机密★启用前

2019 年 高 三 年 级 10 月 联 考

理科数学

命题老师：肖安平　　审题老师：杨东红　胡黎刚

考试时间：2019 年 10 月 18 日上午 10：00—12：00　　试卷满分：150 分

注意事项：

1. 答卷前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。

3. 非选择题的作答：用黑色墨水的签字笔直接答在答题卡上的对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\{x\,|\,x=2k+1,k\in Z\}$，集合 $N=\{x\,|\,x=4k\pm1,k\in Z\}$，则(　　)

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$　　C. $N\subsetneqq M$　　D. $N=\complement_Z M$

2. 已知复数 Z 满足 $Z(1-2i)=3+i$，则共轭复数 $\overline{Z}$ 的模为(　　)

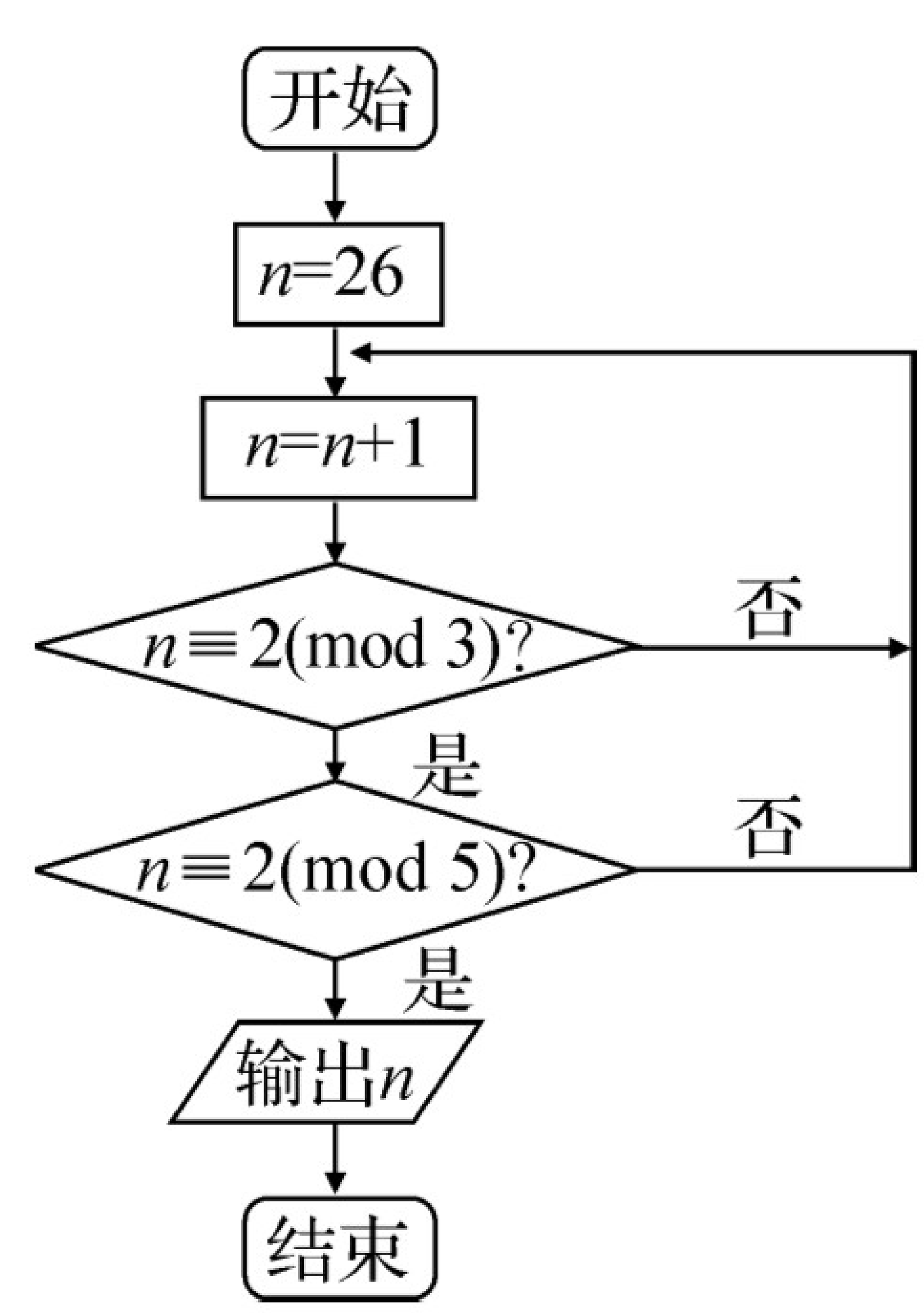
A. $\frac{7}{5}$　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

3. “$(x-1)(y-2)=0$”是“$x=1$ 且 $y=2$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 若正整数 N 除以正整数 m 后的余数为 n，则记为 $N\equiv n(\mathrm{mod}\,m)$，例如 $10\equiv3(\mathrm{mod}7)$. 下面程序框图的算法源于我国南北朝时期闻名中外的《中国剩余定理》，执行该程序框图，则输出 n 的值等于(　　)



A. 29　　B. 30

C. 31　　D. 32

5. 已知 $x=3^{\ln 2}$，$y=2^{\ln 3}$，$z=2$，则 x，y，z 的大小关系是（　　）

A. $x>y>z$　　B. $y>x>z$　　C. $x=y>z$　　D. $y>z>x$

6. 设 A、B、C 为三角形三内角，且方程 $(\sin B-\sin A)x^2+(\sin A-\sin C)x+\sin C-\sin B=0$ 有两相等的实根，那么角 B（　　）

A. $B>60°$　　B. $B\geqslant 60°$　　C. $B<60°$　　D. $B\leqslant 60°$

7. 某同学研究曲线 C：$x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}=1$ 的性质，得到如下结论：①x，y 的取值范围是 R；②曲线 C 是轴对称图形；③曲线 C 上的点到坐标原点的距离的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{8}$.其中正确的结论序号为（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

8. 若在直线 l 上存在不同的三点 A、B、C，使得关于 x 的方程 $x^2\overrightarrow{OA}+x\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$ 有解 $(O\notin l)$，则方程解集为（　　）

A. $\varnothing$　　B. $\{-1\}$

C. $\{-1,0\}$　　D. $\{\frac{-1+\sqrt{5}}{2},\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\}$

9. 将函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后所得的图象关于 y 轴对称，则 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为（　　）

A. $-\sqrt{3}$　　B. -1　　C. -2　　D. 0

10. 已知 O 为△ABC 的外心，且 $|\overrightarrow{AC}|=4$，$|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{3}$，则 $\overrightarrow{AO}\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$ 等于（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

11. 已知实数 a、b、c、d 满足 $\frac{a-2e^a}{b}=\frac{1-c}{d-3}=1$（$e$ 是自然对数的底数），则 $(a-c)^2+(b-d)^2$ 的最小值为（　　）

A. 10　　B. 18　　C. 8　　D. 12

12. 1777 年法国著名数学家蒲丰曾提出过著名的投针问题，此后人们根据蒲丰投针原理，运用随机模拟方法可以估算圆周率 π 的近似值.请你运用所学知识，解决蒲丰投针问题：平面上画着一些平行线，它们之间的距离都等于 $a(a>0)$，向此平面任投一根长度为 $l(l<a)$ 的针，已知此针与其中一条线相交的概率是 p，则圆周率 π 的近似值为（　　）

A. $\frac{2p}{al}$　　B. $\frac{al}{2p}$　　C. $\frac{2l}{pa}$　　D. $\frac{pa}{2l}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $f(x)$为奇函数，函数 $g(x)$与 $f(x)$的图象关于直线 $y=x+2$ 对称，若 $g(1)=7$，则 $f(-5)=$__________.

14. 已知 $f(x)=\begin{cases}-\sin\dfrac{\pi}{2}x, -2\leqslant x\leqslant 0\\ |\ln x|, x>0\end{cases}$，若关于 x 的方程$f(x)=k$有四个实根 x_1, x_2, x_3, x_4，则这四根之和$x_1+x_2+x_3+x_4$的取值范围是__________.

15. 已知△ABC 中，角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c，$\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{1+\cos A}{2-\cos B}$，$\cos A=\dfrac{4}{5}$，$S_{\triangle ABC}=6$，则 $a=$__________.

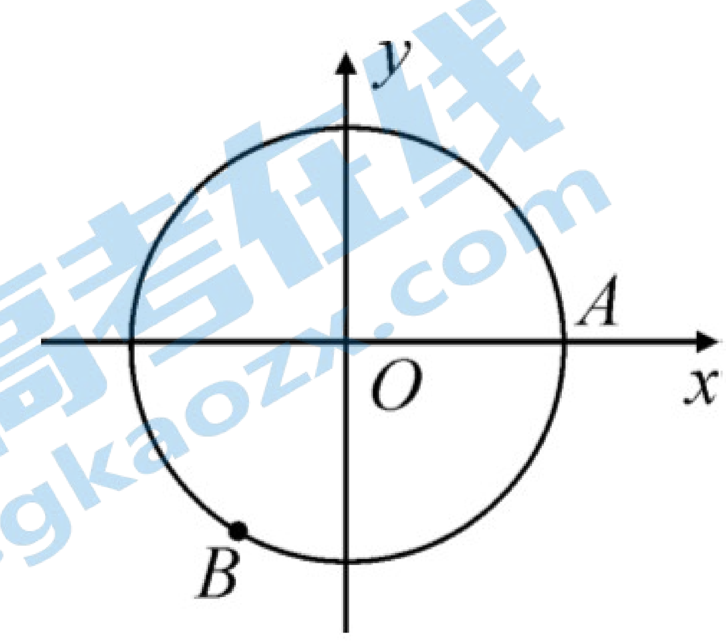
16. 定义在区间$(0,+\infty)$上函数 $f(x)$使不等式 $2f(x)<xf'(x)<3f(x)$恒成立（$f'(x)$为 $f(x)$的导数），则$\dfrac{f(2)}{f(1)}$的取值范围是__________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（10 分）已知△ABC 是圆 O（O 为坐标原点）的内接三角形，其中 $A(1,0)$，$B\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c.

（1）若点 C 的坐标是$\left(-\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5}\right)$，求 $\cos\angle COB$ 的值；

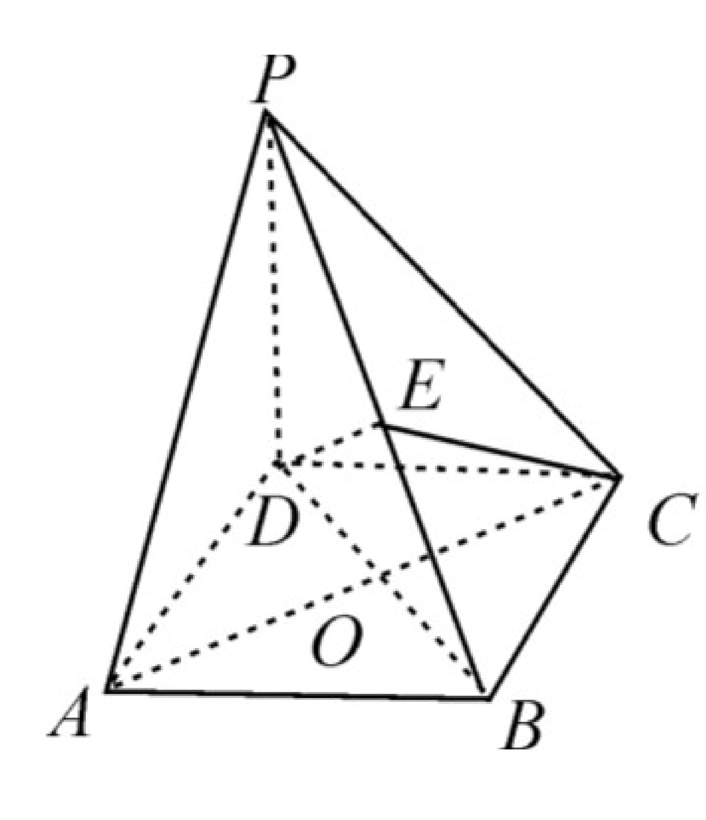
（2）若点 C 在优弧$\overset{\frown}{AB}$上运动，求△ABC 周长的取值范围.



18.（12 分）如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PD\perp$平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是菱形，$AC=2$，$BD=2\sqrt{3}$，且 AC, BD 交于点 O，E 是 PB 上任意一点.

（1）求证：$AC\perp DE$；

（2）已知二面角 A-PB-D 的余弦值为$\dfrac{3}{4}$，若 E 为 PB 的中点，求 EC 与平面 PAB 所成角的正弦值.

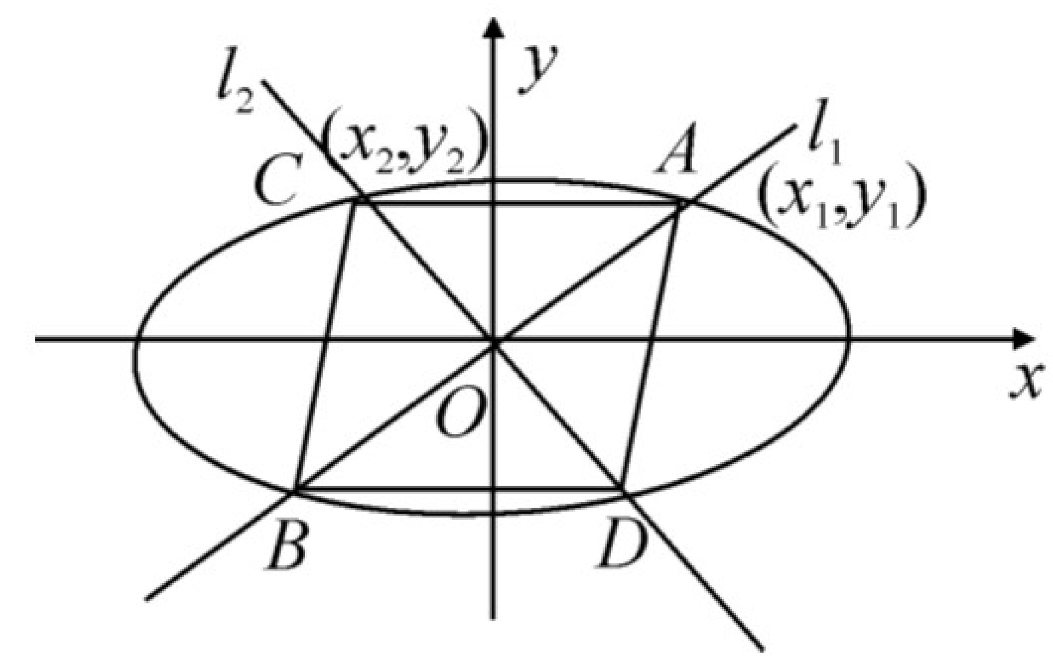


19. (12 分)若 $a\in R$,函数 $f(x)=|x^2-ax|$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值记为 $g(a)$,求 $g(a)$ 的表达式并求当 a 为何值时,$g(a)$ 的值最小.

20. (12 分)已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$,过原点的两条直线 l_1 和 l_2 分别与椭圆交于点 A、B 和 C、D.记得到的平行四边形 $ACBD$ 的面积为 S.

(1)设 $A(x_1,y_1)$,$C(x_2,y_2)$,用 A,C 的坐标表示 S;

(2)设 l_1 与 l_2 的斜率之积与直线 CA、CB 的斜率之积均为 $-\dfrac{1}{2}$,求面积 S 的值.



21. (12 分)有人玩掷均匀硬币走跳棋的游戏,棋盘上标有第 0 站(出发地),在第 1 站,第 2 站,……,第 100 站.一枚棋子开始在出发地,棋手每掷一次硬币,这枚棋子向前跳动一次,若掷出正向,棋子向前跳一站,若掷出反面,棋子向前跳两站,直到棋子跳到第 99 站(失败收容地)或跳到第 100 站(胜利大本营),该游戏结束.设棋子跳到第 n 站的概率为 P_n.

(1)求 P_0,P_1,P_2;

(2)写出 P_n 与 P_{n-1}、P_{n-2} 的递推关系($2\leqslant n\leqslant 99$);

(3)求玩该游戏获胜的概率.

22. (12 分)已知函数 $f(x)=ax-\dfrac{a}{x}-2\ln x(a\in R)$.

(1)若 $f(x)$ 是定义域上的增函数,求 a 的取值范围;

(2)设 $a>\dfrac{3}{5}$,m,n 分别为 $f(x)$ 的极大值和极小值,若 $S=m-n$,求 S 的取值范围.