

2021年普通高等学校招生全国统一考试试题

数学(乙卷·文科)

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $M=\{1, 2\}$ ， $N=\{3, 4\}$ ，则 $\complement_U(M \cup N)=$ ()

- A. $\{5\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

2. 设 $iz=4+3i$ ，则 $z=$ ()

- A. $-3-4i$ B. $-3+4i$ C. $3-4i$ D. $3+4i$

3. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, \sin x < 1$ ；命题 $q: \forall x \in \mathbb{R}, e^{|x|} \geq 1$ ，则下列命题中为真命题的是()

- A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $p \wedge \neg q$ D. $\neg(p \vee q)$

4. 函数 $f(x)=\sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{3}$ 的最小正周期和最大值分别是()

- A. 3π 和 $\sqrt{2}$ B. 3π 和2 C. 6π 和 $\sqrt{2}$ D. 6π 和2

5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 4, \\ x-y \leq 2, \\ y \leq 3, \end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最小值为()

- A. 18 B. 10 C. 6 D. 4

6. $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 随机取1个数，则取到的数小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

8. 下列函数中最小值为4的是()

- A. $y=x^2+2x+4$ B. $y=|\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$ C. $y=2^x+2^{2x}$ D. $y=\ln x + \frac{4}{\ln x}$

9. 设函数 $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ ，则下列函数中为奇函数的是()

- A. $f(x-1)-1$ B. $f(x-1)+1$ C. $f(x+1)-1$ D. $f(x+1)+1$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P 为 B_1D_1 的中点，则直线 PB 与 AD_1 所成的角为()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

11. 设 B 是椭圆 $C: \frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 的上顶点，点 P 在 C 上，则 $|PB|$ 的最大值为()

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{5}$ D. 2

12. 设 $a \neq 0$, 若 $x=a$ 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点, 则()

- A. $a < b$ B. $a > b$ C. $ab < a^2$ D. $ab > a^2$

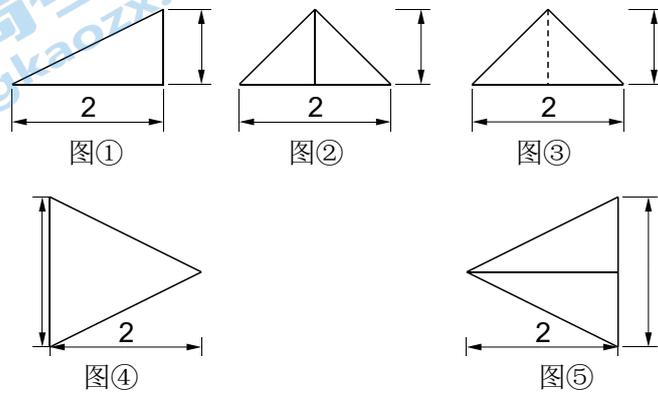
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a}=(2, 5)$, $\vec{b}=(\lambda, 4)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\lambda=$ _____.

14. 曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的右焦点到直线 $x+2y-8=0$ 的距离为_____.

15. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 面积为 $\sqrt{3}$, $B=60^\circ$, $a^2+c^2=3ac$, 则 $b=$ _____.

16. 以图①为正视图, 在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和俯视图, 组成某个三棱锥的三视图, 则所选侧视图和俯视图的编号依次为_____ (写出符合求的一组答案即可).



三、解答题

17. 某厂研制了一种生产高精产品的设备, 为检验新设备生产产品的某项指标有无提高, 用一台旧设备和一台新设备各生产了 10 件产品, 得到各件产品该项指标数据如下:

旧设备	9.8	10.3	10.0	10.2	9.9	9.8	10.0	10.1	10.2	9.7
新设备	10.1	10.4	10.1	10.0	10.1	10.3	10.6	10.5	10.4	10.5

旧设备和新设备生产产品的该项指标的样本平均数分别记为 \bar{x} 和 \bar{y} , 样本方差分别记为 s_1^2 和 s_2^2 .

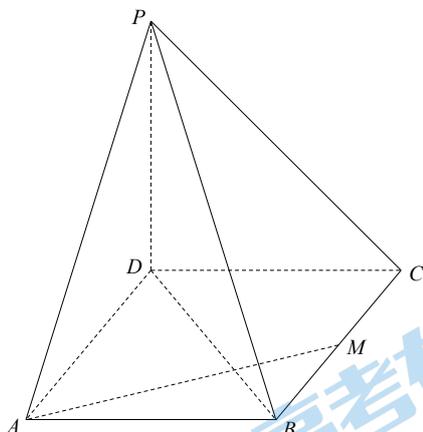
(1) 求 \bar{x} , \bar{y} , s_1^2 , s_2^2 ;

(2) 判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备是否有显著提高(如果 $\bar{y} - \bar{x} \geq 2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{10}}$, 则认为新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高, 否则不认为有显著提高).

18. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形， $PD \perp$ 底面 $ABCD$ ， M 为 BC 的中点，且 $PB \perp AM$.

(1)证明：平面 $PAM \perp$ 平面 PBD ；

(2)若 $PD=DC=1$ ，求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



19. 设 $\{a_n\}$ 是首项为1的等比数列，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{na_n}{3}$. 已知 $a_1, 3a_2, 9a_3$ 成等差数列.

(1)求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2)记 S_n 和 T_n 分别为 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和. 证明： $T_n < \frac{S_n}{2}$.

20. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 到准线的距离为2.

(1)求 C 的方程；

(2)已知 O 为坐标原点，点 P 在 C 上，点 Q 满足 $\overrightarrow{PQ} = 9\overrightarrow{QF}$ ，求直线 OQ 斜率的最大值.

21. 已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 1$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)求曲线 $y=f(x)$ 过坐标原点的切线与曲线 $y=f(x)$ 的公共点的坐标.

(二)选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4：坐标系与参数方程]在直角坐标系 xOy 中， $\odot C$ 的圆心为 $C(2, 1)$ ，半径为1.

(1)写出 $\odot C$ 的一个参数方程；

(2)过点 $F(4, 1)$ 作 $\odot C$ 的两条切线. 以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求这两条切线的极坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] 已知函数 $f(x) = |x - a| + |x + 3|$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 6$ 的解集;

(2) 若 $f(x) > -a$, 求 a 的取值范围.



2021年普通高等学校招生全国统一考试试题数学(乙卷·文科)

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	A	D	C	D	B	C	B	D	A	D

1. 【答案】A

【解析】由 $M = \{1, 2\}$, $N = \{3, 4\}$ 所以 $M \cup N = \{1, 2, 3, 4\}$, 所以

$C_U(M \cup N) = \{5\}$, 故选 A

2. 【答案】C

【解析】在等式 $iz = 4 + 3i$ 两边同时乘 i 得, $-z = 4i - 3$, 所以 $z = 3 - 4i$, 故选 C.

3. 【答案】A

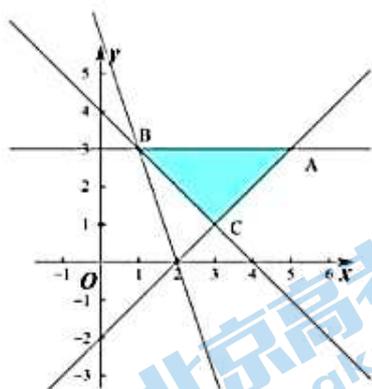
【解析】由已知可得命题 p 为真命题, 命题 q 为真命题, 所以 $p \wedge q$ 为真命题, 故选 A

4. 【答案】D

【解析】由 $f(x) = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{x}{3}$ 可得 $f(x) = \sqrt{2} \sin(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4})$, 故周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$, 最大值为 2, 故选 D.

5. 【答案】C

【解析】由约束条件可得可行域如图所示, 当直线 $z = 3x + y$ 过点 $B(1, 3)$ 时, z 取最小值为 6, 故选 C.



6. 【答案】D

【解析】由题意可知 $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} = \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. 【答案】B

【解析】由题意可知，本题是几何概型，测度为长度 $P(A) = \frac{\frac{1}{3}-0}{\frac{1}{2}-0} = \frac{2}{3}$.

8. 【答案】C

【解析】由题意可知 A 的最小值为 3，B 的等号成立条件不成立，D 无最小值.

9. 【答案】B

【解析】由题意可知 $f(x) = \frac{1-x}{1+x} = -1 + \frac{2}{1+x}$, $f(x)$ 向右平移 1 个单位，向上平移一个单位即得到 $g(x) = \frac{2}{x}$

为奇函数，所以选 B

10. 【答案】D

由题意可知，连接 BP, BC_1, PC_1 则 BP, BC_1 所成角即为所求角 θ ，设 $AB=2$ ，

则 $BP = \sqrt{6}, BC_1 = 2\sqrt{2}, PC_1 = \sqrt{2}$ ，

由余弦定理可知 $\cos \theta = \frac{BP^2 + BC_1^2 - C_1P^2}{2BP \cdot BC_1} = \frac{6+8-2}{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，所以夹角为 $\frac{\pi}{6}$.

11. 【答案】A

【解析】

由 P 在 C 上，设 $P(x_0, y_0)$ ，且 $\frac{x_0^2}{5} + y_0^2 = 1, B(0, 1)$ ，

因此 $|PB|^2 = x_0^2 + (y_0 - 1)^2$

由 $\frac{x_0^2}{5} + y_0^2 = 1, x_0^2 = 5 - 5y_0^2, y_0 \in [-1, 1]$ ，代入上式得 $|PB|^2 = 5 - 5y_0^2 + (y_0 - 1)^2$

化简得 $|PB|^2 = -4(y_0 + \frac{1}{4})^2 + \frac{25}{4}, y_0 \in [-1, 1]$. 因此当且仅当 $y_0 = -\frac{1}{4}$ 时， $|PB|$ 的最大值为 $\frac{5}{2}$. 故答案选 A

12. 【答案】D

【解析】当 $a > 0$ ， $f(x)$ 大致图象如下图左所示，易得 $b > a > 0$. 当 $a < 0$ ， $f(x)$ 大致图象如下图右所示，易得 $0 > a > b$.



综上所述，得 $ab > a^2$ ，故答案选 D

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 【答案】 $\frac{8}{5}$

【解析】由已知， $a \parallel b$ ，则 $2 \times 4 = 5\lambda$ ，故 $\lambda = \frac{8}{5}$

14. 【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】由题意可知，双曲线的右焦点坐标为(3,0),由点到直线的距离公式得 $d = \frac{|3+2 \times 0-8|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{5}$

15. 【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】由面积公式 $\frac{1}{2}ac \sin B = \sqrt{3}$ ，则 $ac=4$ ，由余弦定理得， $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 12 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8$ ，

所以 $b = 2\sqrt{2}$ 。

16. 【答案】 ③④或②⑤

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分。

17. (12分)

【解析】(1) 由表中的数据可得：

$$\bar{x} = \frac{9.8+10.3+10.0+10.2+9.9+9.8+10.0+10.1+10.2+9.7}{10} = 10,$$

$$\bar{y} = \frac{10.1+10.4+10.1+10.0+10.1+10.3+10.6+10.5+10.4+10.5}{10} = 10.3$$

$$s_1^2 = \frac{1}{10} [(9.8-10)^2 + (10.3-10)^2 + (10.0-10)^2 + (10.2-10)^2 + (9.9-10)^2 + (9.8-10)^2 + (10.0-10)^2 + (10.1-10)^2 + (10.2-10)^2 + (9.7-10)^2] = 0.036$$

$$s_2^2 = \frac{1}{10} [(10.1-10.3)^2 + (10.4-10.3)^2 + (10.1-10.3)^2 + (10.0-10.3)^2 + (10.1-10.3)^2 + (10.3-10.3)^2 + (10.6-10.3)^2 + (10.5-10.3)^2 + (10.4-10.3)^2 + (10.5-10.3)^2] = 0.04$$

(2) 由(1)中的数据可得 $\bar{y} - \bar{x} = 10.3 - 10 = 0.3$,

$$2\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{10}} = 2\sqrt{\frac{0.036 + 0.04}{10}} = 2\sqrt{0.0076}$$

则 $0.3 = \sqrt{0.09} > 2\sqrt{0.0076} = \sqrt{0.0304}$ ，所以可判断新设备生产产品的该项指标的均值较旧设备有显著提高。

18. (12分)

【答案】 (1) 见解析; (2) $V_{P-ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

【解析】 (1) 证明: $\because PD \perp$ 平面 $ABCD$,

$AM \subset$ 平面 $ABCD$,

$\therefore PD \perp AM$

$\because PD \perp AM, PB \perp AM, PB \cap PD = D, PB \subset$ 平面 $PBD, PD \subset$ 平面 PBD ,

$\therefore AM \perp$ 平面 PBD

又 $\because AM \subset$ 平面 PAM ,

\therefore 平面 $PAM \perp$ 平面 PBD

(2) $\because M$ 为 BC 的中点, $\therefore BM = \frac{1}{2}AD$ 且 $AB=DC=1$ ①

$\because AM \perp$ 平面 $PBD, BD \subset$ 平面 $PBD, \therefore AM \perp BD$

则有 $\angle BAM + \angle MAD = 90^\circ, \angle MAD + \angle ADB = 90^\circ$, 即 $\angle BAM = \angle ADB$,

则有 $\triangle BAM \sim \triangle ADB$, 则有 $\frac{BM}{AB} = \frac{AB}{DA}$, 即 $\frac{BM}{AB} = \frac{AB}{DA}$, 将①式代入, 解得 $AD = \sqrt{2}$.

所以 $S_{\square ABCD} = AD \cdot DC = \sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$,

$V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} S_{\square ABCD} \cdot PD = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

19. (12分)

【答案】 (1) $|OP| = \sqrt{3}$; (2) $x+y+z=1$

【解析】 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $a_n = q^{n-1}$,

因为 $a_1, 3a_2, 9a_3$ 成等差数列, 所以 $1+9q^2 = 2 \times 3q$, 解得 $q = \frac{1}{3}$,

故 $a_n = (\frac{1}{3})^{n-1}, S_n = \frac{1 - \frac{1}{3^n}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} (1 - \frac{1}{3^n})$,

又 $b_n = \frac{n}{3^n}$, 则 $T_n = \frac{1}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n-1}{3^{n-1}} + \frac{n}{3^n}$,

两边同乘 $\frac{1}{3}$, 则 $\frac{1}{3} T_n = \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{3}{3^4} + \dots + \frac{n-1}{3^n} + \frac{n}{3^{n+1}}$,

两式相减, 得 $\frac{2}{3}T_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \cdots + \frac{1}{3^n} - \frac{n}{3^{n+1}}$,

$$\text{即 } \frac{2}{3}T_n = \frac{\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3^n})}{1-\frac{1}{3}} - \frac{n}{3^{n+1}} = \frac{1}{2}(1-\frac{1}{3^n}) - \frac{n}{3^{n+1}}$$

$$\text{整理得 } T_n = \frac{3}{4}(1-\frac{1}{3^n}) - \frac{n}{2 \times 3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2 \times 3^n},$$

$$2T_n - S_n = 2(\frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2 \times 3^n}) - \frac{3}{2}(1-\frac{1}{3^n}) = -\frac{4n+3}{2 \times 3^n} < 0,$$

$$\text{故 } T_n < \frac{S_n}{2}.$$

20. (12分)

【答案】 (1) $y^2 = 4x$; (2) $x + y + z = 1$

【解析】 (1) 在抛物线中, 焦点 F 到准线的距离为 p , 故 $p=2$, $y^2 = 4x$

(2) 设点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), F(1, 0)$

$$\text{则 } \overrightarrow{PQ} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1), \overrightarrow{QF} = (1 - x_2, -y_2)$$

因为 $\overrightarrow{PQ} = 9\overrightarrow{QF}$, 所以 $x_2 - x_1 = 9(1 - x_2), y_2 - y_1 = -9y_2$

$$\text{那么 } x_1 = 10x_2 - 9, y_1 = 10y_2$$

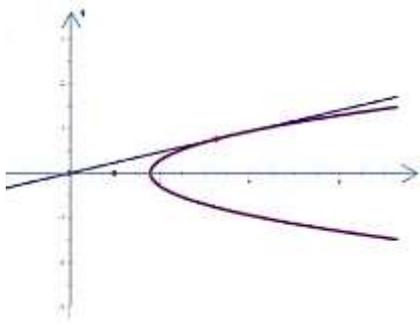
又因为点 P 在抛物线上, $y_1^2 = 4x_1$, 所以 $(10y_2)^2 = 4(10x_2 - 9)$, 则点 Q 的轨迹方程 $y^2 = \frac{2}{5}x - \frac{9}{25}$

设直线 OQ 方程为 $y=kx$, 当直线 OQ 和曲线 $y^2 = \frac{2}{5}x - \frac{9}{25}$ 相切时, 斜率最大, 联立直线与曲线方程, 此时

$$k^2x^2 = \frac{2}{5}x - \frac{9}{25}, \text{ 得 } k^2x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{9}{25} = 0,$$

$$\text{相切时, } \Delta = 0, (-\frac{2}{5})^2 - 4k^2 \cdot \frac{9}{25} = 0, \text{ 解得 } k = \frac{1}{3}$$

所以直线 OQ 斜率的最大值为 $\frac{1}{3}$.



21. (12分)

【答案】(1), 当 $a \geq \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增;

当 $a < \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, \frac{1-\sqrt{1-3a}}{3})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1-\sqrt{1-3a}}{3}, \frac{1+\sqrt{1-3a}}{3})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1+\sqrt{1-3a}}{3}, +\infty)$ 上单调递增;

(2) $(1, 1+a)$ 和 $(-1, -1-a)$

【解析】函数 $f(x) = x^3 - x^2 + ax + 1$ 的定义域为 \mathbb{R} , 其导数为 $f'(x) = 3x^2 - 2x + a$.

①当 $a \geq \frac{1}{3}$ 时, 方程 $f'(x) = 0$ 至多有一解, $f'(x) \geq 0$, $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增;

②当 $a < \frac{1}{3}$ 时, 若 $f'(x) = 0$, 即 $3x^2 - 2x + a = 0$,

此时方程 $3x^2 - 2x + a = 0$ 有两根: $x_1 = \frac{1-\sqrt{1-3a}}{3}, x_2 = \frac{1+\sqrt{1-3a}}{3}$

$f'(x) > 0$ 时, $x < x_1$ 或 $x > x_2$; $f'(x) < 0$ 时, $x_1 < x < x_2$.

$f(x)$ 在 $(-\infty, x_1)$ 上单调递增, 在 (x_1, x_2) 上单调递减, 在 $(x_2, +\infty)$ 上单调递增. 所以, 当 $a \geq \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递增;

当 $a < \frac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, \frac{1-\sqrt{1-3a}}{3})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1-\sqrt{1-3a}}{3}, \frac{1+\sqrt{1-3a}}{3})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1+\sqrt{1-3a}}{3}, +\infty)$ 上单调递增.

(2) 记曲线 $y = f(x)$ 过坐标原点的切线为 l , 切点为 $P(x_0, x_0^3 - x_0^2 + ax_0 + 1)$.

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 + a$$

所以切线 l 的方程为 $y - (x_0^3 - x_0^2 + ax_0 + 1) = (3x_0^2 - 2x_0 + a)(x - x_0)$

又 l 过坐标原点, 则 $2x_0^3 - x_0^2 - 1 = 0$, 解得 $x_0 = 1$

所以切线 l 的方程为 $y = (1+a)x$

若 $x^3 - x^2 + ax + 1 = (1+a)x$, 则有方程 $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

解得 $x=1$ 或 $x=-1$

所以曲线 $y = f(x)$ 过坐标原点的切线与曲线 $y = f(x)$ 的公共点的坐标为 $(1, 1+a)$ 和 $(-1, -1-a)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10 分)

【解析】(1) $\odot C$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)

(2) $\odot C$ 的方程为 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

① 当直线斜率不存在时, 直线方程为 $x=4$, 此时圆心到直线距离为 $2 > r$, 舍去;

② 当直线斜率存在时, 设直线方程为 $y-1=k(x-4)$, 化简为 $kx-y-4k+1=0$,

此时圆心 $C(2,1)$ 到直线的距离为 $d = \frac{|2k-1-4k+1|}{\sqrt{k^2+1}} = r = 1$,

化简得 $2|k| = \sqrt{k^2+1}$,

两边平方有 $4k^2 = k^2 + 1$, 所以 $k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

代入直线方程并化简得 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} - 4 = 0$ 或 $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3} - 4 = 0$ 化为极坐标方程为

$\rho \cos \theta - \sqrt{3} \rho \sin \theta = 4 - \sqrt{3} \Leftrightarrow \rho \sin(\theta + \frac{5\pi}{6}) = 4 - \sqrt{3}$

或 $\rho \cos \theta + \sqrt{3} \rho \sin \theta = 4 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 4 + \sqrt{3}$

23. (10 分)

【答案】(1) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$; (2) $a \in (-\frac{3}{2}, +\infty)$

【解析】(1) 当 $a=1$ 时, $f(x) \geq 6 \Leftrightarrow |x-1| + |x+3| \geq 6$,

当 $x \leq -3$ 时, 不等式 $\Leftrightarrow 1-x-x-3 \geq 6$, 解得 $x \leq -4$;

当 $-3 < x < 1$ 时, 不等式 $\Leftrightarrow 1-x+x+3 \geq 6$, 解得 $x \in \emptyset$;

当 $x \geq 1$ 时, 不等式 $\Leftrightarrow x-1+x+3 \geq 6$, 解得 $x \geq 2$.

综上，原不等式的解集为 $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$;

(2) 若 $f(x) > -a$, 即 $f(x)_{\min} > -a$,

因为 $f(x) = |x-a| + |x+3| \geq |(x-a) - (x+3)| = |a+3|$ (当且仅当 $(x-a)(x+3) \leq 0$ 时, 等号成立), 所以

$f(x)_{\min} = |a+3|$, 所以 $|a+3| > -a$, 即 $a+3 < a$ 或 $a+3 > -a$, 解得 $a \in (-\frac{3}{2}, +\infty)$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯