集合{1，6}=（C　　）

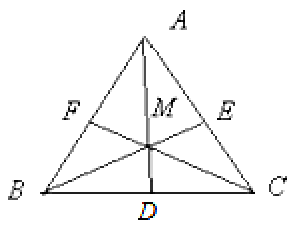
A. $M\cup N$　　B. $M\cap N$

C. $\complement_U(M\cup N)$　　D. $\complement_U(M\cap N)$

2. 已知角 θ 为第二象限角，则点 M（sinθ，cosθ）位于哪个象限（　D ）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限



3. 如图，点 M 是 $\triangle ABC$ 的重心，则 $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=$（　　）

A. $\vec{0}$　　B. $4\overrightarrow{ME}$

C. $4\overrightarrow{MD}$　　D. $4\overrightarrow{MF}$

4. 下列向量中不是单位向量的是（B ）

A. （－1，0）　　B. （1，1）

C. （cosa，sina）　　D. $\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$（$|\vec{a}|\neq 0$）

5. 已知向量 $\vec{a}$=（－1，2），$\vec{b}$=（2，m），若 $\vec{a}\parallel\vec{b}$，则 m=（A　　）

A. －4　　B. 4　　C. －1　　D. 1

6. 已知点 A（0，1），B（3，2），C（a，0），若 A，B，C 三点共线，则 a=（　D）

A. $\frac{1}{2}$　　B. -1　　C. -2　　D. -3

7. 设 $x\in$R，向量 $\vec{a}$=（3，x），$\vec{b}$=（－1，1），若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则|$\vec{a}$|=（　　C）

A. 6　　B. 4　　C. $3\sqrt{2}$　　D. 3

8. 在下列函数中，同时满足：①是奇函数，②以 π 为周期的是（　　）

A. y=sinx　　B. y=cosx　　C. y=tanx　　D. y=tan2x

9. 函数 $y=5\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ 的图象，经过下列哪个平移变换，可以得到函数 $y=5\sin 2x$ 的图象？（　　C）

A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$　　B. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$　　C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$　　D. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$

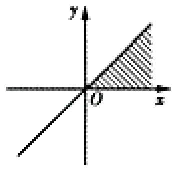
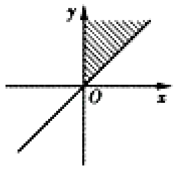
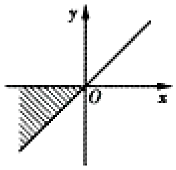
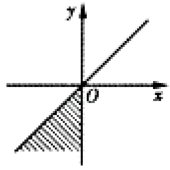
10. 计算 $\sin\frac{7\pi}{6}$ =（B　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 与 - 60° 角的终边相同的角是（　A ）

A. 300°　　B. 240°　　C. 120°　　D. 60°

12. 已知集合 $\{\alpha\ |2k\pi+\frac{\pi}{4}\leqslant\alpha\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\in Z\}$，则角 α 终边落在阴影处（包括边界）的区域是（　B ）

A. 　B. 　C. 　D. 

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卡的横线上．

13. 比较大小：sin1_>__cos1　（用“＞”，“＜”或“＝”连接）．

14. 已知向量 $\vec{a}$=（1，1），$\vec{b}$=（2，0），则向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角的余弦值为_ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ _______．

15. 已知函数 $f(x)=\cos x$（$x\in[0,2\pi]$）与函数 $g(x)=\tan x$ 的图象交于 M，N 两点，

则 $|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}|$=___π _____．

16. 定义：如果函数 $y=f(x)$ 在定义域内给定区间 $[a,b]$ 上存在 x_0（$a<x_0<b$），

满足 $f(x_0)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$，则称函数 $y=f(x)$ 是 $[a,b]$ 上的“平均值函数”，x_0 是它的一个均值点．

例如 $y=|x|$ 是 $[-2,2]$ 上的平均值函数，0 就是它的均值点．若函数 $f(x)=x^2-mx-1$ 是 $[-1,1]$ 上的“平均值函数”，则实数 m 的取值范围是_（0，2） _______．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. （本小题满分 12 分）　已知函数 $f(x)=\lg(1+x)+\lg(1-x)$．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的定义域；

（Ⅱ）判断函数 $f(x)$ 的奇偶性．

18. （本小题满分 12 分）已知集合

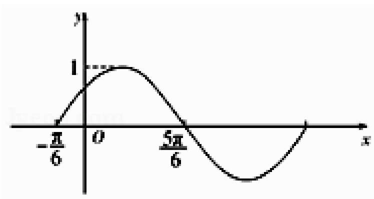
$A=\{x|2\sin x-1>0,\ 0<x<2\pi\},\ B=\{x|2^{x^2-x}>4\}$

（Ⅰ）求集合 A 和 B;

（Ⅱ）求 $A\cap B$.

19. （本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象如图所示，



其中 $A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，求函数 $f(x)$ 的解析式．

20. （本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间与对称轴方程；

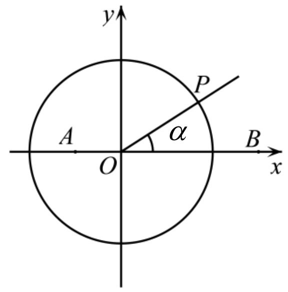
（Ⅱ）当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，求 $f(x)$ 的最大值与最小值.

21.（本小题满分 12 分）

如图，在平面直角坐标系中，点 $A(-\frac{1}{2},0)$，$B(\frac{3}{2},0)$，锐角 α 的终边与单位圆 O 交于点 P.

（Ⅰ）用角 α 的三角函数表示点 P 的坐标；

（Ⅱ）当 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=-\frac{1}{4}$ 时，求 α 的值.



解：（Ⅰ）$P(\cos\alpha,\sin\alpha)$. ……………………………2 分

（Ⅱ）$\overrightarrow{AP}=(\cos\alpha+\frac{1}{2},\sin\alpha)$，$\overrightarrow{BP}=(\cos\alpha-\frac{3}{2},\sin\alpha)$

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=(\cos\alpha+\frac{1}{2})(\cos\alpha-\frac{3}{2})+\sin^2\alpha$,

$=\cos^2\alpha-\cos\alpha-\frac{3}{4}+\sin^2\alpha$

$=\frac{1}{4}-\cos\alpha$

因为 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=-\frac{1}{4}$，所以 $\frac{1}{4}-\cos\alpha=-\frac{1}{4}$，即 $\cos\alpha=\frac{1}{2}$,

因为 α 为锐角，所以 $\alpha=\frac{\pi}{3}$. …………………6 分

(III) 法一：

设 $M(m,0)$,

则 $|\overrightarrow{AP}|^2=(\cos\alpha+\frac{1}{2})^2+\sin^2\alpha=1+\cos\alpha+\frac{1}{4}=\cos\alpha+\frac{5}{4}$,

$|\overrightarrow{MP}|^2=(\cos\alpha-m)^2+\sin^2\alpha=1-2m\cos\alpha+m^2$,

因为 $|\overrightarrow{AP}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AP}|$，所以 $\cos\alpha+\frac{5}{4}=\frac{1}{4}(1-2m\cos\alpha+m^2)$,

所以 $(1+\frac{m}{2})\cos\alpha+(1-\frac{m^2}{4})=0$ 对任意 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$ 成立，

所以 $\begin{cases}1+\frac{m}{2}=0\\ 1-\frac{m^2}{4}=0\end{cases}$， 所以 $m=-2$.

M 点的横坐标为 -2. ············10 分

法二：设 $M(m,0)$，

则 $|\overrightarrow{AP}|^2=(\cos\alpha+\frac{1}{2})^2+\sin^2\alpha=1+\cos\alpha+\frac{1}{4}=\cos\alpha+\frac{5}{4}$，

$|\overrightarrow{MP}|^2=(\cos\alpha-m)^2+\sin^2\alpha=1-2m\cos\alpha+m^2$，

因为 $|\overrightarrow{AP}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AP}|$，

所以 $\cos\alpha+\frac{5}{4}=\frac{1}{4}(1-2m\cos\alpha+m^2)$， 即 $m^2-2m\cos\alpha-4\cos\alpha-4=0$，

$(m+2)[(m-2)-2\cos\alpha]=0$，

因为 α 可以为任意的锐角，$(m-2)-2\cos\alpha=0$ 不能总成立，

所以 $m+2=0$，即 $m=-2$，M 点的横坐标为 -2. ············10 分

22. （本小题满分 10 分）

如果 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，使得对任意的 $x\in\mathbf{R}$，均有 $f(-x)\neq-f(x)$，则称该函数 $y=f(x)$ 是“X－函数”.

（Ⅰ）分别判断下列函数：① $y=2^x$；② $y=x+1$；③ $y=x^2+2x-3$ 是否为“X－函数”？（直接写出结论）

（Ⅱ）若函数 $y=\sin x+\cos x+a$ 是“X－函数”，求实数 a 的取值范围；

（Ⅲ）已知 $f(x)=\begin{cases}x^2+1,x\in A\\ x\quad ,x\in B\end{cases}$ 是“X－函数”，且在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，求所有可能的集合 A 与 B.

解:

（Ⅰ）①、②是“X－函数”，③不是“X－函数”. ------------------2 分

（说明:判断正确一个或两个函数给 1 分）

（Ⅱ）由题意，对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$f(-x)\neq-f(x)$，即 $f(-x)+f(x)\neq0$.

因为 $f(x)=\sin x+\cos x+a$， 所以 $f(-x)=-\sin x+\cos x+a$.

故 $f(x)+f(-x)=2\cos x+2a$.

由题意，对任意的 $x\in \mathbf{R}$， $2\cos x+2a\neq 0$，即 $a\neq -\cos x$. ---------------------4 分

故实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$. ---------------------------5 分

（III）（1）对任意的 $x\neq 0$

（a）若 $x\in A$ 且 $-x\in A$，则 $-x\neq x$， $f(-x)=f(x)$，

这与 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增矛盾，（舍），

（b）若 $x\in B$ 且 $-x\in B$，则 $f(-x)=-x=-f(x)$，

这与 $y=f(x)$ 是 " X – 函数" 矛盾，（舍）.

此时，由 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，故对任意的 $x\neq 0$， x 与 $-x$ 恰有一个属于 A，另一个属于 B.

（2） 假设存在 $x_0<0$，使得 $x_0\in A$，则由 $x_0<\frac{x_0}{2}$，故 $f(x_0)<f\left(\frac{x_0}{2}\right)$.

（a）若 $\frac{x_0}{2}\in A$，则 $f(\frac{x_0}{2})=\frac{x_0^2}{4}+1<x_0^2+1=f(x_0)$，矛盾，

（b）若 $\frac{x_0}{2}\in B$，则 $f(\frac{x_0}{2})=\frac{x_0}{2}<0<x_0^2+1=f(x_0)$，矛盾.

综上，对任意的 $x<0$， $x\notin A$，故 $x\in B$，即 $(-\infty,0)\subseteq B$，则 $(0,+\infty)\subseteq A$.

（3）假设 $0\in B$，则 $f(-0)=-f(0)=0$，矛盾. 故 $0\in A$

故 $A=[0,+\infty)$， $B=(-\infty,0)$. 经检验 $A=[0,+\infty)$， $B=(-\infty,0)$. 符合题意

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao