2023～2024 学年高三核心模拟卷(上)

数学(一)参考答案

1. D　全称量词命题的否定为存在量词命题，A，C 错误；哥德巴赫猜想的否定为“存在一个大于 2 的偶数不能写成两个质数之和”. 故选 D.

2. A　由 $A\cap B\neq\varnothing$，得 $a=-1$，或 $a^2-2=2$，或 $a^2-2=a$，解得 $a=-1$，$a=\pm2$，但 $a=-1$，$a=2$ 不满足集合中元素的互异性，$a=-2$ 符合，所以 $a=-2$. 故选 A.

3. D　由题意知 $f'(x)=e^x-3x^2+2f'(0)x-f'(0)$，所以 $f'(0)=1-f'(0)$，解得 $f'(0)=\frac{1}{2}$. 故选 D.

4. B　$m^3<1\Leftrightarrow m<1$，$m^2<1\Leftrightarrow -1<m<1$. 由 $-1<m<1$ 可以推出 $m<1$，但 $m<1$ 推不出 $-1<m<1$，故“$m^3<1$”是“$m^2<1$”的必要不充分条件. 故选 B.

5. C　由幂函数的定义可知，$2m^2-3m-1=1$，即 $2m^2-3m-2=0$，解得 $m=2$ 或 $m=-\frac{1}{2}$. 当 $m=2$ 时，$f(x)=x^2$，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，不合题意；当 $m=-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，符合题意，故 $m=-\frac{1}{2}$. 故选 C.

6. C　由题意可知 $a<0$，且 $-3+(-2)=-\frac{b}{a}$，$-3\times(-2)=-\frac{c}{a}$，所以 $b=5a$，$c=-6a$，所以 $bx^2+cx+a>0$ 化为 $5x^2-6x+1<0$，解得 $\frac{1}{5}<x<1$. 故选 C.

7. A　由题意可知 $a>0$，$b>0$，且 $ab=a-b+5$，所以 $b=\frac{a+5}{a+1}$，则该矩形的周长为 $l=2(a+b)=2\left(a+\frac{a+5}{a+1}\right)=2\left[(a+1)+\frac{4}{a+1}\right]\geqslant2\times2\sqrt{(a+1)\cdot\frac{4}{a+1}}=8$，当且仅当 $a+1=\frac{4}{a+1}$，即 $a=1$，$b=3$ 时，取得等号，此时 $S=3$. 故选 A.

8. B　设 $f(x)=x^2+\log_2x$，易知 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{4}<0$，$f(1)=1>0$，所以 $\frac{1}{2}<a<1$；设 $g(x)=\left(\frac{1}{2\,023}\right)^x-\log_{2\,023}x$，易知 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，又 $g(1)=\frac{1}{2\,023}>0$，$g(2\,023)=\left(\frac{1}{2\,023}\right)^{2\,023}-1<0$，所以 $1<b<2\,023$，因为 $c=\log_7\sqrt{6}<\log_7\sqrt{7}=\frac{1}{2}$，所以 $c<\frac{1}{2}$. 综上可知，$c<a<b$. 故选 B.

9. AB　因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $f(f(x))$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，故 A 正确；因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，$g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，所以 $f(g(x))$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，故 B 正确；因为 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，所以 $-g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，因为 $-g(x)$ 是否在 $(-\infty,0)$ 上无法判断，所以 $g(-g(x))$ 在 $(-\infty,0)$ 上的单调性无法判断，故 C 错误；因为 $-f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，$g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，因 $-f(x)$ 是否在 $[0,+\infty)$ 上无法判断，所以 $g(-f(x))$ 在 $[0,+\infty)$ 上的单调性无法判断，故 D 错误. 故选 AB.

10. ABC　由 $\frac{1}{\sqrt{a}}<\frac{1}{\sqrt{b}}$ 知 $a>0$，$b>0$，$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，所以 $ab\times\frac{1}{a}<\frac{1}{b}\times ab$，即 $0<b<a$，所以 $b^2<a^2$，故 A，B 均正确；$a+\frac{1}{a+1}=(a+1)+\frac{1}{a+1}-1\geqslant2\sqrt{(a+1)\times\frac{1}{a+1}}-1=1$，当且仅当 $a+1=\frac{1}{a+1}$，即 $a=0$ 时等号成立，因为 $a>0$，所以 $a+\frac{1}{a+1}>$

1，故 C 正确；由 $0<b<a$，得 $b-a<0$，$\frac{a+1}{b+1}-\frac{a}{b}=\frac{b(a+1)-a(b+1)}{b(b+1)}=\frac{b-a}{b(b+1)}<0$，所以 $\frac{a+1}{b+1}<\frac{a}{b}$，故 D 错误. 故选 ABC.

11. BCD　对于 A，由 $10=10\ln\frac{100-20}{\theta-20}$，得 $\ln\frac{80}{\theta-20}=1$，所以 $\frac{80}{\theta-20}=\mathrm{e}$，整理，得 $\theta=20+\frac{80}{\mathrm{e}}\approx 50$，故 A 错误；对于 B，$t=20\ln\frac{80}{60-20}=20\ln 2\approx 14$，故 B 正确；对于 C，由 $f(60)=10$，得 $\frac{1}{k}\ln\frac{80}{40}=10$，即 $k=\frac{1}{10}\ln 2$，则 $f(40)=\frac{10}{\ln 2}\ln\frac{80}{40-20}=\frac{20}{\ln 2}\ln 2=20$，故 C 正确；设这杯水从 100 ℃冷却到 80 ℃所需时间为 t_1 分钟，则 $t_1=\frac{1}{k}\ln\frac{80}{80-20}=\frac{1}{k}\ln\frac{4}{3}$，设这杯水从 80 ℃冷却到 60 ℃所需时间为 t_2 分钟，则 $t_2=\frac{1}{k}\ln\frac{80-20}{60-20}=\frac{1}{k}\ln\frac{3}{2}$，因为 $t_1-t_2=\frac{1}{k}\left(\ln\frac{4}{3}-\ln\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{k}\ln\frac{8}{9}<0$，所以 $t_1<t_2$，故 D 正确. 故选 BCD.

12. ACD　易知 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$. 当 $a=\mathrm{e}$ 时，由 $f'(x)=\frac{1}{x}-3x^2=\frac{1-3x^3}{x}$，得当 $0<x<\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ 时，$f'(x)>0$，当 $x>\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ 时，$f'(x)<0$，所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{3}},+\infty\right)$ 上单调递减，所以 $f(x)_{\max}=f\left(\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)=\ln\sqrt[3]{\frac{1}{3}}-\left(\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)^3=-\frac{\ln 3+1}{3}$，故 A 正确；$f'(x)=\frac{1}{x\ln a}-3x^2=\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\ln a}-3x^3\right)$，当 $0<a<1$ 时，$\ln a<0$，又 $x>0$，故 $f'(x)<0$，此时 $f(x)$ 在定义域上单调递减，$f(x)$ 无极值，故 B 错误；设切点为 $P(x_0,\log_a x_0-x_0^3)$，则 $f'(x_0)=\frac{1}{x_0\ln a}-3x_0^2$，所以曲线 $y=f(x)$ 在 P 处的切线方程为 $y-(\log_a x_0-x_0^3)=\left(\frac{1}{x_0\ln a}-3x_0^2\right)(x-x_0)$，将 $(0,0)$ 代入切线方程，得 $x_0^3-\log_a x_0=\left(\frac{1}{x_0\ln a}-3x_0^2\right)(-x_0)$，所以 $\frac{1}{\ln a}-\log_a x_0=2x_0^3$，即 $\frac{1}{\ln a}(1-\ln x_0)=2x_0^3$，显然 $x_0\neq\mathrm{e}$，所以 $\frac{1}{\ln a}=\frac{2x_0^3}{1-\ln x_0}$，设 $g(x)=\frac{2x^3}{1-\ln x}(x>0$ 且 $x\neq\mathrm{e})$，则 $g'(x)=\frac{2x^2(4-3\ln x)}{(1-\ln x)^2}$，易得当 $x\in(0,\mathrm{e})\cup(\mathrm{e},\mathrm{e}^{\frac{4}{3}})$ 时，$g'(x)>0$，当 $x\in(\mathrm{e}^{\frac{4}{3}},+\infty)$ 时，$g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 和 $(\mathrm{e},\mathrm{e}^{\frac{4}{3}})$ 上单调递增，在 $(\mathrm{e}^{\frac{4}{3}},+\infty)$ 上单调递减，又 $x\in(0,\mathrm{e})$ 时，$g(x)>0$，$x\in(\mathrm{e},\mathrm{e}^{\frac{4}{3}})$ 时，$g(x)<0$，且 $x\to\mathrm{e}$，$g(x)\to-\infty$，$g(x)$ 的极大值为 $g(\mathrm{e}^{\frac{4}{3}})=-6\mathrm{e}^4$，且 $x\to+\infty$，$g(x)\to-\infty$. 由题意可知，函数 $g(x)$ 的图象与直线 $y=\frac{1}{\ln a}$ 有两个不同的交点，则 $\frac{1}{\ln a}<-6\mathrm{e}^4$，所以 $\frac{1}{-6\mathrm{e}^4}<\ln a<0$，所以 $\mathrm{e}^{-\frac{1}{6\mathrm{e}^4}}<a<1$，故 C 正确；要使 $f(x)$ 有两个零点，则方程 $x^3=\log_a x$ 有两个解，即方程 $x^3=\frac{\ln x}{\ln a}$ 有两个解，所以方程 $\ln a=\frac{\ln x}{x^3}$ 有两个解，设 $h(x)=\frac{\ln x}{x^3}(x>0)$，则 $h'(x)=\frac{1-3\ln x}{x^4}$，当 $x\in(0,\mathrm{e}^{\frac{1}{3}})$ 时，$h'(x)>0$，当 $x\in(\mathrm{e}^{\frac{1}{3}},+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,\mathrm{e}^{\frac{1}{3}})$ 上单调递增，在 $(\mathrm{e}^{\frac{1}{3}},+\infty)$ 上单调递减，且 $h(x)$ 的极大值为 $h(\mathrm{e}^{\frac{1}{3}})=\frac{1}{3\mathrm{e}}$，又 $h(1)=0$，当 $x>\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}$ 时，$h(x)>0$，当 $x\to+\infty$ 时，$h(x)\to 0$，所以要使函数 $h(x)$ 的图象与直线 $y=\ln a$ 有两个公共点，必有 $0<\ln a<\frac{1}{3\mathrm{e}}$，解得 $1<a<\mathrm{e}^{\frac{1}{3\mathrm{e}}}$，故 D 正确. 故选 ACD.

13. 1　因为 $\frac{1}{\pi}$ 为 $[0,1]$ 上的无理数，所以 $R\left(\frac{1}{\pi}\right)=0$，所以 $D\left(R\left(\frac{1}{\pi}\right)\right)=D(0)=1$.

14. 6(或 8，或 10)　由题意可知，集合 A 含有 4 个元素，m 有 4 个因数，除 1 和它本身 m 外，还有 2 个因数. 所以 m 的值可以为 6，8，10，故 m 的一个值为 6(或 8，或 10).

15. $-\frac{2}{3}x-\frac{16}{3x}$　由 $f(2x)-2f\left(\frac{2}{x}\right)=4x$,得 $f(2x)-2f\left(\frac{4}{2x}\right)=2\cdot(2x)$,即 $f(x)-2f\left(\frac{4}{x}\right)=2x$①,将 x 换为 $\frac{4}{x}$,得 $f\left(\frac{4}{x}\right)-2f(x)=2\times\frac{4}{x}$②,由①$+2\times$②,得 $-3f(x)=2x+\frac{16}{x}$,故 $f(x)=-\frac{2}{3}x-\frac{16}{3x}$.

16. $-2\ 023$　函数 $y=x^3f(x-1)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,所以 $-x^3f(-x-1)=x^3f(x-1)$,所以 $-f(-x-1)=f(x-1)$,则 $f(-x-1)=-f(x-1)$,所以 $f(x-1)$是奇函数,故 $f(x)$的图象关于点$(-1,0)$对称. $g(x)=\ln(\sqrt{x^2+2x+2}+x+1)+\frac{e^{x+1}-1}{e^{x+1}+1}=\ln[\sqrt{(x+1)^2+1}+(x+1)]+\frac{e^{x+1}-1}{e^{x+1}+1}$,易知 $g(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,令 $h(x)=g(x-1)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)+\frac{e^x-1}{e^x+1}$,因为 $h(-x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)+\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}=-\ln(\sqrt{x^2+1}+x)-\frac{e^x-1}{e^x+1}=-h(x)$,所以 $h(x)$为奇函数,即 $g(x-1)$为奇函数,则 $g(x)$的图象关于点$(-1,0)$对称,故 $f(x)$的图象与 $g(x)$的图象的交点关于点$(-1,0)$对称,所以 $x_1+x_{2\,023}=-2,x_2+x_{2\,022}=-2,\cdots,x_{1\,012}=-1$,所以 $\sum_{k=1}^{2\,023}x_k=-2\ 023$.

17. 解:(1)由 $A=\{x|-4\leqslant x\leqslant 2\}$,得 $\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x<-4,或\ x>2\}$, ………… 1 分

又 $B=\{x|x^2-4x-5<0\}=\{x|-1<x<5\}$, ………… 2 分

所以$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=\{x|x<-4,或\ x>-1\}$. ………… 3 分

(2)因为 $x^2-(a+4)x+2(a+2)=0$ 的两根分别为 $2,a+2$, ………… 4 分

选择①,由(1)得,$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x|2<x<5\}$,故 $C\subseteq\{x|2<x<5\}$. ………… 5 分

当 $a+2=2$,即 $a=0$ 时,$C=\varnothing$,满足题意; ………… 6 分

当 $a+2>2$,即 $a>0$ 时,$C=\{x|2<x<a+2\}$, ………… 7 分

由 $C\subseteq\{x|2<x<5\}$,得 $a+2\leqslant 5$,解得 $a\leqslant 3$,所以 $0<a\leqslant 3$; ………… 8 分

当 $a+2<2$,即 $a<0$ 时,$C=\{x|a+2<x<2\}$,不满足 $C\subseteq(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$. ………… 9 分

综上可知,实数 a 的取值范围为$[0,3]$. ………… 10 分

选择②,由(1)得,$A\cup B=\{x|-4\leqslant x<5\}$,故 $C\subseteq\{x|-4\leqslant x<5\}$, ………… 5 分

当 $a+2=2$,即 $a=0$ 时,$C=\varnothing$,满足题意; ………… 6 分

当 $a+2>2$,即 $a>0$ 时,$C=\{x|2<x<a+2\}$, ………… 7 分

由 $C\subseteq\{x|-4\leqslant x<5\}$,得 $a+2\leqslant 5$,解得 $a\leqslant 3$,所以 $0<a\leqslant 3$; ………… 8 分

当 $a+2<2$,即 $a<0$ 时,$C=\{x|a+2<x<2\}$,

由 $C\subseteq\{x|-4\leqslant x<5\}$,得 $a+2\geqslant -4$,解得 $a\geqslant -6$,所以 $-6\leqslant a<0$. ………… 9 分

综上可知,实数 a 的取值范围为$[-6,3]$. ………… 10 分

选择③,由(1)得 $A\cap B=\{x|-1<x\leqslant 2\}$, ………… 5 分

当 $a+2=2$,即 $a=0$ 时,$C=\varnothing$,满足题意; ………… 6 分

当 $a+2>2$,即 $a>0$ 时,$C=\{x|2<x<a+2\}$,此时 $C\cap(A\cap B)=\varnothing$成立,满足题意,所以 $a>0$; ………… 8 分

当 $a+2<2$,即 $a<0$ 时,$C=\{x|a+2<x<2\}$,显然不满足 $C\cap(A\cap B)=\varnothing$. ………… 9 分

综上可知,实数 a 的取值范围为$[0,+\infty)$. ………… 10 分

18. 解:(1)由题意知 $ax^2+2ax+\frac{1}{2}\geqslant 0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立, ………… 1 分

当 $a=0$ 时，原不等式变为 $\frac{1}{2}\geqslant 0$，符合题意；…… 2 分

当 $a\neq 0$ 时，$ax^2+2ax+\frac{1}{2}\geqslant 0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立的充要条件为 $\begin{cases}a>0,\\ \Delta=4a^2-4\times\frac{1}{2}a\leqslant 0,\end{cases}$ …… 4 分

解得 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$. …… 5 分

综上可知，实数 a 的取值所构成的集合 $A=\left[0,\frac{1}{2}\right]$. …… 6 分

(2) $g(x)=-x^2+x+1+m=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+m+\frac{5}{4}$，$x\in[0,1]$，所以 $B=\left[m+1,m+\frac{5}{4}\right]$，…… 8 分

由 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的充分不必要条件，得 $B\subsetneqq A$，…… 9 分

所以 $\begin{cases}m+1\geqslant 0,\\ m+\frac{5}{4}\leqslant\frac{1}{2},\end{cases}$ 解得 $-1\leqslant m\leqslant-\frac{3}{4}$，…… 11 分

经检验知 $-1\leqslant m\leqslant-\frac{3}{4}$ 满足题意，

故实数 m 的取值范围为 $\left[-1,-\frac{3}{4}\right]$. …… 12 分

19. 解：(1) 当 $0<x<15$ 时，$f(x)=20x-10-[12x-12\ln(x+1)]=8x+12\ln(x+1)-10$，…… 2 分

当 $x\geqslant 15$ 时，$f(x)=20x-10-\left(21x+\frac{256}{x-2}-200\right)=190-x-\frac{256}{x-2}$. …… 4 分

所以 $f(x)=\begin{cases}8x+12\ln(x+1)-10, & 0<x<15,\\ 190-x-\frac{256}{x-2}, & x\geqslant 15.\end{cases}$ …… 5 分

(2) 当 $0<x<15$ 时，$f'(x)=8+\frac{12}{x+1}>0$，…… 6 分

所以 $f(x)$ 在 $(0,15)$ 上单调递增，

所以 $f(x)<f(15)=8\times 15+12\ln 16-10=110+48\ln 2\approx 143.12$，…… 8 分

当 $x\geqslant 15$ 时，$f(x)=188-\left[(x-2)+\frac{256}{x-2}\right]\leqslant 188-2\sqrt{(x-2)\times\frac{256}{x-2}}=156$，

当且仅当 $x-2=\frac{256}{x-2}$，即 $x=18$ 时取得等号. …… 11 分

因为 $156>148.52$，所以当年加工量为 18 万件时，该合作社获得的年利润最大，且最大年利润为 156 万元.

…… 12 分

20. 解：(1) 令 $x=0,y=0$，则 $f(0)+f(0)=f(0)$，所以 $f(0)=0$. …… 2 分

(2) $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的减函数. …… 3 分

证明：令 $x=0$，则 $f(-y)+f(y)=f(0)=0$，所以 $f(-y)=-f(y)$，故 $f(x)$ 为奇函数. …… 4 分

任取 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，则 $x_1-x_2<0$，所以 $f(x_1-x_2)>0$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)=f(x_1)+f(-x_2)=f\left(\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{x_1+x_2}{2}\right)+f\left(\frac{x_1-x_2}{2}-\frac{x_1+x_2}{2}\right)=f(x_1-x_2)>0$，…… 6 分

所以 $f(x_1)>f(x_2)$，故 $f(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的减函数. …………………………………… 7 分

(3)由题意得 $f(x^2-(a+2)x)>-[f(a+y)+f(a-y)]=-f(2a)=f(-2a)$，…………………… 8 分

由(2)知 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，

所以 $x^2-(a+2)x<-2a$，即 $x^2-(a+2)x+2a<0$，

所以$(x-2)(x-a)<0$. …………………………………… 9 分

当 $a>2$ 时，原不等式的解集为$(2,a)$；…………………………………… 10 分

当 $a=2$ 时，原不等式的解集为$\varnothing$；…………………………………… 11 分

当 $a<2$ 时，原不等式的解集为$(a,2)$. …………………………………… 12 分

21. 解：(1)由题意知，$f(-x)=f(x)$，$g(-x)=-g(x)$，

由 $f(x)+g(x)=2^{x+1}$，得 $f(-x)+g(-x)=2^{-x+1}$，即 $f(x)-g(x)=2^{-x+1}$，…………………… 1 分

两式相加，得 $f(x)=\frac{1}{2}(2^{x+1}+2^{-x+1})=2^x+2^{-x}$，

所以 $F(x)=\log_2(2^x+2^{-x})$. …………………………………… 2 分

因为 $2^x+2^{-x}\geqslant 2\sqrt{2^x\cdot 2^{-x}}=2$，当且仅当 $2^x=2^{-x}$，即 $x=0$ 时等号成立，所以 $F(x)_{\min}=\log_2 2=1$. ……………… 3 分

(2)因为 $F(-x)=\log_2(2^{-x}+2^x)=F(x)$，所以 $F(x)$为偶函数，…………………… 4 分

因为 $f'(x)=2^x\ln 2-2^{-x}\ln 2=\frac{4^x-1}{2^x}\ln 2$，

所以当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$，当 $x<0$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，在$(-\infty,0)$上单调递减，

所以 $F(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，在$(-\infty,0)$上单调递减. …………………… 6 分

由 $F(m+2)>F(3m-1)$，得$|m+2|>|3m-1|$，

两边平方并整理得 $8m^2-10m-3<0$，解得$-\frac{1}{4}<m<\frac{3}{2}$，

故不等式 $F(m+2)>F(3m-1)$的解集为$\left(-\frac{1}{4},\frac{3}{2}\right)$. …………………… 8 分

(3)由题意知，方程$\log_2(2^x+2^{-x})=\log_2(a\cdot 2^x+2a)(a>0)$有 2 个不同的实数解，

即方程 $2^x+2^{-x}=a\cdot 2^x+2a(a>0)$有 2 个不同的实数解. …………………… 9 分

设 $t=2^x(t>0)$，则 $t+\frac{1}{t}=at+2a$，即$(1-a)t^2-2at+1=0$ 有 2 个不同的正根.

则$\begin{cases}1-a\neq 0,\\ \Delta=4a^2-4(1-a)>0,\\ \frac{2a}{1-a}>0,\\ \frac{1}{1-a}>0,\end{cases}$ 解得$\frac{\sqrt{5}-1}{2}<a<1$，…………………… 11 分

故 a 的取值范围为$\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2},1\right)$. …………………………………… 12 分

22. (1)解：$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，

当 $a=-1$ 时，$f(x)=-x-\ln x-\frac{2}{x}$，

所以 $f'(x)=-1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}=-\frac{x^2+x-2}{x^2}=-\frac{(x+2)(x-1)}{x^2}(x>0)$，…………………………………… 1 分

当 $x\in(0,1)$时，$f'(x)>0$，当 $x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$的单调递增区间为$(0,1)$，单调递减区间为$(1,+\infty)$． …………………………………… 3 分

(2)证明：由 $f(x_1)=f(x_2)$，得 $ax_1-\ln x_1-\frac{2}{x_1}=ax_2-\ln x_2-\frac{2}{x_2}$，

所以 $\ln x_2-\ln x_1=a(x_2-x_1)+\frac{2}{x_1}-\frac{2}{x_2}=a(x_2-x_1)+\frac{2(x_2-x_1)}{x_1x_2}$，

则$\frac{1}{x_2-x_1}\ln\frac{x_2}{x_1}=a+\frac{2}{x_1x_2}$， …………………………………… 4 分

要证$(x_1+x_2)\left(a+\frac{2}{x_1x_2}\right)<\frac{a+1}{\sqrt{a}}$，只需证$(x_1+x_2)\left(\frac{1}{x_2-x_1}\ln\frac{x_2}{x_1}\right)<\frac{a+1}{\sqrt{a}}$，

即证$\frac{x_1+x_2}{x_2-x_1}\ln\frac{x_2}{x_1}<\frac{a+1}{\sqrt{a}}$，

需证$\frac{1+\frac{x_2}{x_1}}{\frac{x_2}{x_1}-1}\ln\frac{x_2}{x_1}<\frac{a+1}{\sqrt{a}}$． …………………………………… 5 分

令 $t=\frac{x_2}{x_1}>1$，设 $g(t)=\frac{t+1}{t-1}\ln t(t>1)$，则 $g'(t)=\frac{t-\frac{1}{t}-2\ln t}{(t-1)^2}$，

设 $h(t)=t-\frac{1}{t}-2\ln t(t>1)$，则 $h'(t)=1+\frac{1}{t^2}-\frac{2}{t}=\left(\frac{1}{t}-1\right)^2>0$，

所以 $h(t)$在$(1,+\infty)$上单调递增，则 $h(t)>h(1)=0$，

所以 $g'(t)>0$，所以 $g(t)$在$(1,+\infty)$上单调递增，…………………………………… 7 分

由 $ax_2<x_1<x_2$，得$\frac{1}{a}>\frac{x_2}{x_1}>1$，

所以 $g\left(\frac{x_2}{x_1}\right)<g\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{1+\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}-1}\ln\frac{1}{a}=\frac{a+1}{1-a}\ln\frac{1}{a}$，

所以需证$\frac{1+a}{1-a}\ln\frac{1}{a}<\frac{a+1}{\sqrt{a}}$，即证 $\ln\frac{1}{a}<\frac{1-a}{\sqrt{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}$． …………………………………… 9 分

令 $u=\frac{1}{\sqrt{a}}$，则 $u>1$，即证 $2\ln u<u-\frac{1}{u}$，设 $\varphi(u)=2\ln u-u+\frac{1}{u}$，

则 $\varphi'(u)=\frac{2}{u}-1-\frac{1}{u^2}=\frac{-(u-1)^2}{u^2}<0$，

所以 $\varphi(u)$在$(1,+\infty)$上单调递减，则 $\varphi(u)<\varphi(1)=0$， …………………………………… 11 分

所以 $2\ln u-u+\frac{1}{u}<0$，即 $\ln\frac{1}{a}<\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}$成立，

故$(x_1+x_2)\left(a+\frac{2}{x_1x_2}\right)<\frac{a+1}{\sqrt{a}}$． …………………………………… 12 分