

2024 年汕头市普通高考第一次模拟考试

数 学

注意事项：

1. 答题前，考生在答题卡上务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号填写清楚，并贴好条形码。请认真核准条形码上的准考证号、姓名和科目。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。
4. 考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷 选择题

一、**选择题：**本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. “ $a > \frac{1}{2}$ ” 是 “ $\frac{1}{2} < 2$ ” 的

A. 充分不必要条件	B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件	D. 充要条件
2. 在 3 与 15 之间插入 3 个数，使这 5 个数成等差数列，则插入的 3 个数之和为

A. 21	B. 24	C. 27	D. 30
-------	-------	-------	-------
3. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $A = 60^\circ$ ， $b = 10$ ，则下列 a 的取值中，使得该三角形有两解的是

A. $a = 8$	B. $a = 9$	C. $a = 10$	D. $a = 11$
------------	------------	-------------	-------------
4. $\left(1 + \frac{1}{x^3}\right)(1+x)^7$ 展开式中 x^3 项的系数为

A. 42	B. 35	C. 7	D. 1
-------	-------	------	------
5. 已知函数 $f(x) = \ln \frac{m+x}{1-n-x}$ ($m > 0, n > 0$) 是奇函数，则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为

A. 3	B. 5	C. $3 + 2\sqrt{2}$	D. $3 + 4\sqrt{2}$
------	------	--------------------	--------------------
6. 在复数范围内，下列命题是真命题的为

A. 若 $z \neq 0$ ，则 $z - \bar{z}$ 是纯虚数	B. 若 $z^2 = - z ^2$ ，则 z 是纯虚数
C. 若 $z_1^2 + z_2^2 = 0$ ，则 $z_1 = 0$ 且 $z_2 = 0$	D. 若 z_1, z_2 为虚数，则 $z_1 z_2 + \bar{z}_1 \bar{z}_2 \in \mathbb{R}$
7. 已知圆锥的顶点为 S ， O 为底面圆心，母线 SA 与 SB 互相垂直， $\triangle SAB$ 的面积为 8， SA 与圆锥底面所成的角为 30° ，则

A. 圆锥的高为 1	B. 圆锥的体积为 24π
C. 圆锥侧面展开图的圆心角为 $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$	D. 二面角 $S-AB-O$ 的大小为 45°

经测量，点 A 、 C 分别位于点 O 正北方向 60m、正东方向 170m 处， $\tan \angle BCO = \frac{4}{3}$ 。根据图中所给的平面直角坐标系，下列结论中，正确的是

- A. 新桥 BC 的长为 150m
- B. 圆心 M 可以在点 A 处
- C. 圆心 M 到点 O 的距离至多为 35m
- D. 当 OM 长为 20m 时，圆形保护区的面积最大

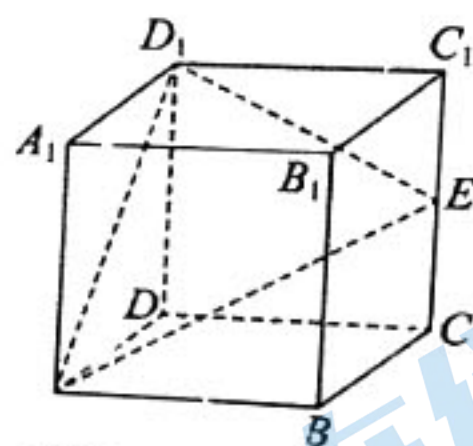
第 II 卷 非选择题

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。第 13、14 题第一空 2 分，第二空 3 分。

12. 已知成对样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) (n \geq 2)$ 中， x_1, x_2, \dots, x_n 不全相等，且所有样本点 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 都在直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 上，则这组成对样本数据的样本相关系数 $r =$ _____。

13. 已知 C 为 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 1，圆心为点 O ，且满足 $4\vec{OC} = -2\vec{OA} - 3\vec{OB}$ ，则 $\cos \angle AOB =$ _____， $\vec{AB} \cdot \vec{OA} =$ _____。

14. 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是棱 CC_1 的中点，记平面 AD_1E 与平面 $ABCD$ 的交线为 l_1 ，平面 AD_1E 与平面 ABB_1A_1 的交线为 l_2 ，若直线 AB 分别与 l_1, l_2 所成的角为 α, β ，则 $\tan \alpha =$ _____， $\tan(\alpha + \beta) =$ _____。



(第 14 题图)

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ ，其中 $b_n = 2^{a_n}$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 。

(1) 若 $a_n = 2n$ ，求 S_n ；

(2) 若 $\{b_n\}$ 是等比数列， $S_n = 3n$ ，求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式。

16. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = ax - \frac{1}{x} - (a+1)\ln x (a \in \mathbb{R})$

(1) 当 $a = -1$ 时，求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程；

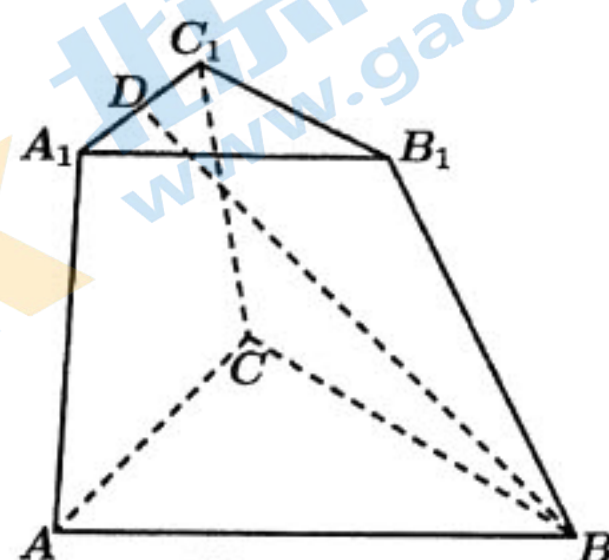
(2) 若 $f(x)$ 既存在极大值，又存在极小值，求实数 a 的取值范围。

17. (本小题满分 15 分)

如图, 三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面四边形 ACC_1A_1 为等腰梯形, 底面三角形 ABC 为正三角形, 且 $AC=2A_1C_1=2$. 设 D 为棱 A_1C_1 上的点.

(1) 若 D 为 A_1C_1 的中点, 求证: $AC \perp BD$;

(2) 若三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{7}{8}$, 且侧面 $ACC_1A_1 \perp$ 底面 ABC , 试探究是否存在点 D , 使直线 BD 与平面 BCC_1B_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{10}$? 若存在, 确定点 D 的位置; 若不存在, 说明理由.



(第 17 题图)

18. (本小题满分 17 分)

已知点 $M(x_0, y_0)$ 为双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 上的动点.

(1) 判断直线 $\frac{x_0x}{2} - y_0y = 1$ 与双曲线的公共点个数, 并说明理由;

(2) (i) 如果把 (1) 的结论推广到一般双曲线, 你能得到什么相应的结论? 请写出你的结论, 不必证明;

(ii) 将双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线称为“退化的双曲线”, 其方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$, 请利用该方程证明如下命题: 若 $T(m, n)$ 为双曲线 C 上一点, 直线 $l: \frac{mx}{a^2} - \frac{ny}{b^2} = 1$ 与 C 的两条渐近线分别交于点 P, Q , 则 T 为线段 PQ 的中点.

19. (本小题满分 17 分)

2023 年 11 月, 我国教育部发布了《中小学实验教学基本目录》, 内容包括高中数学在内共有 16 个学科 900 多项实验与实践活动.

我市某学校的数学老师组织学生到“牛田洋”进行科学实践活动, 在某种植番石榴的果园中, 老师建议学生尝试去摘全园最大的番石榴, 规定只能摘一次, 并且只可以向前走, 不能回头. 结果, 学生小明两手空空走出果园, 因为他不知道前面是否有更大的, 所以没有摘, 走到前面时, 又发觉总不及之前见到的, 最后什么也没摘到.

假设小明在果园中一共会遇到 n 颗番石榴 (不妨设 n 颗番石榴的大小各不相同), 最大的那颗番石榴出现在各个位置上的概率相等, 为了尽可能在这些番石榴中摘到那颗最大的, 小明在老师的指导下采用了如下策略: 不摘前 $k (1 \leq k < n)$ 颗番石榴, 自第 $k+1$ 颗开始, 只要发现比他前面见过的番石榴大的, 就摘这颗番石榴, 否则就摘最后一颗.

设 $k = tn$, 记该学生摘到那颗最大番石榴的概率为 P .

(1) 若 $n=4, k=2$, 求 P ;

(2) 当 n 趋向于无穷大时, 从理论的角度, 求 P 的最大值及 P 取最大值时 t 的值.

(取 $\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{n-1} = \ln \frac{n}{k}$)

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：[京考一点通](#)，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

