高二第二学期期末试卷

数学

（清华附中高 21 级） 2023.7.

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．设集合 $A=\{x\mid x=3k+1,k\in Z\},B=\{x\mid x=3k+2,k\in Z\}$，$U$ 为整数集，$\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A．$\{x\mid x=3k,k\in \mathbf{Z}\}$　　B．$\{x\mid x=3k-1,k\in Z\}$

C．$\{x\mid x=3k-2,k\in Z\}$　　D．$\varnothing$

2．已知复数 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{2+2\mathrm{i}}$，则 $z-\bar{z}=$（　　）

A．$-\mathrm{i}$　　B．i　　C. 0　　D. 1

3．“$\varphi=\pi$”是“曲线 $y=\sin(2x+\varphi)$ 过坐标原点”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．设 d 为动点 $P(\cos\theta,\sin\theta)$ 到直线 $x-y-2=0$ 的距离，则 d 的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}-1$　　B．$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．3

5．函数 $f(x)$ 的图象向右平移1个单位长度，所得图象与曲线 $y=\mathrm{e}^x$ 关于 y 轴对称，则 $f(x)=$（　　）

A．e^{x+1}　　B．e^{x-1}　　C．e^{-x+1}　　D．e^{-x-1}

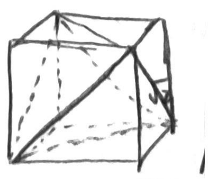
6．无穷等比数列 $\{a_n\}$ 中，前 n 项和为 S_n，若 $a_1>0$ 且 $S_n>0\ (n=1,2,3,\cdots)$，则公比 q 的取值范围是（　　）

A．$(0,+\infty)$　　B．$(-1,0)\cup(0,+\infty)$　　C．$(-1,0)\cup(0,1)$　　D．$(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$

7．已知 A,B,C 是单位圆上不同的三点，$AB=AC$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的最小值为（　　）

A．0　　B．$-\dfrac{1}{4}$　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．-1

8．下列物体中，能够被整体放入棱长为 1（单位：m）的正方体容器（容器壁厚度忽略不计）内的有（　　）



A．直径为1.01m 的球体

B．所有棱长均为1.42m 的四面体

C．底面直径为0.01m，高为1.8m 的圆柱体

D．底面直径为1.2m，高为0.01m 的圆柱体

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

9．过点$(0,-2)$与圆$x^2+y^2-4x-1=0$相切的两条直线的夹角为α，则$\sin\alpha=$（　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{15}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

10．噪声污染问题越来越受到重视．用声压级来度量声音的强弱，定义声压级$L_p=20\times\lg\frac{p}{p_0}$，其中常数$p_0(p_0>0)$是听觉下限阈值，$p$是实际声压．下表为不同声源的声压级：

声源	与声源的距离/m	声压级/dB
燃油汽车	10	$60\sim90$
混合动力汽车	10	$50\sim60$
电动汽车	10	40

已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车10m处测得实际声压分别为p_1,p_2,p_3，则（　　）

A. $p_1<3p_3$　　B. $p_2>10p_3$

C. $p_3=1000p_0$　　D. $p_2\le p_1\le 100p_2$

第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题共5小题，每小题5分，共25分。

11．在$(1-2x)^6$的展开式中，x^3的系数为________．（用数字作答）

12．在$\triangle ABC$中，若$a=2$，$b+c=7$，$\cos B=-\frac{1}{4}$，则$b=$________．

13．在直角坐标系xOy中，直线l过抛物线$y^2=4x$的焦点F，且与该抛物线相交于A，B两点，其中点A在x轴上方．若直线l的倾斜角为$60°$，则$\triangle OAF$的面积为________．

14．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$．点$A$在$C$上，点$B$在$y$轴上，$\overrightarrow{F_1A}\perp\overrightarrow{F_1B},\overrightarrow{F_2A}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$，则$C$的离心率为________．

15．已知集合M是具有以下性质的函数$f(x)$的全体：对于任意s，$t>0$，都有$f(s)>0$，$f(t)>0$，且$f(s)+f(t)<f(s+t)$．给出下列四个结论：

①函数$g(x)=\log_2(x+1)$属于M；

②函数$h(x)=2^x-1$属于M；

③若$f(x)\in M$，则$f(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增；

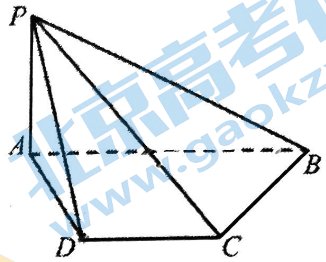
④若$f(x)\in M$，则对任意给定的正数s，一定存在某个正数t，使得当$x\in(0,t]$时，恒有$f(x)<s$．

其中所有正确结论的序号是________．

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题 13 分）四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面$ABCD$，$PA=CD=1, AB=BC=2, PC=3$，$AB//CD$



（Ⅰ）求证：$BC\perp$ 平面PAB；

（Ⅱ）求二面角 $A\text{-}PD\text{-}C$ 的余弦值.

17.（本小题 13 分）已知函数$f(x)=2\sin\omega x\cos\varphi+2\sin\varphi\left(1-2\sin^2\frac{\omega x}{2}\right), \omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2}$.

（Ⅰ）若$f(x)$图象的相邻两条对称轴之间的距离为π，求ω的值；

（Ⅱ）若$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$上单调递增，且$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，求ω、φ的值.

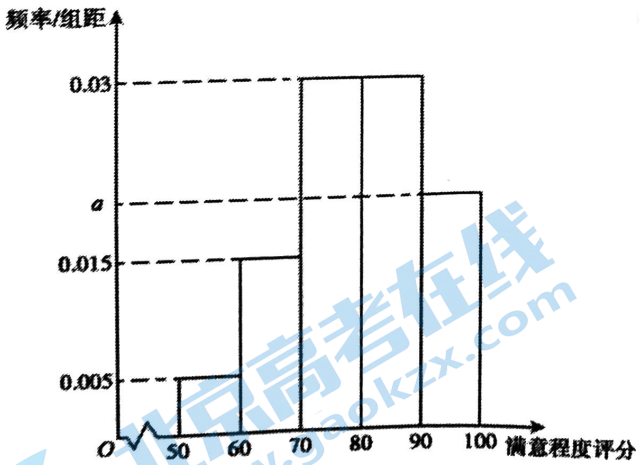
条件①：$f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-2$；

条件②：$-\frac{\pi}{12}$是$f(x)$的一个零点；

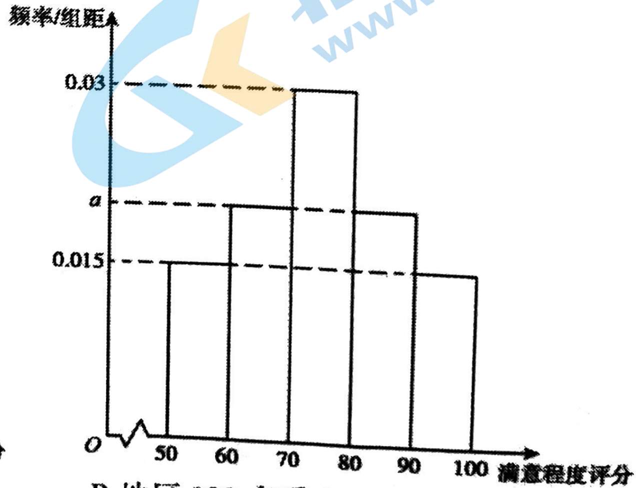
条件③：$f\left(-\frac{\pi}{3}\right)+f\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅱ）问得 0 分；如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（本小题 14 分）为方便A，B两地区的乘客早晚高峰通勤出行，某公交集团新开通一条快速直达专线．该线路运营一段时间后，为了解乘客对该线路的满意程度，从A，B两地区分别随机抽样调查了100名乘客，将乘客对该线路的满意程度评分分成5组：[50,60)，[60,70)，[70,80)，[80,90)，[90,100]，整理得到如下频率分布直方图：



A 地区 100 名乘客满意程度评分



B 地区 100 名乘客满意程度评分

根据乘客满意程度评分，将乘客的满意程度分为三个等级：

满意程度评分	[50,70)	[70,90)	[90,100]
满意程度等级	不满意	满意	非常满意

关注北京高考在线官方微信：　京考一点通（微信号:bjgkzx），　获取更多试题资料及排名分析信息。

用频率估计概率.

(Ⅰ)从A地区随机抽取 1 名乘客，估计该乘客的满意程度等级是非常满意的概率；

(Ⅱ)假设两地区乘客的评分相互独立，从A地区与B地区各随机抽取 2 名乘客，记事件C为“抽取的 4 名乘客中，至少有 3 名乘客的满意程度等级是满意或非常满意”，估计事件C的概率；

(Ⅲ) 设μ_1为从A地区随机抽出的这100名乘客的满意程度评分的平均数，μ_2为从B地区随机抽出的这100名乘客的满意程度评分的平均数，μ为从A，B两地区随机抽出的这200名乘客的满意程度评分的平均数，试比较$|\mu_1-\mu|$与$|\mu_2-\mu|$的大小，并说明理由.

19.（本小题 15 分）已知函数$f(x)=\ln(ax+b)-x^2$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y=-x$.

（Ⅰ）求a、b的值；

（Ⅱ）求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅲ）令$g(x)=f(x)+\frac{3}{2}x^2-mx$，若函数$g(x)$的极小值小于0，求$m$的取值范围.

20.（本小题 15 分）已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，离心率$e=\frac{1}{2}$，点$A$为$E$的左顶点，点$F$为$E$的右焦点，$|AF|=3$.

（Ⅰ）求椭圆E的标准方程；

（Ⅱ）过点F的直线l（不与x轴重合）与椭圆E交于M,N两点，直线AM,AN分别交直线$x=4$于P,Q两点，线段PQ中点为R，$\Delta MPR,\Delta MRN,\Delta NRQ$的面积分别为$S_1,S_2,S_3$，求$\frac{S_1+S_3}{S_2}$的值.

2 .

21.（本小题 15 分）给定正整数k,m，其中$2\le m\le k$，如果有限数列$\{a_n\}$同时满足下列两个条件，则称$\{a_n\}$为$(k,m)-$数列. 记$(k,m)-$数列的项数的最小值为$G(k,m)$.

条件①：$\{a_n\}$的每一项都属于集合$\{1,2,\cdots,k\}$；

条件②：从集合$\{1,2,\cdots,k\}$中任取m个不同的数排成一列，得到的数列都是$\{a_n\}$的子列.

注：从$\{a_n\}$中选取第i_1项、第i_2项、…、第i_s项$(i_1<i_2<\cdots<i_s)$形成的新数列a_{i_1}，a_{i_2}，…，a_{i_s}称为$\{a_n\}$的一个子列.

（Ⅰ）分别判断下面两个数列，是否为$(3,3)-$数列，并说明理由；

数列A_1：1,2,3,1,2,3,1,2,3；

数列A_2：1,2,3,2,1,3,1.

（Ⅱ）求$G(k,2)$的值；

（Ⅲ）求证：$G(k,k)\ge\frac{k^2+3k-4}{2}$.

请将全部答案都写在答题纸上！

关注北京高考在线官方微信：　京考一点通　（微信号:bjgkzx），　获取更多试题资料及排名分析信息。

北京高一高二高三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年7月北京各区各年级期末试题&答案汇总**】专题，及时更新 最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】或者底部栏目<**高一高二→期末试题**>， 进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！