秘密 ★ 启用前 【考试时间：2023 年 10 月 31 日 15:00—17:00】

绵阳市高中 2021 级第一次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{x|x<0\}$，集合 $B=\{x|x^2>1\}$，则 $A\cap B=$

A．$(-1，0)$　　B．$(-\infty，-1)$　　C．$(1，+\infty)$　　D．$(-1，1)$

2．如果 x，y 是实数，那么“$\sin x=\cos y$”是“$x+y=\frac{\pi}{2}$”的（　）

A．充分必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分不必要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知平面向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 45°，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，且$|\boldsymbol{a}|=2$，则$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=$

A．$-2\sqrt{2}$　　B．-2　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

4．已知 $a>b>0$，则下列关系式正确的是

A．若 $c>0$，则 $a^c>b^c$　　B．若 $c>0$，则 $\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$

C．若 $c>0$ 且 $c\neq1$，则 $c^a>c^b$　　D．若 $c<0$，则$|ac|<|bc|$

5．已知 $5^a=10^b$，则 $\frac{b}{a}=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．2　　C．$\log_5 10$　　D．$1-\lg 2$

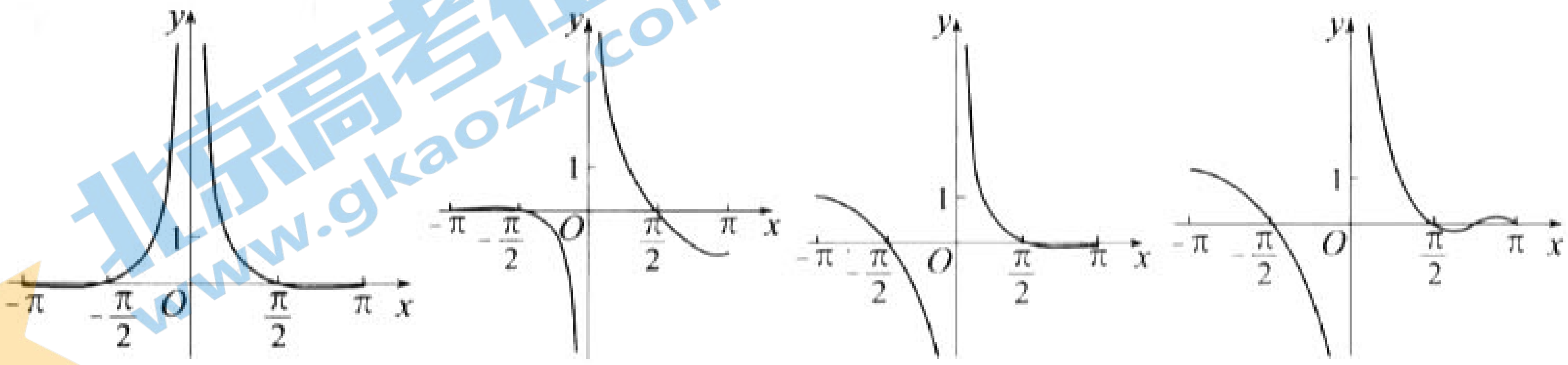
6. 已知 $\tan\alpha=-2$，则 $\sin 2\alpha=$

A. $-\frac{3}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{7}{10}$

7. 若等比数列 $\{a_n\}$ 首项 $a_1=\sqrt{2}$，$a_4=8\sqrt{2}$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为

A. $\sqrt{2}(2^n-1)$　　B. $\sqrt{2}(1-2^n)$　　C. $\frac{\sqrt{2}[(-2)^n-1]}{3}$　　D. $2\sqrt{2}(2^n-1)$

8. 已知函数 $f(x)=\frac{\cos x}{e^x-1}$ $(-\pi\leqslant x\leqslant\pi$，且 $x\neq 0)$，则其大致图象为



A.　　B.　　C.　　D.

9. 若曲线 $f(x)=ax-\ln x$ 与直线 $x-2y+2-2\ln 2=0$ 相切，则实数 $a=$

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. e

10. 命题 p：“若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 满足：$AB=DE=x$，$BC=EF=2$，$A=D=\frac{\pi}{6}$，则 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$”．已知 p 是真命题，则 x 的值不可以是

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. 从社会效益和经济效益出发，某企业追加投入资金进行新兴产业进一步优化建设．根据规划，本年度追加投入 4000 万元，以后每年追加投入将比上年减少 $\frac{1}{4}$，本年度企业在新兴产业上的收入估计为 2000 万元，由于该项建设对新兴产业的促进作用，预计今后的新兴产业收入每年会比上一年增加 1000 万元，则至少经过(　　)年新兴产业的总收入才会超过追加的总投入．

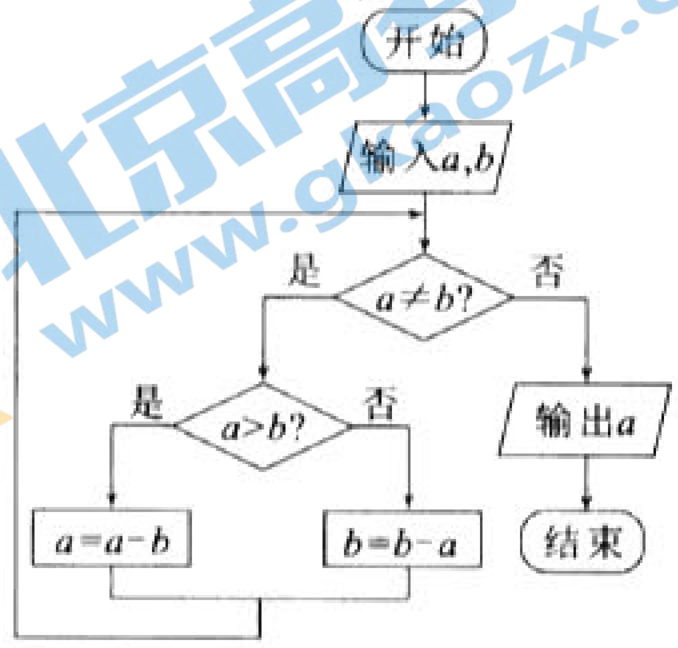
A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

12. 已知函数 $f(x)=4\cos(\omega x-\frac{\pi}{12})$（$\omega>0$），$f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{3}]$ 上的最小值恰为 $-\omega$，则所有满足条件的 ω 的积属于区间

A. $(1,4]$　　B. $[4,7]$　　C. $(7,13)$　　D. $[13,+\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. “更相减损术”的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》. 该算法的程序框图如图所示，若输入的 a，b 分别为 21，14，则输出的 $a=$__________.



14. 已知点 $M(-1，1)$，$N(-2，m)$，若向量 $\overrightarrow{MN}$ 与 $\boldsymbol{a}=(m，-2)$的方向相同，则$|\boldsymbol{a}|=$__________.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^x+e^{-x}-2, & x\geq 0, \\ x^2+2x, & x<0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域为__________.

16. 已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=f(x+6)$，$f(2-x)+g(x)=4$，若 $g(x+1)$ 为奇函数，$f(2)=3$，则 $g(30)=$__________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 S_1，$2S_2$，$3S_3$ 成等差数列，$a_1=27$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记 T_n 为数列$\{\log_3 a_n\}$的前 n 项和，求 T_n 的最大值.

18.（12 分）

已知函数 $f(x)=\tan(\frac{3}{8}x+\varphi)(|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 满足 $f(\frac{\pi}{3})=1$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式及最小正周期；

（2）函数 $y=g(x)$ 的图象是由函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\lambda(\lambda>0)$ 个单位长度得到，若 $g(\frac{\pi}{4})=-f(0)$，求 λ 的最小值.

19.（12 分）

函数 $f(x)=(2x^2+m)(x-m+2)$.

（1）若 $f(x)$ 为奇函数，求实数 m 的值；

（2）已知 $f(x)$ 仅有两个零点，证明：函数 $y=f(x)-3$ 仅有一个零点.

20.（12 分）

在斜三角形 ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $\cos(C-B)\sin A=\cos(C-A)\sin B$.

（1）证明：$A=B$；

（2）若 $\frac{1}{c}=\sin B$，求 $\frac{1}{c^2}-\frac{1}{a^2}$ 的最小值.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^{x-1}-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2-ax$.

（1）若 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围；

（2）试讨论 $f(x)$ 的极值点个数.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答．如果多做，则按所做的第一题记分．

22．**[选修 4—4：坐标系与参数方程]**（10 分）

已知曲线 C_1，C_2 的参数方程分别为 C_1：$\begin{cases} x=t+\frac{1}{t} \\ y=t-\frac{1}{t} \end{cases}$（$t$ 为参数），C_2：$\begin{cases} x=2+2\cos\alpha \\ y=2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数）.

（1）将 C_1，C_2 的参数方程化为普通方程；

（2）以坐标原点 O 为极点，以 x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，若射线：$\theta=\frac{\pi}{6}$ 与曲线 C_1，C_2 分别交于 A，B 两点（异于极点），点 $P(2,0)$，求△PAB 的面积.

23．**[选修 4—5：不等式选讲]**（10 分）

已知函数 $f(x)=|3x+3|-|x-5|$.

（1）求不等式 $f(x)>0$ 的解集 M；

（2）若 m 是 $f(x)$ 的最小值，且正数 a，b，c 满足 $a+b+c+m=0$，证明：$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\geq\frac{3}{4}$.