

2023 届高三考试 数学试题参考答案(文科)

1. B 由题意可得 $A = \{0, 1\}$, 则 $A \cap B = \{0, 1\}$.

2. B 由题意可得 $f'(x) = x^2 - 2f'(2)x + 1$, 则 $f'(2) = 2^2 - 4f'(2) + 1$, 解得 $f'(2) = 1$.

3. D 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10$ 千米, $BC = 15$ 千米, $\angle ABC = 120^\circ$, 则由余弦定理可得 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \sin \angle ABC = 475$, 则 $AC = 5\sqrt{19}$ 千米.

4. A 由题意可得 $\cos \alpha - 2\cos \alpha = -2\sin \alpha - \sin \alpha$, 则 $\cos \alpha = 3\sin \alpha$, 故 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$.

5. A 由 $\sin B + \cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 得 $\frac{\pi}{2} < B < \pi$, 则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形, 反之, 不一定成立, 故“ $\sin B + \cos B = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ”是“ $\triangle ABC$ 是钝角三角形”的充分不必要条件.

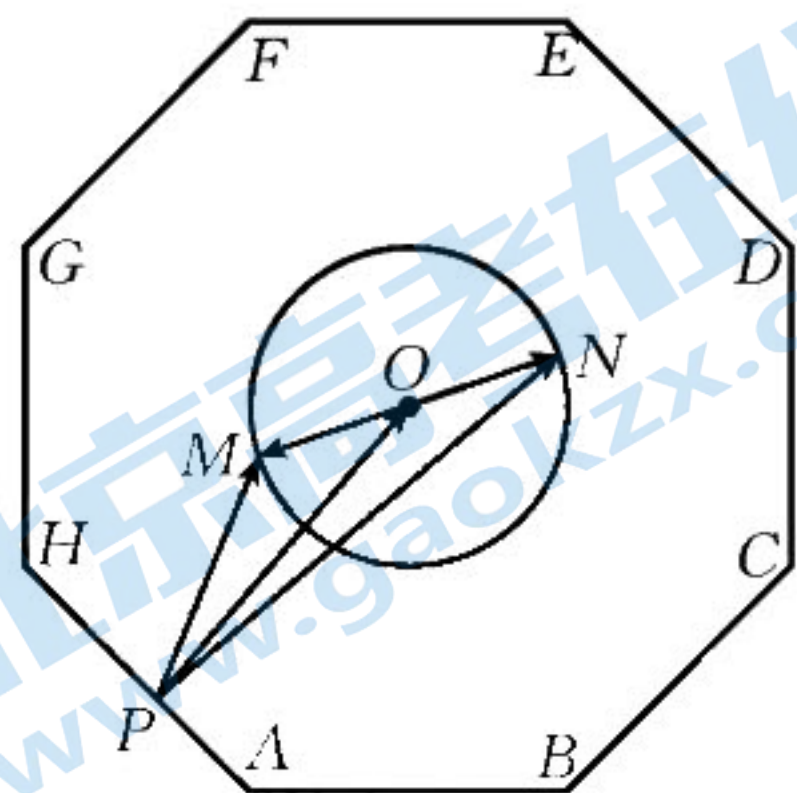
6. C 因为 $1 < a = 3^{0.1} < 3^{0.5} < 2$, $b = \log_{0.3} 0.5 < \log_{0.3} 0.3 = 1$, $c = \log_{0.5} 0.2 > \log_{0.5} 0.25 = 2$, 所以 $c > a > b$.

7. C 令 $f(x) = \cos(2x-x) - \cos(2x+x) = 2\sin 2x \sin x = 0$, 得 $\sin 2x = 0$ 或 $\sin x = 0$. 因为 $0 \leq x \leq \pi$, 所以 $0 \leq 2x \leq 2\pi$, 则 $x = 0$ 或 $x = \frac{\pi}{2}$ 或 $x = \pi$, 故 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的所有零点之和为 $\frac{3\pi}{2}$.

8. A 因为 $a > b > |m|$, 所以 $a + m > b + m > 0$, 则 $\frac{b+m}{a+m} < 1$.

9. B 设 $g(x) = f(x) - 1 = a(2^x - 2^{-x}) + bx$, 则 $g(-x) = a(2^{-x} - 2^x) - bx = -g(x)$, 从而 $f(-x) - 1 = -[f(x) - 1]$, 即 $f(-x) + f(x) = 2$, 故 $f(-2) + f(2) = 2$. 因为 $f(2) = 5$, 所以 $f(-2) = 2 - f(2) = -3$.

10. D 如图, 连接 PO . 因为 $\vec{PM} = \vec{PO} + \vec{OM}$, $\vec{PN} = \vec{PO} + \vec{ON} = \vec{PO} - \vec{OM}$, 所以 $\vec{PM} \cdot \vec{PN} = (\vec{PO} + \vec{OM}) \cdot (\vec{PO} - \vec{OM}) = \vec{PO}^2 - \vec{OM}^2$. 因为正八边形 $ABCDEFGH$ 内切圆的半径为 $2\sqrt{2} + 2$, $|AB| = 4$, 所以 $2\sqrt{2} + 2 \leq |\vec{PO}| \leq \sqrt{16 + 8\sqrt{2}}$. 因为 $|MN| = 4$, 所以 $|\vec{OM}| = 2$, 所以 $8 + 8\sqrt{2} \leq \vec{PO}^2 - \vec{OM}^2 \leq 12 + 8\sqrt{2}$, 即 $\vec{PM} \cdot \vec{PN}$ 的取值范围是 $[8 + 8\sqrt{2}, 12 + 8\sqrt{2}]$.



11. C 因为 $0 \leq x \leq 2\pi$, 所以 $-\frac{\pi}{6} \leq \omega x - \frac{\pi}{6} \leq 2\omega\pi - \frac{\pi}{6}$, 所以 $2\pi \leq 2\omega\pi - \frac{\pi}{6} < 3\pi$, 解

$$\text{得 } \frac{13}{12} \leq \omega < \frac{19}{12}.$$

12. C 设 $g(x) = f(x) - 2x + 3$, 则 $g'(x) = f'(x) - 2$. 因为 $f'(x) < 2$, 所以 $f'(x) - 2 < 0$, 即 $g'(x) < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减. 不等式 $f(2^x) > 2^{x+1} - 3$ 等价于不等式 $f(2^x) - 2 \times 2^x + 3 > 0$, 即 $g(2^x) > 0$. 因为 $f(4) = 5$, 所以 $g(4) = f(4) - 2 \times 4 + 3 = 0$, 所以 $g(2^x) > g(4)$. 因为 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $2^x < 4$, 解得 $x < 2$.

13. $-\frac{7}{2}$ 因为 $\mathbf{a} = (2, -3)$, $\mathbf{b} = (1, 2)$, 所以 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (m+2, -1)$. 因为 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$, 所以 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} = 0$, 即 $2(m+2) - 3 \times (-1) = 0$, 解得 $m = -\frac{7}{2}$.

14. 3 令 $t = 2x - 1$, 得 $x = \frac{t+1}{2}$, 则 $f(t) = 4 \times \frac{t+1}{2} + 5 = 2t + 7$. 因为 $f(a) = 13$, 所以 $2a + 7 = 13$, 解得 $a = 3$.

15. 4 因为 $\cos C = \frac{3}{4}$, 所以 $\sin C = \frac{\sqrt{7}}{4}$, 所以 $\frac{1}{2} ab \sin C = \frac{\sqrt{7}}{8} ab = 3\sqrt{7}$, 所以 $ab = 24$. 因为 $a + b + c = 14$, 所以 $a +$

$b=14-c$, 所以 $a^2+b^2+2ab=196-28c+c^2$, 所以 $a^2+b^2-c^2=148-28c$. 由余弦定理可得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$, 即 $c^2=a^2+b^2-36$, 所以 $a^2+b^2-c^2=36$, 则 $148-28c=36$, 解得 $c=4$.

16. -2 由题意可得 $\frac{x+2y+1}{x} - \frac{4}{x+y} = \frac{2x+4y}{x} - \frac{4x+8y}{x+y} = \frac{4(x+y)}{x} + \frac{4x}{x+y} - 10 \geq -2$, 当且仅当 $\frac{4(x+y)}{x} = \frac{4x}{x+y}$, 即 $x=1, y=0$ 时, 等号成立.

17. 解: (1) 因为 $(\sqrt{2}b-c)\cos A = a\cos C$, 所以 $\sqrt{2}\sin B\cos A = \sin A\cos C + \sin C\cos A$, 1分
 因为 $A+B+C=\pi$, 所以 $\sin B = \sin(A+C) = \sin A\cos C + \sin C\cos A$, 2分
 所以 $\sqrt{2}\sin B\cos A = \sin B$ 3分

因为 $0 < B < \pi$, 所以 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $A = \frac{\pi}{4}$ 5分

(2) 因为 $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以 $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 6分

则 $\sin C = \sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ 9分

因为 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$, 所以 $c = \frac{a\sin C}{\sin A} = \frac{5 \times \frac{3\sqrt{10}}{10}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 3\sqrt{5}$ 12分

18. 解: 由题意可得 $f'(x) = x^2 - ax - 4$ 1分

(1) 因为 p 是真命题, 所以 $f'(x) \leq 0$ 在 $[-1, 2]$ 上恒成立, 2分

则 $\begin{cases} f'(-1) \leq 0, \\ f'(2) \leq 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 1+a-4 \leq 0, \\ 4-2a-4 \leq 0, \end{cases}$ 4分

解得 $0 \leq a \leq 3$, 即 a 的取值范围为 $[0, 3]$ 6分

(2) 因为 $f'(x) = 0$ 在 $[1, m]$ 内有解, 所以 $a = x - \frac{4}{x}$ 在 $[1, m]$ 内有解, 则 $-3 \leq a \leq m - \frac{4}{m}$ 8分

因为“ p 是真命题”是“ q 是真命题”的充分不必要条件, 所以 $\begin{cases} m \geq 1, \\ m - \frac{4}{m} \geq 3, \end{cases}$ 10分

解得 $m \geq 4$, 即 m 的取值范围为 $[4, +\infty)$ 12分

19. 解: (1) $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x + 1 = 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + 1$ 3分

令 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 解得 $k\pi - \frac{\pi}{3} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$, 5分

则 $f(x)$ 的单调递增区间是 $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}] (k \in \mathbf{Z})$ 6分

(2) 由(1)可得 $g(x) = 2\sin[2(x - \frac{\pi}{6}) + \frac{\pi}{6}] + 1 = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1$ 8分

因为 $x \in [-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$, 所以 $2x - \frac{\pi}{6} \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$, 9分

所以 $\sin(2x - \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$, 所以 $2\sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1 \in [-\sqrt{3} + 1, 3]$, 11分

即 $g(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 内的值域为 $[-\sqrt{3} + 1, 3]$ 12分

20. 解: (1) 由表格中的数据可知函数 $y = g(t)$ 不单调.

因为在①②中, $y=g(t)$ 均为单调函数, 所以乙项目的收益 $g(t)$ 与投资金额 t 的函数关系为 $g(t)=a(t-m)^2+n(a \neq 0)$ 2分

把 $(40, 30), (55, 7.5), (100, 30)$ 分别代入 $g(t)=a(t-m)^2+n(a \neq 0)$,

$$\text{得} \begin{cases} a(40-m)^2+n=30, \\ a(55-m)^2+n=7.5, \\ a(100-m)^2+n=30, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{30}, \\ m=70, \\ n=0. \end{cases} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

故 $g(t)=\frac{1}{30}(t-70)^2$ 6分

(2) 设甲项目投资金额为 x 万元, 则乙项目投资金额为 $(100-x)$ 万元,

因为每个项目至少投资 20 万元, 所以 $\begin{cases} x \geq 20, \\ 100-x \geq 20, \end{cases}$ 解得 $20 \leq x \leq 80$ 7分

由题意可得 $f(x)=-\frac{1}{600}x^3+16x+\frac{1}{30}(100-x-70)^2=-\frac{1}{600}(x^3-20x^2-8400x-18000)$ 8分

设 $h(t)=t^3-20t^2-8400t-18000$, 则 $h'(t)=3t^2-40t-8400$ 9分

当 $t \in (20, 60)$ 时, $h'(t) < 0$, 当 $t \in (60, 80)$ 时, $h'(t) > 0$,

所以 $h(t)$ 在 $(20, 60)$ 上单调递减, 在 $(60, 80)$ 上单调递增, 则 $h(t)_{\min}=h(60)=-378000$ 10分

故 $f(x)_{\max}=f(60)=630$, 即对甲项目投资 60 万元, 乙项目投资 40 万元, 才能使总收益 $f(x)$ 取得最大值 630. 12分

21. (1) 解: 因为 $f(x)=\ln x-ex+2$, 所以 $f'(x)=\frac{1}{x}-e=\frac{1-ex}{x}$ 1分

当 $x \in (0, \frac{1}{e})$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $x \in (\frac{1}{e}, +\infty)$ 时, $f'(x) < 0$,

则 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{e}, +\infty)$ 上单调递减. 3分

故 $f(x)_{\max}=f(\frac{1}{e})=\ln \frac{1}{e}-e \cdot \frac{1}{e}+2=0$ 5分

(2) 证明: 因为 $x > 0, a \geq -\frac{1}{2}$, 所以 $2ax \geq -x$,

所以 $xe^x+2ax-\ln x-1 \geq xe^x-x-\ln x-1$ 7分

由(1)可知 $\ln x-ex+2 \leq 0$, 即 $\ln(xe)-xe+1 \leq 0$, 8分

则 $\ln(xe^x)-xe^x+1 \leq 0$, 即 $xe^x-x-\ln x-1 \geq 0$, 10分

当且仅当 $xe^x=1$ 时, 等号成立. 11分

故 $xe^x+2ax-\ln x-1 \geq xe^x-x-\ln x-1 \geq 0$ 12分

22. 解: (1) 由 $\begin{cases} x=2\cos \alpha, \\ y=\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 得 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$,

故曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 2分

由 $2\rho \cos \theta-\rho \sin \theta+2=0$, 得 $2x-y+2=0$.

故直线 l 的直角坐标方程为 $2x-y+2=0$ 4分

(2) 由题意可知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{\sqrt{5}}{5}t, \\ y=2+\frac{2\sqrt{5}}{5}t \end{cases}$ (t 为参数). 5分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程并整理得 $17t^2 + 32\sqrt{5}t + 60 = 0$, 7分

设 A, B 对应的参数分别是 t_1, t_2 ,

则 $t_1 + t_2 = -\frac{32\sqrt{5}}{17}, t_1 t_2 = \frac{60}{17}$, 8分

故 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|} = \frac{|t_1| + |t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{|t_1 + t_2|}{|t_1 t_2|} = \frac{8\sqrt{5}}{15}$ 10分

23. 解: (1) 因为 $f(x) = |x-3| + |x+2| = \begin{cases} -2x+1, & x \leq -2, \\ 5, & -2 < x < 3, \\ 2x-1, & x \geq 3, \end{cases}$ 2分

所以 $f(x) \leq 7$ 等价于 $\begin{cases} x \leq -2, \\ -2x+1 \leq 7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -2 < x < 3, \\ 5 \leq 7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \geq 3, \\ 2x-1 \leq 7, \end{cases}$ 3分

解得 $-3 \leq x \leq 4$, 即不等式 $f(x) \leq 7$ 的解集为 $[-3, 4]$ 5分

(2) 因为 $f(x) = |x-3| + |x+a| \geq |a+3|$, 7分

所以 $|a+3| \geq 2$, 所以 $a+3 \geq 2$ 或 $a+3 \leq -2$ 8分

解得 $a \geq -1$ 或 $a \leq -5$, 即 a 的取值范围是 $(-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$ 10分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯