

# 北京交大附中 2021—2022 学年第一学期期中练习

## 高二数学

命题人：高二数学组

审题人：张红敏

2021.11

说明：本试卷共 4 页，共 120 分。考试时长 120 分钟。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在空间直角坐标系中， $A(2, 1, 3)$ ， $B(3, 2, 1)$ ，则  $\overrightarrow{AB} = ( \quad )$

- A.  $(1, 1, -2)$       B.  $(-1, -1, 2)$       C.  $(5, 3, 4)$       D.  $(6, 2, 3)$

2. 棱长为  $a$  的正四面体的表面积是(      )

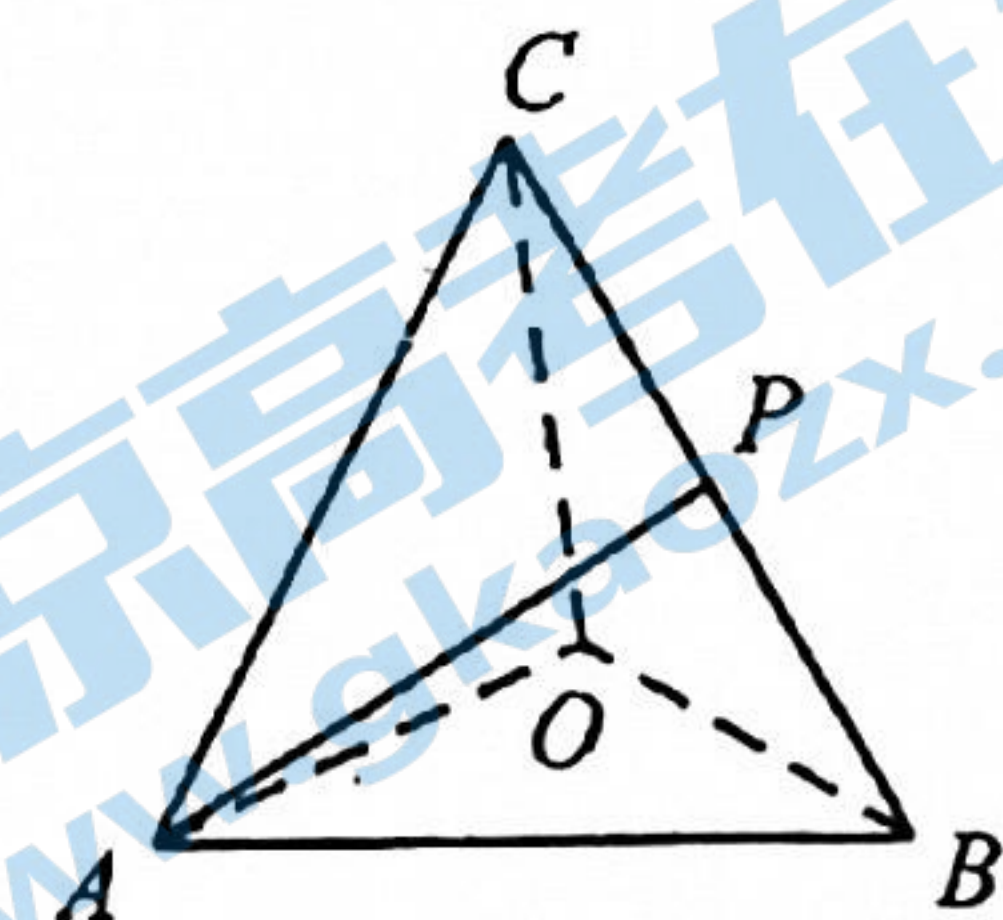
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}a^2$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$       D.  $\sqrt{3}a^2$

3. 平面  $\alpha$  的一个法向量为  $m=(1, 2, 0)$ ，平面  $\beta$  的一个法向量为  $n=(2, -1, 0)$ ，则平面  $\alpha$  与平面  $\beta$  的位置关系是(      )

- A. 平行      B. 相交但不垂直      C. 垂直      D. 不能确定

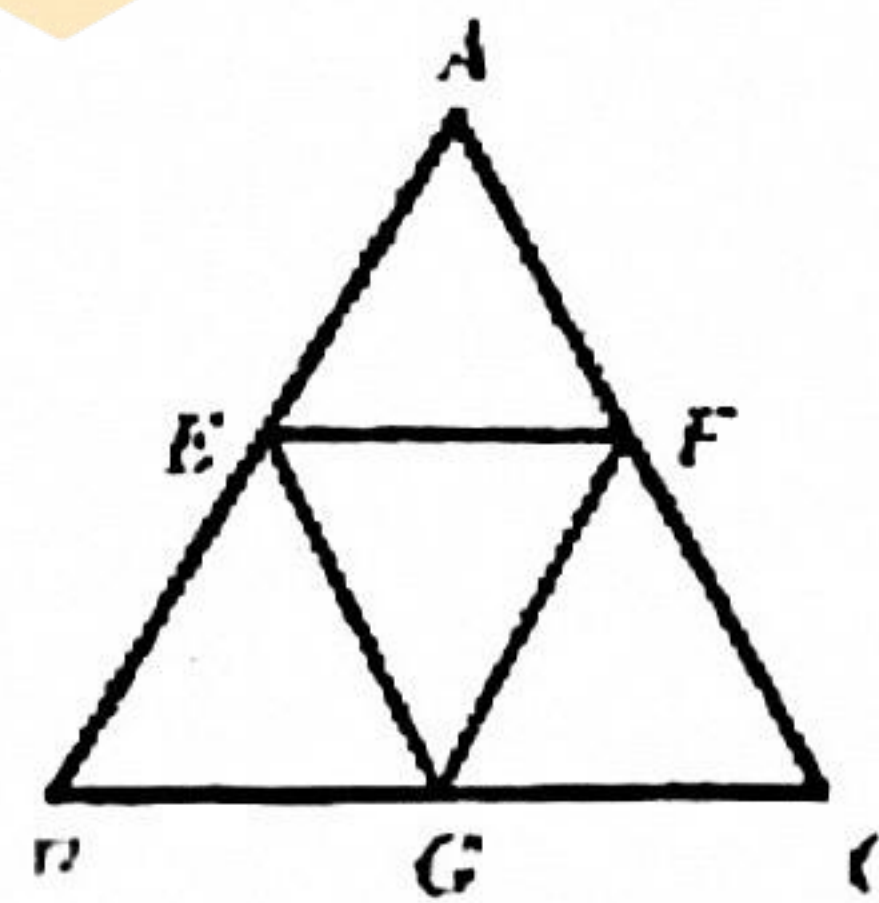
4. 在四面体  $O-ABC$  中，点  $P$  为棱  $BC$  的中点。设  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ， $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ ，那么向量  $\overrightarrow{AP}$  用基底  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  可表示为(      )

- A.  $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$       B.  $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$   
C.  $\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$       D.  $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$



5. 如图，将一块边长为 2 的正三角形铁皮沿各边的中位线折叠成一个几何体，则这个几何体某顶点到其相对面的距离是(      )

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$



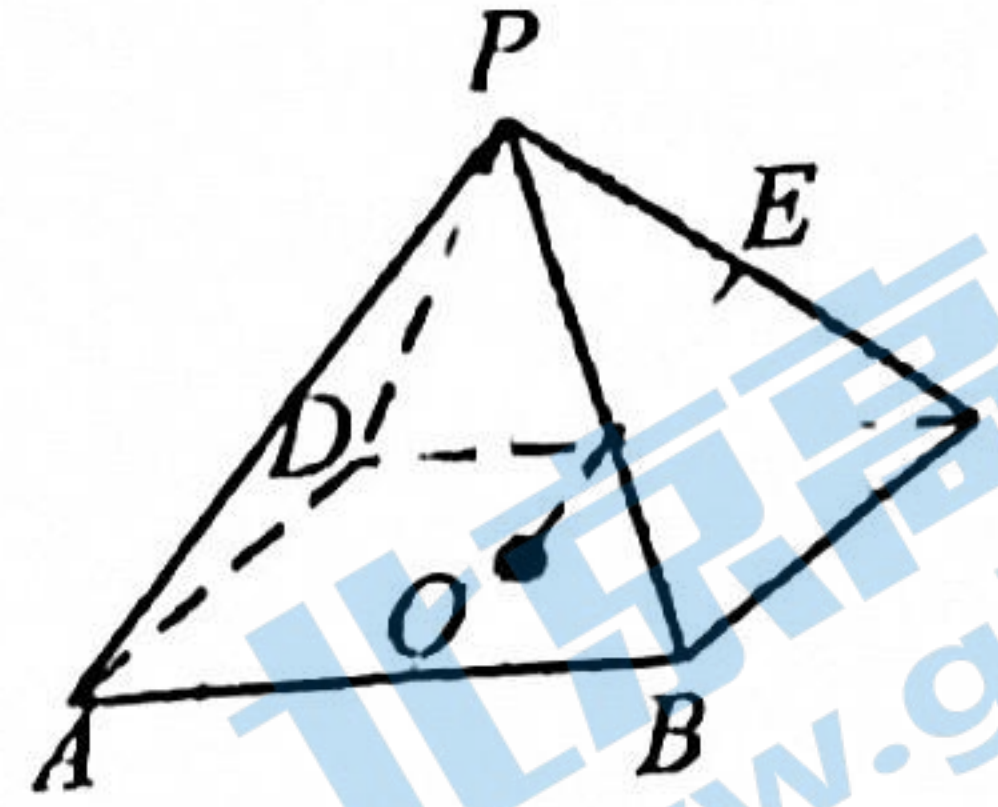
6. 设  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面， $m$  是直线且  $m \subset \alpha$ 。“ $m \parallel \beta$ ”是“ $\alpha \parallel \beta$ ”的(      )

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件



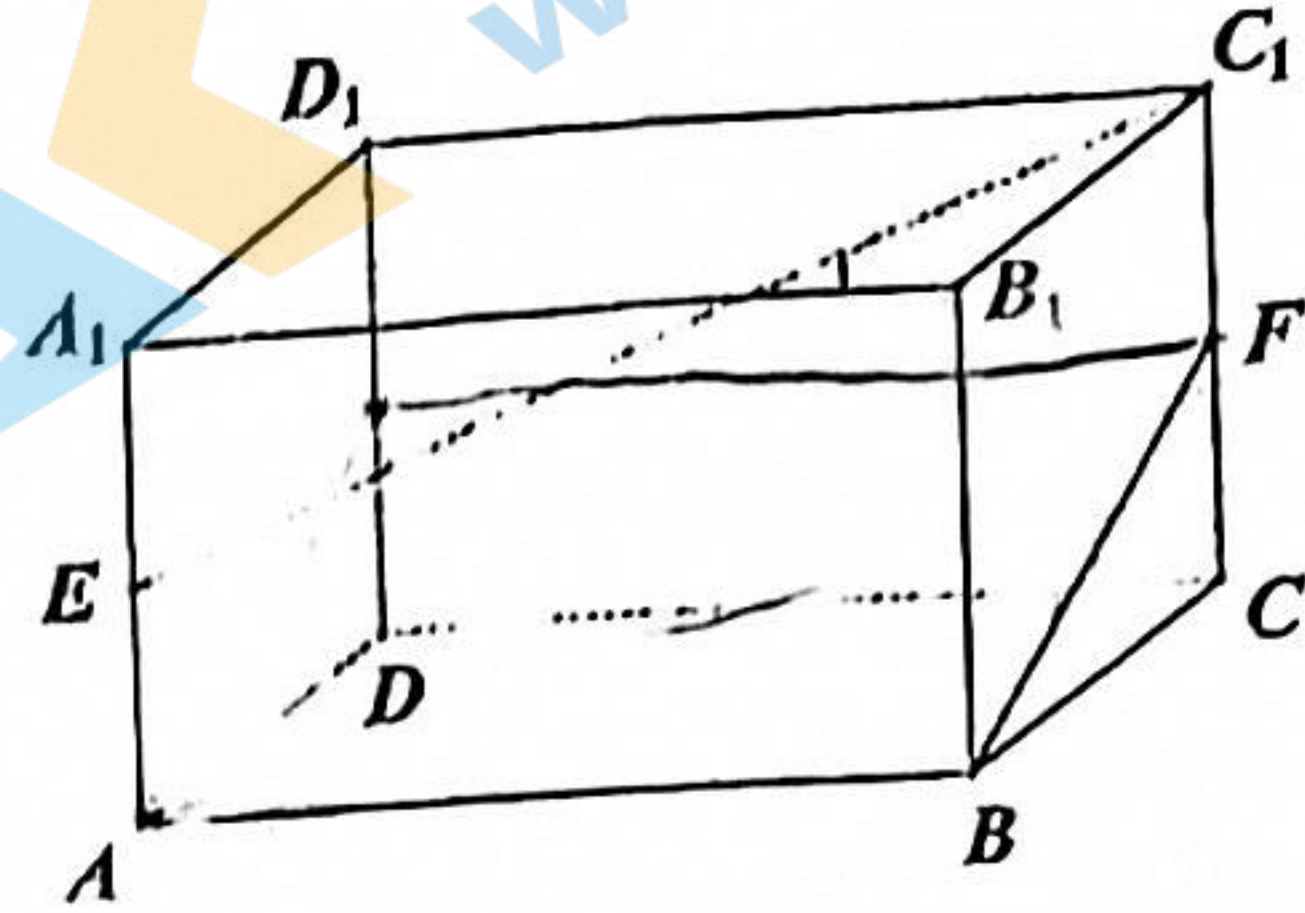
7. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 所有棱长均为2,  $O$ 是底面正方形 $ABCD$ 的中心,  $E$ 为棱 $PC$ 的中点, 则直线 $OE$ 与直线 $PD$ 所成角为( )

- A.  $30^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $90^\circ$



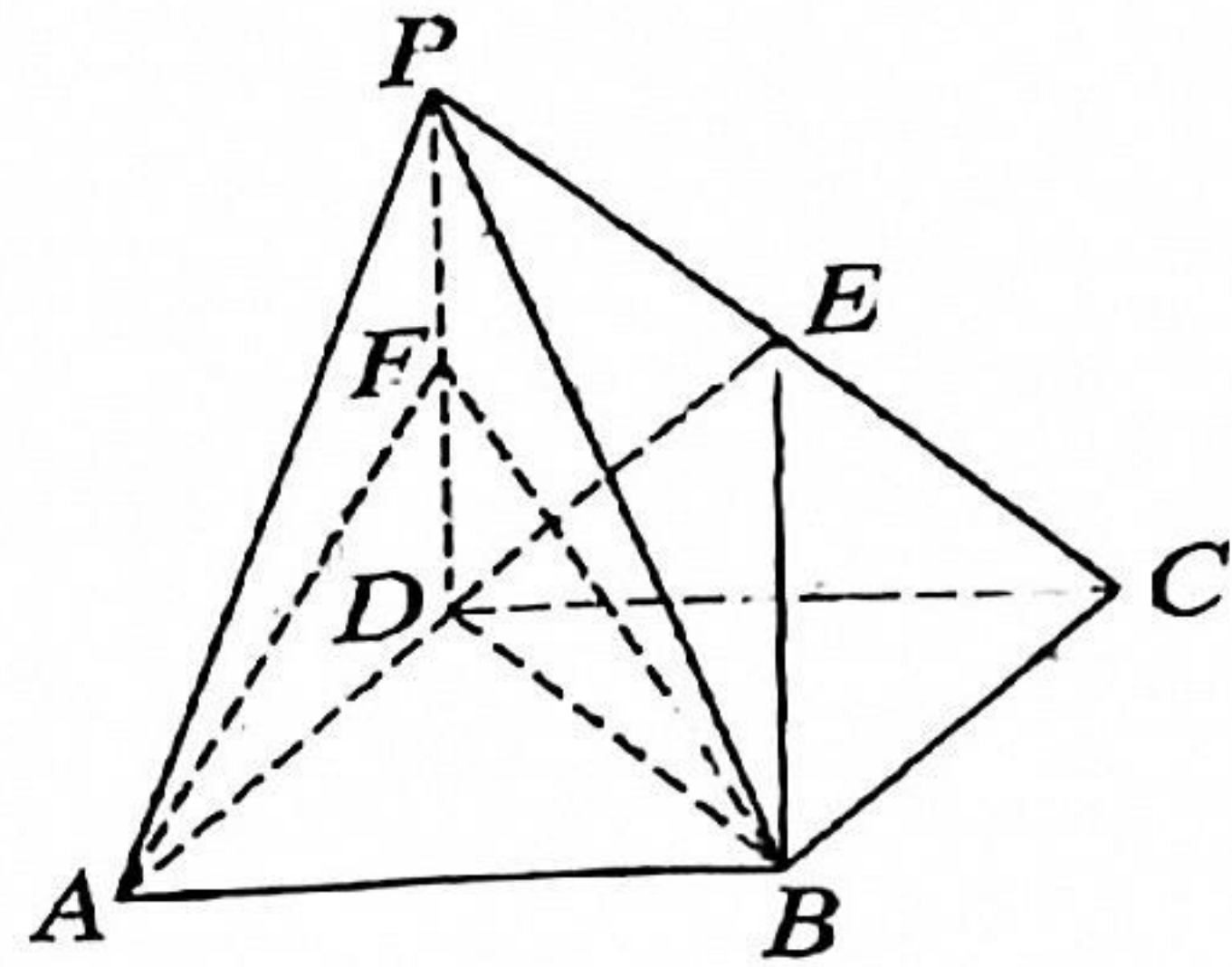
8. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,  $AA_1=AD=2$ ,  $AB=3$ ,  $E, F$ 分别为棱 $AA_1, CC_1$ 的中点, 过 $BF$ 的平面 $\alpha$ 与直线 $C_1E$ 平行, 则平面 $\alpha$ 截该长方体所得截面的面积为( )

- A. 3
- B.  $3\sqrt{2}$
- C.  $3\sqrt{3}$
- D.  $3\sqrt{5}$



9. 《九章算术》中, 将四个面都为直角三角形的四面体称之为“鳖臑”. 在如图所示的四棱锥 $P-ABCD$ 中,  $PD \perp$ 平面 $ABCD$ , 底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $PD=CD$ , 点 $E, F$ 分别为棱 $PC, PD$ 的中点, 则图中的鳖臑有( )

- A. 2个
- B. 3个
- C. 4个
- D. 5个



10. 在下列命题中:

- ①存在一条直线与正方体的 12 条棱所成的角都相等;
- ②存在一条直线与正方体的 6 个面所成的角都相等;
- ③存在一个平面与正方体的 12 条棱所成的角都相等;
- ④存在一个平面与正方体的 6 个面所成较小的二面角都相等.

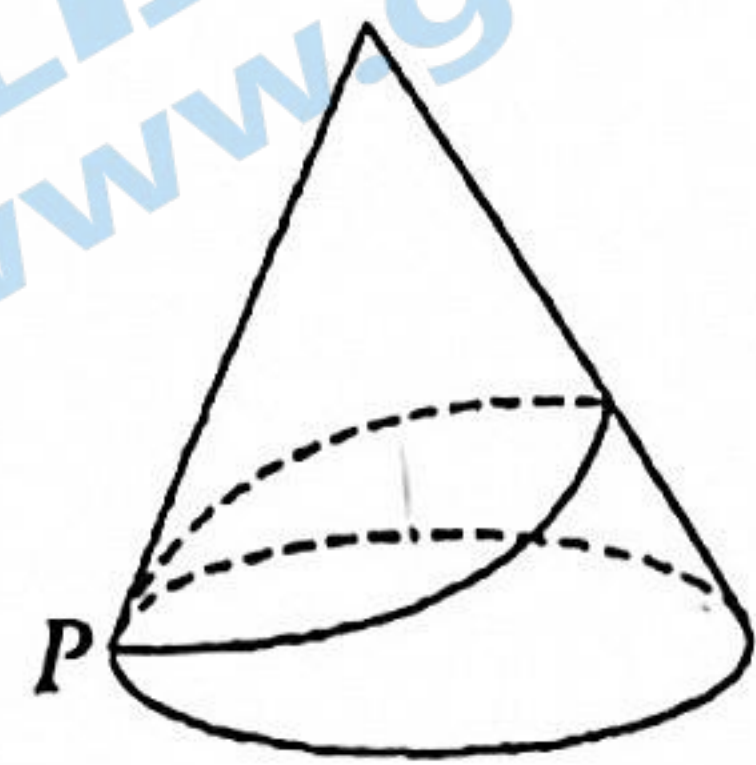
其中真命题的个数为( )

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

## 二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 把答案填在题中横线上)

11. 一个圆柱的母线长为 3, 底面半径为 1, 则圆柱的侧面积是\_\_\_\_\_.

12. 已知向量  $\vec{a} = (1, 0, -1)$ , 写出一个与向量  $\vec{a}$  垂直的非零向量的坐标\_\_\_\_\_.



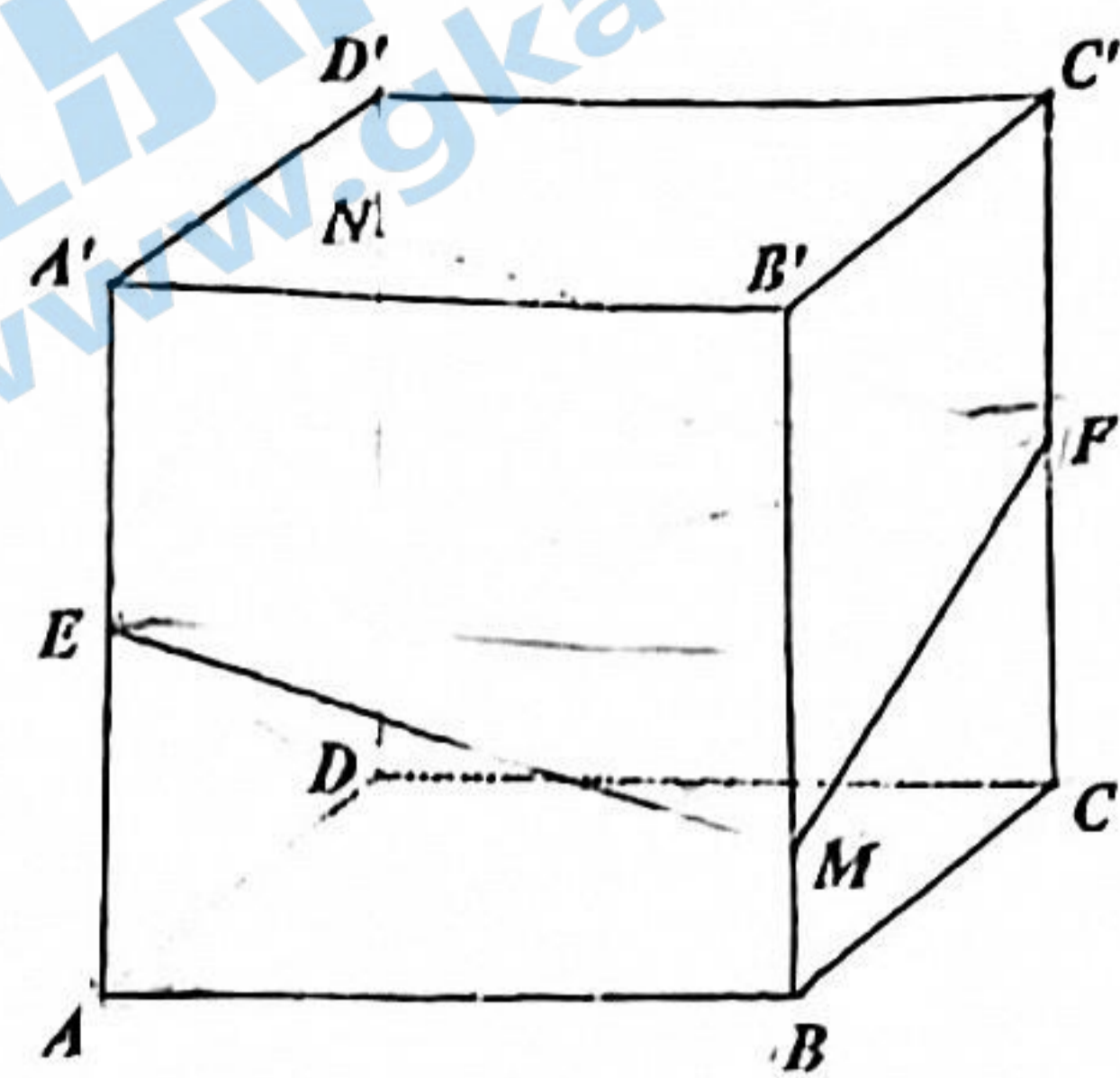
13. 如图, 一个立在水平地面上的圆锥形物体的母线长为 4m, 一只小虫从圆锥的底面圆上的点  $P$  出发, 绕圆锥表面爬行一周后回到点  $P$  处. 若该小虫爬行的最短路程为  $4\sqrt{2}$ m, 则圆锥底面圆的半径等于\_\_\_\_\_m.

14. 已知空间向量  $a, b$  满足  $|a|=|b|=1$ , 且  $a, b$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ ,  $O$  为空间直角坐标系的原点, 点  $A, B$  满足

$\vec{OA}=2\vec{a}+\vec{b}, \vec{OB}=3\vec{a}-\vec{b}$ , 则  $\triangle OAB$  的面积为\_\_\_\_\_.



15. 如图所示, 正方体  $ABCD-A'B'C'D'$  的棱长为 1,  $E, F$  分别是棱  $AA', CC'$  的中点, 过直线  $EF$  的平面分别与棱  $BB', DD'$  交于点  $M, N$ , 设  $BM = x, x \in (0, 1)$ , 给出以下四个命题:



- ① 四边形  $MENF$  为平行四边形;
- ② 若四边形  $MENF$  面积  $S = f(x), x \in (0, 1)$ , 则  $f(x)$  有最小值;
- ③ 若四棱锥  $A-MENF$  的体积  $V = p(x), x \in (0, 1)$ , 则  $p(x)$  是常函数;
- ④ 若多面体  $ABCD-MENF$  的体积  $V = h(x), x \in (\frac{1}{2}, 1)$ ,

则  $h(x)$  为单调函数.

其中真命题为\_\_\_\_\_。(填写序号)

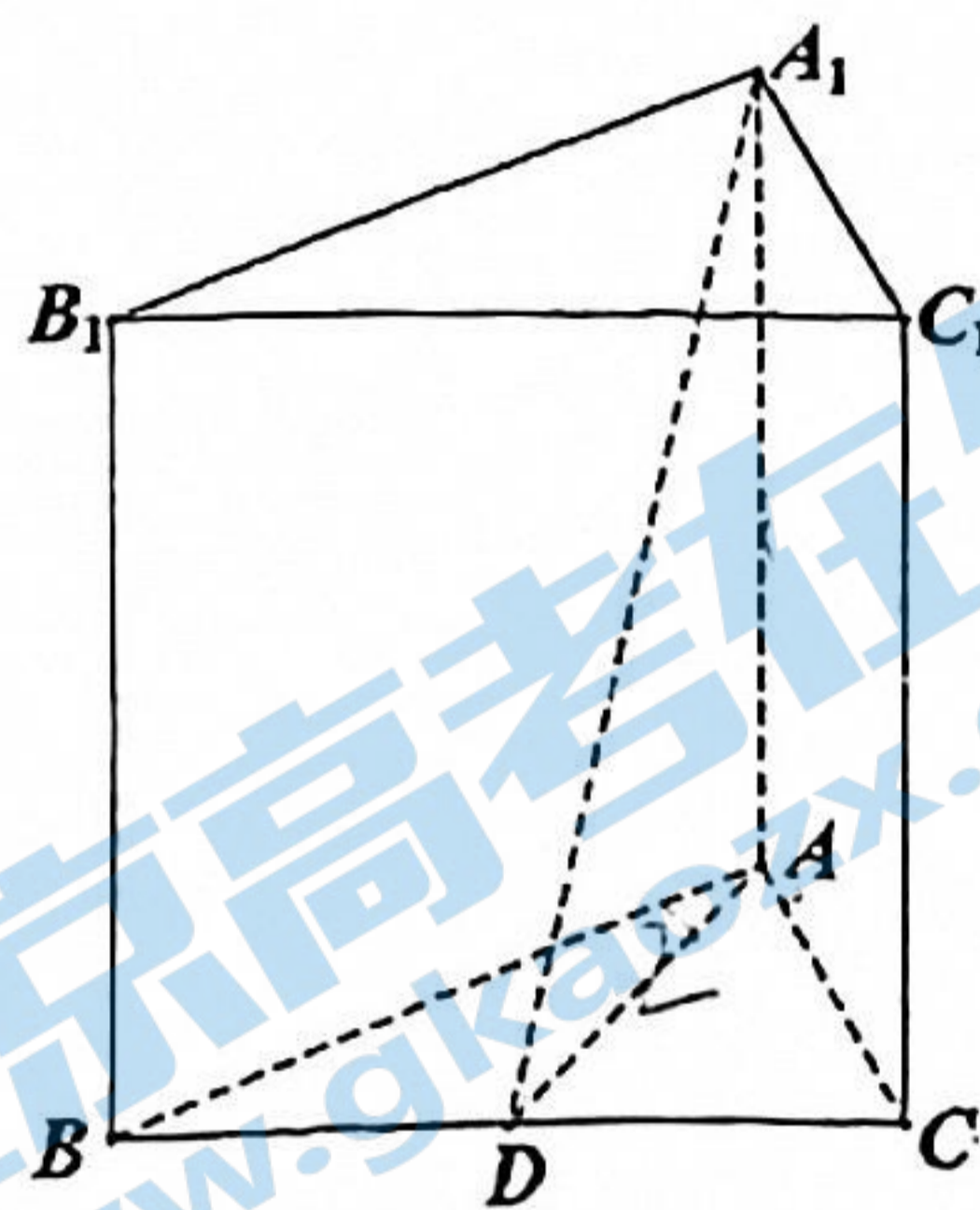
三、解答题 (本大题共 4 小题, 每小题 15 分, 共 60 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (本小题共 15 分)

如图, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $A_1A \perp$  底面  $ABC$ ,  $AB = AC$ ,  $D$  是  $BC$  的中点.

(I) 求证:  $BC \perp$  平面  $A_1AD$ ;

(II) 若  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $BC = A_1D = 4$ , 求三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的体积.



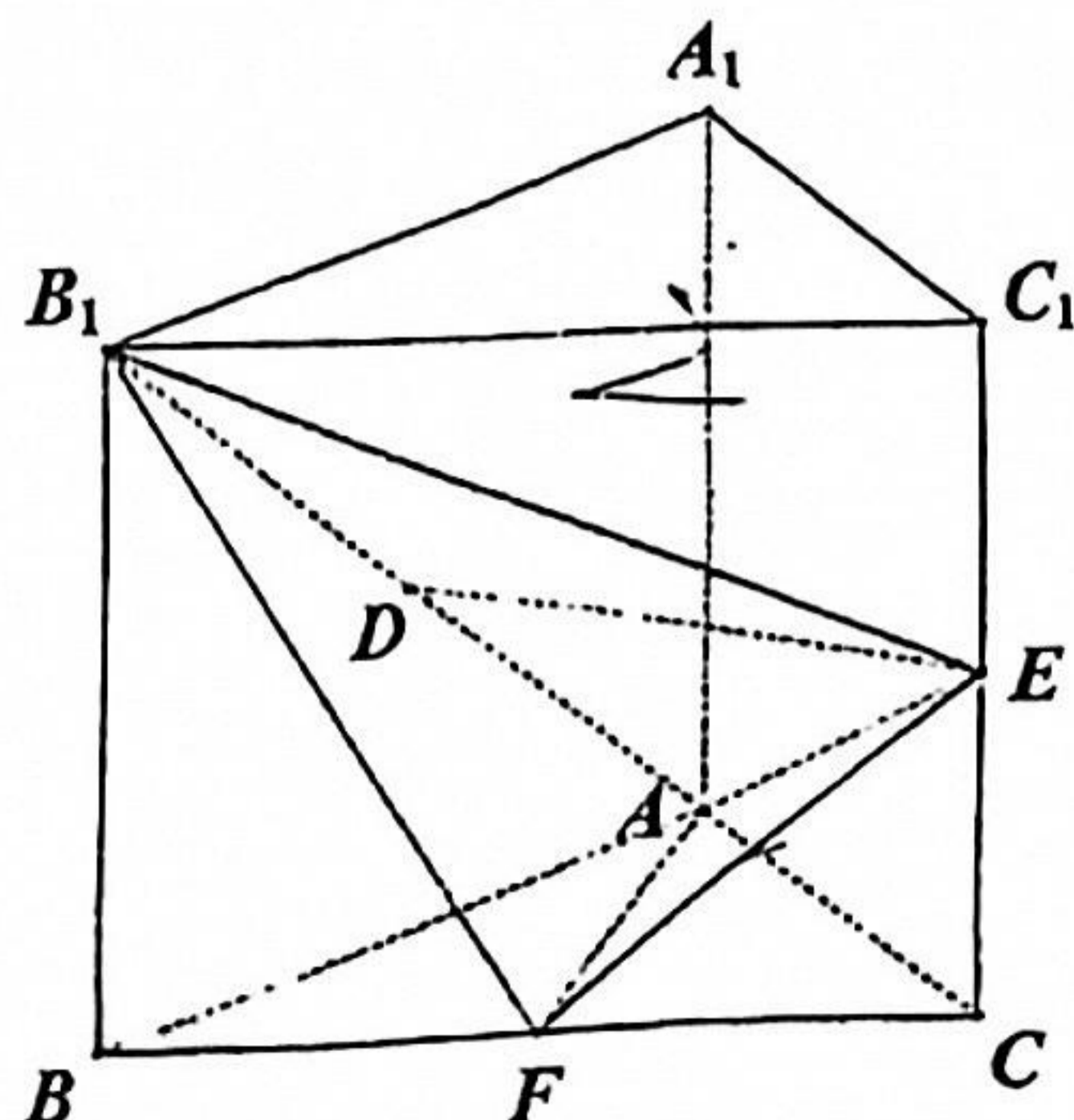
17. (本小题共 15 分)

已知直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $\triangle ABC$  为等腰直角三角形,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 且  $AB = AA_1$

$D, E, F$  分别为  $B_1A, C_1C, BC$  的中点.

(I) 求证: 直线  $DE \parallel$  平面  $ABC$ ;

(II) 求直线  $AB_1$  与平面  $AEF$  所成角的大小.

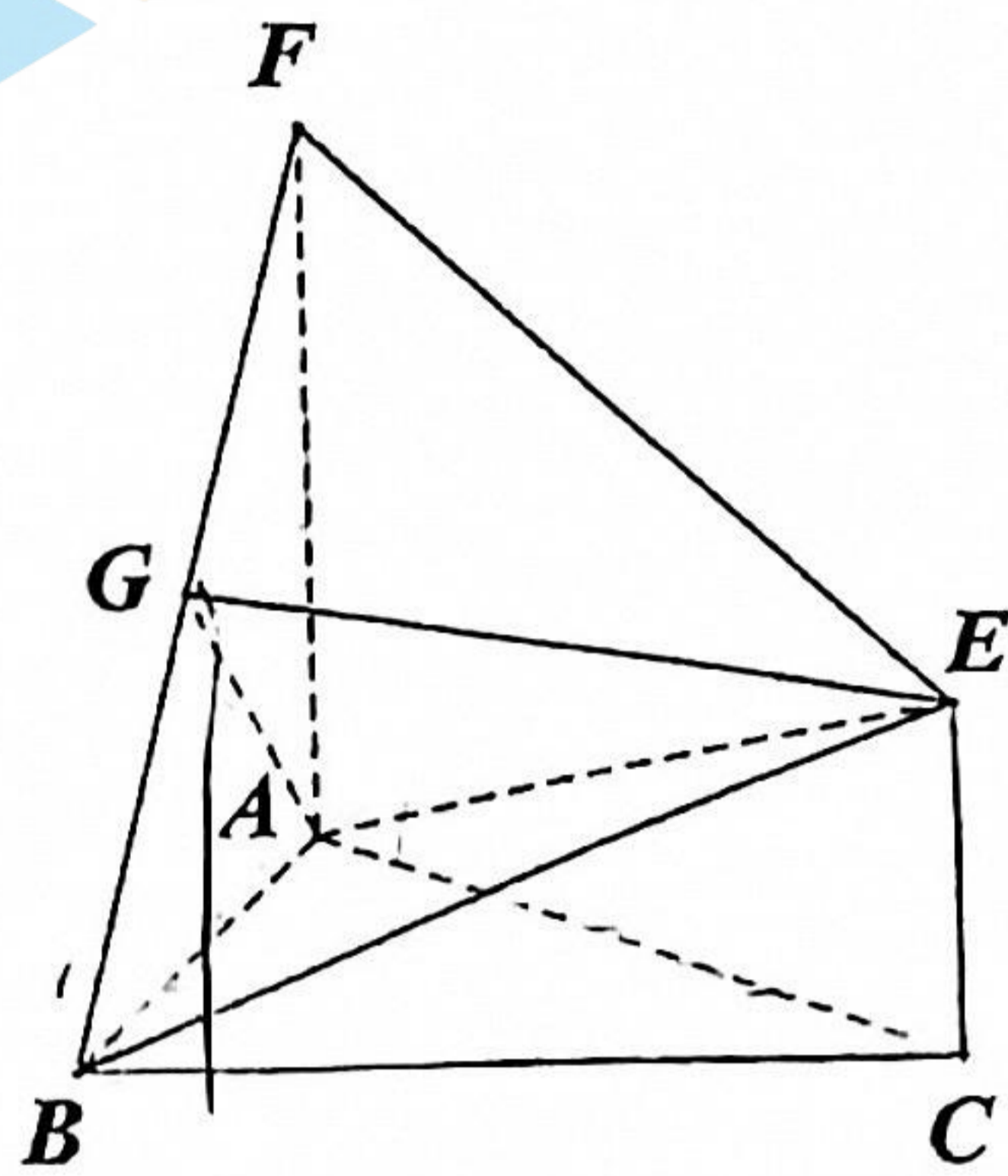




18. (本小题共 15 分)

如图, 三角形  $ABC$  和梯形  $ACEF$  所在的平面互相垂直,  $AB \perp BC$ ,  $AF \perp AC$ ,  $AF \parallel CE$ ,  $AF = 2CE$ ,  $G$  是线段  $BF$  上一点,  $AB = AF = BC = 2$ .

- (I) 当  $GB = GF$  时, 求证:  $EG \parallel$  平面  $ABC$ ;  
 (II) 求钝二面角  $E - BF - A$  的余弦值;  
 (III) 是否存在点  $G$  满足  $BF \perp$  平面  $AEG$ ? 并说明理由.



19. (本小题共 15 分)

首项为 0 的无穷数列  $\{a_n\}$  同时满足下面两个条件: ①  $|a_{n+1} - a_n| = n$ ; ②  $a_n \leq \frac{n-1}{2}$ .

- (I) 请写出  $a_4$  的所有可能值;  
 (II) 记  $b_n = a_{2n}$ , 若  $b_n < b_{n+1}$  对任意  $n \in \mathbb{N}^*$  成立, 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;  
 (III) 对于给定的正整数  $k$ , 求  $a_1 + a_2 + \dots + a_k$  的最大值.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018