

第40届全国中学生物理竞赛复赛试题

(2023年9月16日上午9:00-12:00)

考生必读

- 1、考生考试前请务必认真阅读本须知。
- 2、本试题共8道题，5页，总分为320分。
- 3、如遇试题印刷不清楚情况，请务必向监考老师提出。
- 4、需要阅卷老师评阅的内容一定要写在答题纸上；写在试题纸和草稿纸上的解答一律不能得分。

一、(40分)利用智能手机的相机可以进行光学实验。手机的镜头是一个由许多元件组成的系统，这些镜头元件被封装后只有几毫米厚，因此可以安装在厚度不到一厘米的手机中。相机的图像传感器以像素为单位记录所拍摄的物体的像，借助软件可以读取像的实际尺寸。在以下问题中，将手机镜头视为结构固定的共轴理想透镜组，可以证明其物像关系等效于一个凸透镜，可以利用薄透镜成像公式进行有关计算。与薄透镜不同的是，需要在光轴上确定一对参考点H、H'（称为主点）作为计算物距、像距、焦距的起点，如图1a所示。本题所有成像光路都满足近轴条件。

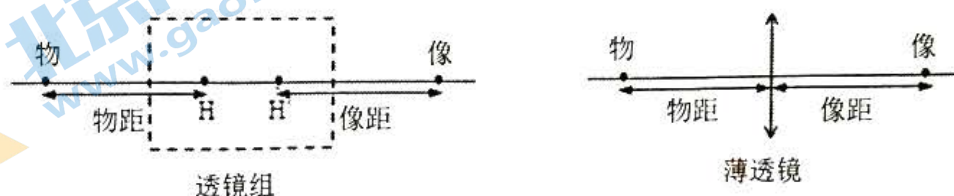


图1a. 透镜组的物像关系和薄透镜的物像关系

(1) 物体通过镜头成像时，由于透镜组封装在手机内部，在镜头结构与参数未知的情况下无法直接确定主点位置，因而无法直接用尺子测量物距 u 的具体数值。实验中，可以沿光轴前后移动与光轴垂直、长度为 l 的刻度尺，使其在物距为 u_1 和 u_2 的两个位置分别成像，测量出刻度尺移动的距离 $s = u_2 - u_1$ 和对应像的长度大小 l_1 、 l_2 。求：

- (i) 该镜头的等效焦距 F （用测得的 l 、 l_1 、 l_2 和 s 表示）；
- (ii) 物距 u_1 （用测得的 l 、 l_1 、 l_2 和 s 表示）。

(2) 若透镜组由两个焦距分别为 f_1 和 f_2 的共轴薄凸透镜1和2组成，它们的光心分别为 O_1 和 O_2 ，间距为 d 。物（实或虚）的光依次通过透镜1和2成像时，透镜组存在横向放大率为+1的一对物面和像面（称为主平面），它们与光轴的交点分别称为物方主点H和像方主点H'。

(i) 将H看作透镜1的“物”，求H相对于 O_1 的物距；将H'看作透镜2的“像”，求H'相对于 O_2 的像距。

(ii) 透镜组成像时，物距、物方焦距从物方主点H算起，像距、像方焦距从像方主点H'算起，求物方焦距 F 和像方焦距 F' 。

二、(40分)如图2a，将一个粗细均匀、两端封闭的细玻璃管弯成半径为 r 的半圆环（玻璃管的横截面半径远小于 r ），竖直固定于水平地面上，两端面与地面接触；玻璃管内有一个质量为 m 的活塞（薄金属片），活塞与管内壁密接，两者之间的摩擦可忽略不计，活塞在半圆环内相对于竖直方向的角位置记为 θ 。活塞两边管内各有 n 摩尔的理想气体，且其温度始终与外界温度 T （绝对温度）相同。已知重力加速度大小为 g ，普适气体常量为 R ，所有涉及的气体状态变化的过程均可视为准静态过程。

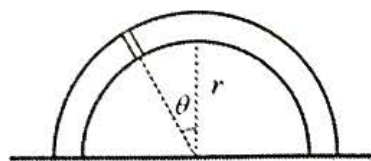


图2a

(1) 当温度 T 高于某临界温度 T_c 时，玻璃管的正中央（ $\theta=0$ ）是活塞的稳定平衡位置。求临界温度 T_c 的表达式，

并计算活塞在该平衡位置附近做微振动的圆频率；

(2) 当温度 $T = T_c$ 时，分析并判断活塞在玻璃管正中央时平衡的稳定性。

解答如下几问时，可将 T_c 看作为已知参量，不必代入 (1) 中的结果。

(3) 当 $T < T_c$ 时，求活塞的稳定平衡位置与竖直方向的夹角 θ_0 所满足的方程，并给出温度略小于 T_c 时 θ_0 的近似表达式（保留至非零的最低阶）；

(4) 当 $T < T_c$ 时，求活塞在稳定平衡位置附近微振动的圆频率 ω_0 对 θ_0 的依赖关系 $\omega_0(\theta_0)$ （表达式中可含有上一问中的 θ_0 参量，但不可包含 T 参量），并给出温度 T 略大于 T_c 和略小于 T_c 两种情况下，活塞微振动的圆频率对温度的依赖关系；

(5) 当 $T < T_c$ 时，假设活塞的初始速度近似为零，求活塞从正中央运动到可到达的角位置 θ 处的角速度大小。

三、(40 分) 如图 3a，倾角为 θ 、质量为 M 的三角形楔块放在光滑的水平地面上，其斜面上有一个质量为 m 、半径为 r 的匀质圆球，让该球从静止开始自由向下运动，整个过程中楔块无转动。重力加速度大小为 g ，假设圆球与楔块之间的静摩擦因数和滑动摩擦因数均为 μ 。

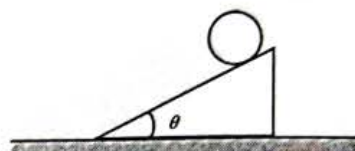


图 3a

(1) 若 μ 足够大，使得球无滑动地滚下，求：

(i) 楔块相对于地面的加速度的大小 a_0 ；

(ii) 匀质圆球质心相对于楔块的加速度的大小 a_c ；

(iii) 地面对楔块的支持力的大小 N ；

(iv) 楔块对圆球的支持力的大小 N_1 ；

(v) 为了使匀质圆球保持无滑滚动，球与楔块之间摩擦因数 μ 的最小可能值 μ_0 ；

(2) 若 μ 小于第 (1) (v) 问中的 μ_0 ，且楔块斜面足够长，求圆球从静止开始运动一段时间 Δt 后，圆球上与楔块接触的点 P 相对于楔块的速度。

四、(40 分) 北宋著名画家张择端所绘的《清明上河图》中有一座用木材制作的“编木拱桥”（图 4a），形成一道飞虹架设在河上。四百多年后达·芬奇也曾留下类似的设计手稿，至今为世人称奇。图 4b 是五个单元组成的编木拱桥实物模型，每个单元包含一对与纸面平行的长杆和一根垂直于纸面的短杆，它没有钉也没有卯，整个结构的所有组件在重力作用下互相挤压而结合在一起，靠支持力和摩擦力互相支撑，互相制约。真实桥梁需要在木材上开槽，以提升桥的安全性。

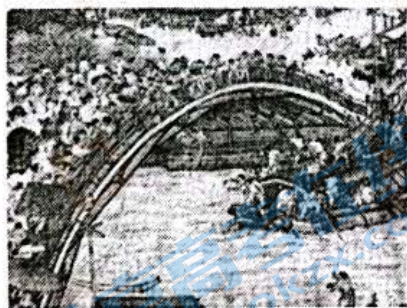


图 4a



图 4b

考虑一个简化的编木拱桥模型，即仅有三个单元的左右对称的拱桥，图 4c 是其侧视图。在简化模型下，只考虑拱桥在竖直平面（纸面）内的平衡，将与纸面平行的每一对长杆等效为一根质量为 M 的杆，则此编木拱桥可进一步简化为六根杆：三根短杆 A、A'、B 和三根长杆 C、D、D'。所有的杆都是半径为 R 的匀质圆柱体，没有开槽。短杆的质量均为 m ，长杆的长度均为 L ，长杆之间互不接触。短杆 B 表面是光滑的，其余杆之间的静摩

擦因数均为 μ ，杆与地面间的静摩擦因数为 μ' 。长杆 D、D' 与水平地面的夹角均为 θ 。重力加速度大小为 g 。

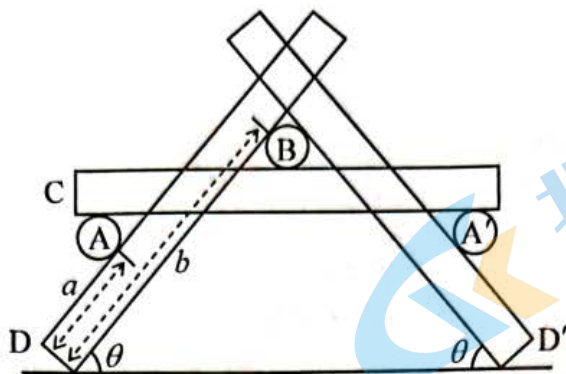


图 4c 三单元编木拱桥侧视图（简化为六根杆）

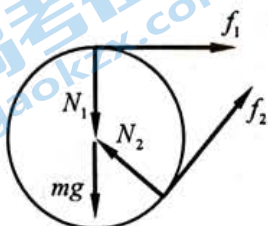


图 4d. A 杆的受力图

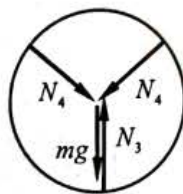


图 4e. B 杆的受力图

(1) 已知图 4c 中 D 杆下端到与 A 杆的接触点之间的长度为 a ，求 D 杆下端到与 B 杆的接触点之间的长度 b 的表达式。

(2) 系统平衡时，考虑到杆 A 与 A' 对称，杆 D 与 D' 对称，分析图 4c 中 A、B、C、D 四根杆的受力情况。图 4d、4e 分别给出了 A、B 两根杆的受力，请画出图 4c 中 C、D 两根杆的受力图，为简明起见，每一对作用力和反作用力请用同一符号表示。对 A、B、C、D 四根杆分别列出相应的力平衡方程（必要时包括力矩平衡方程）。

(3) 设 $M = 6m$ ， $\theta = 45^\circ$ ， $L = 30 \text{ cm}$ ， $a = 16 \text{ cm}$ ， $R = 2(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}$ ，试求静摩擦因数 μ 和 μ' 满足什么数值条件时，图 4c 所示的结构能保持平衡（数值结果保留三位有效数字）？

五、(40 分) 如图 5a，一个质量为 m 、带电量为 e 的正点电荷在固定于原点 O 处的电偶极子作用下运动，电偶极子的电偶极矩 p 指向 z 轴正方向。设 $r(t)$ 是点电荷在 t 时刻的位置矢量，其大小为 $r(t)$ ，与 p 的夹角为 $\theta(t)$ 。已知 $r(t=0) = r_0 > 0$ ， $\theta(t=0) = \theta_0$ ，真空介电常量为 ϵ_0 ，电偶极子的电场和电势分别为

$$E = \frac{3(p \cdot \hat{r})\hat{r} - p}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad \varphi = \frac{p \cdot r}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

其中 \hat{r} 为 r 的单位方向矢量。

(1) 假定点电荷在垂直于 z 轴的平面内绕着 z 轴作匀速圆周运动。据此确定 θ_0 以及点电荷作圆周运动的速度大小 v_0 。

(2) 假定 $t = 0$ 时刻点电荷是静止的，

(i) 求出在此后的运动过程中，点电荷相对原点 O 的角动量大小 L 对 θ 的依赖关系 $L(\theta)$ ；

(ii) 求出在此后的运动过程中，点电荷径向速率 v_r 对 r 的依赖关系 $v_r(r)$ ；

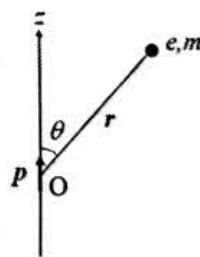


图 5a

- (iii) θ_0 满足什么条件时,点电荷的运动范围在空间上是有界的? 不考虑点电荷与偶极子碰撞的情形,如果 θ_0 的数值正好取有界运动的边界值时,确定点电荷在竖直平面内的运动轨道;
- (iv) 如果 θ_0 的数值可使点电荷的运动是无界的,求点电荷的径向距离随时间的变化关系 $r(t)$ 。

六、(40分)处在交变磁场中的块状导体,其内部会出现涡电流。利用涡电流的热效应可加热和冶炼金属;利用涡电流的机械效应实现对导体的制动、驱动、悬浮等。为了研究涡电流的这两个效应,考查如图 6a 所示的装置:半径为 b 、载有交变电流 $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ 的线圈固定在水平桌面上;重量为 G 、半径为 a 、电导率为 σ 的导体球的球心位于线圈中心正上方高为 h 处。设 $a \ll b$, 并设导体球的趋肤深度 $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} \ll a$, 其中 μ_0 为

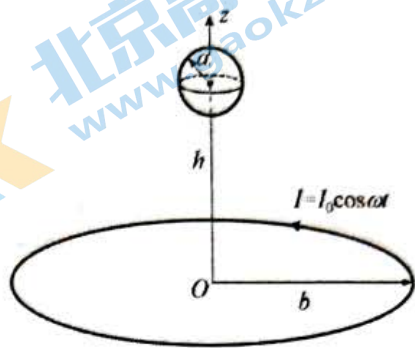


图 6a

真空磁导率。忽略电磁辐射。

(1) 将原本内部无磁场的、半径同为 a 的理想导体球 ($\sigma \rightarrow \infty$) 置于均匀、稳恒的外磁场 $B_e = B_e \hat{z}$ 中。已知此情形下磁化电流在球外产生的磁场 B' , 与置于球心处的理想磁偶极子 (相当于小电流环) 产生的磁场相同, 即 B' 可以表示为

$$B' = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(m \cdot \hat{r})\hat{r} - m]$$

其中 m 是小电流环的磁矩 (电流强度与面元矢量的乘积), 也是该理想导体球的磁矩。将 B_e 看作为已知, 求磁矩 m , 并确定导体球表面的面电流密度分布;

(2) 求图 6a 中所示的载流线圈在球心处 t 时刻产生的磁感应强度 B ;

(3) 为了使导体球能够悬浮在所给位置处, I_0 应近似为多大? (假设 ω 足够大, 以至于导体球在悬浮位置附近的振动幅度可忽略)。提示: 若磁偶极子的磁矩 m 与其所在位置处的外磁场 B_e 均与 z 轴平行, z 分量分别为 m 和 $B_e = B_e(z)$, 则磁偶极子所受安培力可以表示为

$$F = m \frac{dB_e}{dz} \hat{z}$$

(4) 计算涡电流的热效应时, 必须考虑在趋肤深度范围内的涡电流分布。为简单起见, 设涡电流在趋肤深度内沿着径向是均匀分布的, 而导体球内部其余各处的涡电流则为零。试求涡电流在一个周期内的平均热功率的近似表达式 (要求最终表达式中不含 δ 参量)。

七、(40分) 大气层最底部是对流层, 厚度约为 10 km。在对流层中, 空气的温度随高度升高而降低。对流层顶部之上 10 km 左右的范围内温度近似不随高度变化, 被称为同温层; 同温层之上一定高度范围内大气温度会随高度升高而升高, 被称为逆温层, 如图 7a 所示。在此基础上, 讨论如下问题:



图 7a

(1) 由于阳光照射, 地表附近的空气温度较高。对流层中温度变化可以看成是空气缓慢地绝热上升的结果。求对流层中空气温度和高度关系。设地表温度为 T_0 , 空气是理想气体, 其摩尔质量为 μ , 等压比热和等容比热的比值为常数 γ , 普适气体常量为 R 。对流层中重力加速度近似为常量 g 。

(2) 气体中声音的传播速度 $v_s = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{\text{绝热}}}$, 其中 p 是压强, ρ 是气体的密度。不

考虑风的影响, 求声速与空气温度 T 的关系, 并讨论图 7a 所示的大气各层中声速随高度的变化。

(3) 声波在声速不同的介质中传播时, 也会发生折射和反射, 遵循和光传播类似的规律。为简单起见, 可以把上述大气层模型进一步简化, 假设大气各层之间的界面为平面, 并且对流层的温度和逆温层中的温度都不随高度变化, 均为 -10°C , 同温层的温度为 -55°C 。在此模型中, 考虑一个位于同温层内的声源, 其发射的声波入

射到同温层与对流层/逆温层的界面上。请分析对于不同的入射角，这些声波的折射和反射行为，即在什么情形下，可以发生折射？在什么情形下，可以发生全反射？并定性画出相应情形下声波的传播图示。（ 0°C 为 273.15K ）。

(4) 仍简化地认为对流层、同温层和逆温层各自温度不随高度变化，其间分界面为同心球面，对流层与逆温层温度相同，且均高于同温层温度。现考虑一声源和一探测气球，二者均可处于对流层或同温层。忽略地面的反射以及在可以发生折射时的反射，不考虑大气对声波能量的吸收，按照声源和探测气球分别处于对流层和同温层的4种不同的情况，请指出在哪些情况下探测气球可以探测到远距离（几千 km 外）发出的声音，哪些情况下只能探测到短距离（小于 1000 km）发出的声音，并简要通过估算说明理由。已知地球半径 $R_e \approx 6371\text{ km}$ 。

八、(40 分) 采用 X 射线光谱与光电子能谱方法，可以获得物质结构的有关信息，相应的实验仪器结构示意图如图 8a 所示。图中 X 射线管由电子枪阴极和金属阳极构成，由阴极产生的电子被电压加速后与金属阳极碰撞产生 X 射线（不考虑电子与阳极碰撞前的辐射），其光谱包括连续的轫致辐射谱和分立的特征谱。实验上选取特定波长的特征 X 射线与材料靶相互作用，利用 X 射线光谱仪和光电子能谱仪分别探测出射的 X 射线和光电子。

已知：里德堡常量 $R_e = 10973731\text{ m}^{-1}$ ； $hc = 1240\text{ nm}\cdot\text{eV}$ ，其中 h 和 c 分别为普朗克常量和真空中的光速。

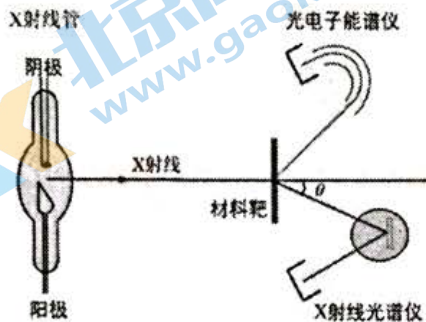


图 8a. 仪器结构示意图

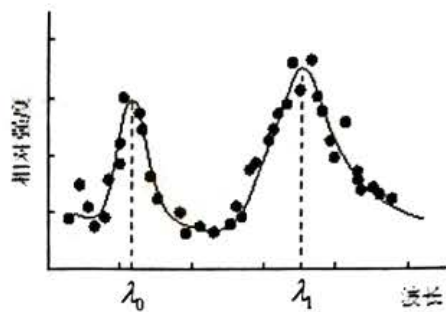


图 8b. 实验观测的 X 射线散射光谱

(1) 玻尔理论可用来解释氢原子及类氢原子或离子体系的能级与光谱，体系电子的能量和状态与量子数 n 有关。对于多电子原子体系，可以依据 n 的不同，把原子内部电子分为 K 壳层 ($n=1$)、L 壳层 ($n=2$) 和 M 壳层 ($n=3$) 等。已知 X 射线管中金属阳极原子的 K 壳层电子能量为 -20.1 keV ，

(i) 阴极发射的电子至少需要被多大的电压加速，才能使金属原子 K 壳层的一个电子电离，从而发生 L 壳层电子向 K 壳层跃迁，发射出特征 X 射线（称为该金属的 K_{α} 线）？（结果保留三位有效数字）

(ii) 在此加速电压下，X 射线管发出的连续 X 射线光的最短波长是多少？（结果保留三位有效数字）

(iii) 若该金属原子发出的 K_{α} 特征 X 射线光子能量为 17.44 keV ，试计算出该原子的核电荷数。

(2) 利用波长为 λ_0 的 K_{α} 射线与某一材料靶作用，假设材料靶中的电子静止，其静质量为 m 。已知散射 X 光与入射 X 光方向之间的夹角为 θ ，如图 8a 所示。求与电子散射后光的波长 λ_1 和光电子的动能。

(3) 实验上在 $\theta=135^{\circ}$ 处测量的散射光谱如图 8b 所示，可以看出有两个光谱峰。试说明这两个光谱峰（峰值波长分别为 λ_1 和 λ_0 ）的来源，以及 λ_1 光谱峰的宽度大于 λ_0 光谱峰的宽度的原因。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

