2022 北京汇文中学高三（上）期中

数　　学

本试卷共 5 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

1. 已知集合 $A=\{x|-1<x<1\}$，$B=\{x|0\le x\le 2\}$，则 $A\cup B=$（　　）.

A. $\{x|0\le x<1\}$　　B. $\{x|-1<x<2\}$　　C. $\{x|-1<x\le 2\}$　　D. $\{x|0\le x\le 2\}$

2. 已知 $a\in R$，则"$a>2$"是"$a^2>2a$"的（　　）.

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3．在复平面内，复数 $z=\mathrm{i}(2+\mathrm{i})$ 对应的点的坐标为

A. $(1,2)$　　B. $(-1,2)$　　C. $(2,1)$　　D. $(2,-1)$

4．已知命题 $p:\forall a\in(0,+\infty)$，$a+\dfrac{1}{a}>2$，则 $\neg p$ 是

A. $\exists a\in(0,+\infty)$，$a+\dfrac{1}{a}>2$　　B. $\exists a\notin(0,+\infty)$，$a+\dfrac{1}{a}>2$

C. $\exists a\in(0,+\infty)$，$a+\dfrac{1}{a}\leqslant 2$　　D. $\exists a\notin(0,+\infty)$，$a+\dfrac{1}{a}\leqslant 2$

5．下列函数中，是奇函数且在其定义域上为增函数的是

A. $y=\sin x$　　B. $y=x|x|$　　C. $y=\tan x$　　D. $y=x-\dfrac{1}{x}$

6．将函数 $y=\sin 2x$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位，得到函数 $f(x)$ 的图像，则下列说法正确的是

A．$f(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$　　B．$x=-\dfrac{\pi}{3}$ 是函数的 $f(x)$ 图像的一条对称轴

C．$f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3}]$ 上是减函数　　D．$f(x)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}]$ 上是增函数

7. 已知 $a,b,c\in R$，那么下列命题中正确的是（　　）.

A．若 $a>b$，则 $ac^2>bc^2$　　B．若 $\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$，则 $a>b$

C．若 $a>b$ 且 $ab<0$，则 $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　D．若 $a^2>b^2$，则 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

8. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，且 $\dfrac{a_5+a_8}{a_2+a_5}=8$，那么 S_5 的值是（　　）.

A．15　　　　B．31　　　　C．63　　　　D．64

9. 在ΔABC中,M 是BC的中点，$AM=1$，点P在AM上且满足$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$，则$\overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$等于（　　）.

A．$-\dfrac{4}{3}$　　　　B. $\dfrac{4}{3}$　　　　C．$-\dfrac{4}{9}$　　　　D．$\dfrac{4}{9}$

10. 定义：角θ与φ都是任意角，若满足$\theta+\varphi=\dfrac{\pi}{2}$，则称$\theta$与$\varphi$“广义互余”．已知$\sin\alpha=\dfrac{1}{4}$，下列角$\beta$中，可能与角$\alpha$“广义互余”的是（　　）.

A．$\sin\beta=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$　　B．$\cos(\pi+\beta)=\dfrac{1}{4}$　　C．$\tan\beta=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\tan\beta=\dfrac{\sqrt{15}}{15}$

11. 唐代诗人李颀的诗《古从军行》开头两句说：“白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河”，诗中隐含着一个有趣的数学问题——“将军饮马”问题，即将军在观望烽火之后从山脚下某处出发，先到河边饮马后再回到军营，怎样走才能使总路程最短？在平面直角坐标系中，设军营所在地为点$B(-2,3)$，若将军从点$A(2,0)$处出发，河岸线所在直线方程为$x+y=3$，则“将军饮马”的最短总路程为（　　）.

A．$\sqrt{26}$　　　　B．$\sqrt{29}$　　　　C．$\sqrt{31}$　　　　D．$\sqrt{34}$

12. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=-9$，$a_5=-1$．记$T_n=a_1a_2\cdots a_n\ (n=1,2,\cdots)$，则数列$\{T_n\}$（　　）.

A．有最大项，有最小项　　　　B．有最大项，无最小项

C．无最大项，有最小项　　　　D．无最大项，无最小项

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

13．已知S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和. 若$S_n=2n$，则$a_2=$________.

14. 已知$a>1$，则$a+\dfrac{4}{a-1}$的最小值为________.

15. 若直线$y=a$与函数$f(x)=x^3-3x$的图象有相异的三个公共点，则a的取值范围是____________.

16. 已知平面内的点$A(2,0)$，$B(x,y)$，$C(1,3)$，若四边形$OABC$（O为坐标原点）是平行四边形，则向量$\overrightarrow{OB}$的模为____________.

17. 已知函数$f(x)=x^2-\dfrac{\ln|x|}{x}$，给出下列四个结论：

①函数$f(x)$是奇函数；　　②函数$f(x)$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$上都单调；

③当$x>0$时，函数$f(x)>0$恒成立；　④当$x<0$时，函数$f(x)$有一个零点.

其中所有正确结论的序号是__________.

18．某生物种群数量Q与时间t的关系近似地符合$Q(t)=\dfrac{10e^t}{e^t+9}$．给出下列四个结论：

① 该生物种群的数量不会超过 10；

② ②该生物种群数量的增长速度先逐渐变大后逐渐变小；

③该生物种群数量的增长速度与种群数量成正比；

③ 该生物种群数量的增长速度最大的时间 $t_0 \in (2,3)$.

依据上述关系式，其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 72 分）

19.（本小题共 14 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}+a_n=4n+2$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

（Ⅱ）若数列 $\{b_n-a_n\}$ 是公比为 3 的等比数列，且 $b_1=3$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. （本小题共 14 分）设△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$.

（Ⅰ）求角 A 的大小;

（Ⅱ）再从以下三组条件中选择一组条件作为已知条件，使三角形存在且唯一确定，并求△ABC 的面积.

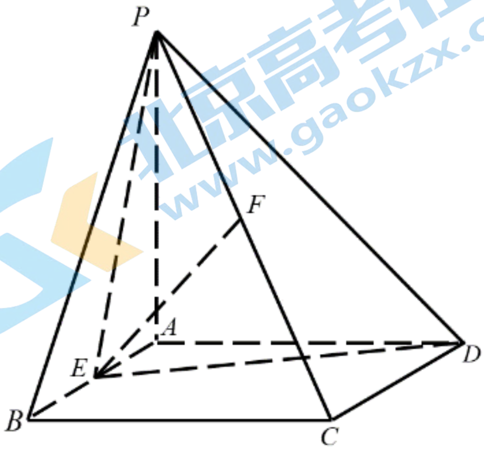
第③组条件： $a=\sqrt{19}, c=5$；　　第②组条件： $\cos C=\dfrac{1}{3}, c=4\sqrt{2}$；

第③组条件： AB 边上的高 $h=\sqrt{3}$ ，$a=3$.

21.（本题满分 14 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为正方形，侧面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$． △PAD 为等腰直角三角形，且 $PA\perp AD$． E， F 分别为底边 AB 和侧棱 PC 的中点.

（1）求证： EF // 平面 PAD；

（2）求二面角 $E-PD-C$ 的余弦值.



22.（本小题共 15 分）设函数 $f(x)=x(x^2-3x+a),a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $a=-9$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 上为减函数，求 a 的取值范围；

（Ⅲ）若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,2)$ 内存在两个极值点 x_1,x_2，且满足 $|f(x_1)-f(x_2)|>|f(x_1)+f(x_2)|$，请直接写出 a 的取值范围.

23.（本小题 15 分）设正整数 $n\geqslant 3$，集合 $A=\{\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n),\ x_k\in\mathbf{R},\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，对于集合 A 中的任意元素 $\boldsymbol{a}=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$ 和 $\boldsymbol{b}=(y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n)$，及实数 λ，定义：当且仅当 $x_i=y_i(i=1,2,\cdots,n)$ 时 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$； $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(x_1+y_1,\ x_2+y_2,\ \cdots,\ x_n+y_n)$； $\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda x_1,\ \lambda x_2,\ \cdots,\ \lambda x_n)$.

若 A 的子集 $B=\{\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3\}$ 满足：当且仅当 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$ 时，$\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3=(0,\ 0,\ \cdots,\ 0)$，则称 B 为 A 的完美子集.

（Ⅰ）当 $n=3$ 时，已知集合 $B_1=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$， $B_2=\{(1,2,3),(2,3,4),(4,5,6)\}$，分别判断这两个集合是否为 A 的完美子集，并说明理由；

（Ⅱ）当 $n=3$ 时，已知集合 $B=\{(2m,\ m,\ m-1),(m,\ 2m,\ m-1),(m,\ m-1,\ 2m)\}$.若 B 不是 A 的完美子集，求 m 的值；

（Ⅲ）已知集合 $B=\{\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3\}\subseteq A$，其中 $\boldsymbol{a}_i=(x_{i1},\ x_{i2},\ \cdots,\ x_{in})(i=1,\ 2,\ 3)$，若 $2|x_{ii}|>|x_{1i}|+|x_{2i}|+|x_{3i}|$ 对任意 $i=1,\ 2,\ 3$ 都成立，判断 B 是否一定为 A 的完美子集. 若是，请说明理由；若不是，请给出反例.

参考答案

选择题　　CABCB　DCBDA　BB

填空题　13．2　　14. 5　　15. $(-2,2)$　　16. $3\sqrt{2}$　　17. ③④　　18. ①②④

解答题

19．（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）因为 $a_{n+1}+a_n=4n+2$，

所以当 $n=1$ 时，$a_2+a_1=6$． ① --1 分

当 $n=2$ 时，$a_3+a_2=10$， ②--2 分

②—①得 $a_3-a_1=4$．

因为 $\{a_n\}$ 为等差数列，设公差为 d，

所以 $2d=a_3-a_1=4$，则 $d=2$， ---4 分

由①可得 $2a_1+d=6$，所以 $a_1=2$，---6 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2n(n=1,2,\cdots)$.----------------------------------7 分

经检验 $a_n=2n$ 符合题意，所以通项 $a_n=2n$.

其它解法：

因为 $\{a_n\}$ 为等差数列，设公差为 d，则 $a_n=a_1+(n-1)d$，$a_{n+1}=a_1+nd$，---2 分

所以 $a_{n+1}+a_n=2a_1+(2n-1)d$，

由已知可得 $2a_1+(2n-1)d=4n+2$，

因为 $2a_1-d-2=(4-2d)n$ 对于 $\forall n\in \mathbf{N}^+$ 成立，----------------------3 分

所以 $d=2$，$a_1=2$，　　　　　--6 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2n(n=1,2,\cdots)$.----------------------------------7 分

（Ⅱ）因为 $\{b_n-a_n\}$ 是公比为 3 的等比数列，又知 $b_1=3$，

所以 $b_n-a_n=(b_1-a_1)\times 3^{n-1}=(3-2)\times 3^{n-1}=3^{n-1}$，-----------------------9 分

所以 $b_n=3^{n-1}+a_n=3^{n-1}+2n$，

所以 $S_n=(3^0+3^1+3^2+\cdots+3^{n-1})+2(1+2+3+\cdots+n)$

$=\dfrac{1-3^n}{1-3}+\dfrac{2n(1+n)}{2}$ --13 分

$=\dfrac{1}{2}(3^n-1)+n(n+1)$．　--14 分

20．（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ 及 $a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$ 得

$\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B\cos A$，--2 分

因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B\neq 0$ --3 分

所以 $\sin A=\sqrt{3}\cos A$，--4 分

所以 $\tan A=\sqrt{3}$，--5 分

因为 $A\in(0,\pi)$，--6 分

所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$. --7 分

（Ⅱ）**选②：**--8 分

法一：因为 $\cos C=\dfrac{1}{3}$， $C\in(0,\pi)$，

所以 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.---9 分

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$ 得 $a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}=\dfrac{4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}=3\sqrt{3}$.--------------------10 分

由 $A+B+C=\pi$ 得

$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$.-12 分

所以 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$.-------------14 分

法二：因为 $\cos C=\dfrac{1}{3}$， $C\in(0,\pi)$，

所以 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. ---9 分

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$ 得 $a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}=\dfrac{4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}=3\sqrt{3}$.--------------------10 分

由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ 得 $32=27+b^2-2\sqrt{3}b$，即 $b^2-2\sqrt{3}b-5=0$，

解得 $b=\sqrt{3}\pm 2\sqrt{2}$（舍负）

所以 $b=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$. -------------------------------------12 分

所以 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)\times 4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$.-----------14 分

法三：所以 $\cos C=\frac{1}{3}$，$C\in(0,\pi)$，

所以 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ 得 $a=\frac{c\sin A}{\sin C}=\frac{4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=3\sqrt{3}$.

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 得 $27=32+b^2-4\sqrt{2}b$，即 $b^2-4\sqrt{2}b+5=0$，

解得 $b=2\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$

由 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{3}>0$，得 $b^2>c^2-a^2=5$

所以 $b=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$.

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)\times 4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$.

选③：---8 分

法一：因为 $A=\frac{\pi}{3}$，AB 边上的高 $h=\sqrt{3}$，

作 $CD\perp AB$，垂足为 D，则 $CD=\sqrt{3}$，在 $Rt\Delta\ CAD$ 中有 $\sin A=\frac{h}{b}$，

所以 $b=\frac{h}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$. --10 分

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 得 $9=4+c^2-2c$，即 $c^2-2c-5=0$，

解得 $c=1\pm\sqrt{6}$（舍负）

所以 $c=1+\sqrt{6}$. ----------------------------12 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}\times\left(1+\sqrt{6}\right)\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$. --------------------------------14 分

法二：过 C 作 CD 垂直直线 AB 于 D，则 $CD=h=\sqrt{3}$，

所以 $b=\frac{CD}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$，--10 分

所以 $AD=b\cos A=2\times\frac{1}{2}=1$.

因为 $a=3$，由勾股定理得 $BD=\sqrt{a^2-h^2}=\sqrt{9-3}=\sqrt{6}$，---------------------12 分

因为 $a>b$，所以 $A>B$，即 $B<60^\circ$，所以 $AB=AD+BD$，

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}\times\left(1+\sqrt{6}\right)\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$. ----------------------------14 分

21. （本小题共 14 分）

(1)略　　(2) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

22.（本小题共 15 分）

解：（Ⅰ）当 $a=-9$ 时， $f(x)=x(x^2-3x-9)$，

$f'(x)=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$，--2 分

$f'(x), f(x)$ 的情况如下：

x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,3)$	3	$(3,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

所以，函数 $f(x)$ 的增区间为 $(-\infty,-1]$ 和 $[3,+\infty)$. --------------------------------4 分

（Ⅱ）由 $f(x)=x(x^2-3x+a)$ 得 $f'(x)=3x^2-6x+a$，

因为 $f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 上为减函数，

所以 $f'(x)\le 0$ 在 $(1,2)$ 内恒成立，---6 分

因为 $f'(x)=3x^2-6x+a=3(x-1)^2+a-3$，

所以 $x\in(1,2)$ 时， $f'(x)\in(a-3,a)$，--8 分

所以 $a\in(-\infty,0]$.---9 分

或者：

$f'(x)\le 0$，即 $a\le -3x^2+6x, x\in(1,2)$ 恒成立，

$x\in(1,2)$ 时， $-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3\in(0,3)$

（Ⅲ）所以 a 的取值范围为 $(0,\frac{9}{4})$. --15 分

23.（本小题共 15 分）

解：（Ⅰ） B_1 是完美集；　　---1 分

设 $\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3=(0, 0, 0)$，

即 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$.

所以 B_1 是完美集.　　---2 分

B_2 不是完美集.　　---3 分

设 $\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3=(0, 0, 0)$，

即$\begin{cases}\lambda_1+2\lambda_2+4\lambda_3=0,\\ 2\lambda_1+3\lambda_2+5\lambda_3=0,\\ 3\lambda_1+4\lambda_2+6\lambda_3=0.\end{cases}$

令 $\lambda_3=1$，则 $\lambda_1=2$，$\lambda_2=-3$.

所以 B_2 不是完美集. --5 分

（II）因为 B 不是完美集，

所以存在 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)\neq(0, 0, 0)$，使得 $\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3=(0, 0, 0)$，

即$\begin{cases}2m\lambda_1+m\lambda_2+m\lambda_3=0,\\ m\lambda_1+2m\lambda_2+(m-1)\lambda_3=0,\\ (m-1)\lambda_1+(m-1)\lambda_2+2m\lambda_3=0.\end{cases}$ --6 分

因为 $B=\{(2m, m, m-1), (m, 2m, m-1), (m, m-1, 2m)\}$，

由集合的互异性得，$m\neq 0$ 且 $m\neq -1$. --8 分

所以 $2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0$，$\lambda_3=-2\lambda_1-\lambda_2$，$(\lambda_1, \lambda_2)\neq(0, 0)$.

所以$\begin{cases}(-m+2)\lambda_1+(m+1)\lambda_2=0,\\ (-3m-1)\lambda_1+(-m-1)\lambda_2=0.\end{cases}$

所以 $(-4m+1)\lambda_1=0$.

所以 $m=\dfrac{1}{4}$ 或 $\lambda_1=0$.

检验：

当 $m=\dfrac{1}{4}$ 时，存在 $\lambda_1=5, \lambda_2=-7, \lambda_3=-3$ 使得 $\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3=(0, 0, 0)$.

当 $\lambda_1=0$ 时，因为 $m\neq -1$，所以 $\lambda_2=0, \lambda_3=0$，舍.

所以 $m=\dfrac{1}{4}$. --10 分

（III）B 一定是完美集. --11 分

假设存在不全为 0 的实数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 满足 $\lambda_1\boldsymbol{a}_1+\lambda_2\boldsymbol{a}_2+\lambda_3\boldsymbol{a}_3=(0, 0, \cdots, 0)$，

不妨设 $|\lambda_1|\geq|\lambda_2|\geq|\lambda_3|$，则 $\lambda_1\neq 0$（否则与假设矛盾）.

由 $\lambda_1x_{11}+\lambda_2x_{21}+\lambda_3x_{31}=0$，得 $x_{11}=-\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}x_{21}-\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}x_{31}$.

所以 $|x_{11}|\leq\dfrac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|}|x_{21}|+\dfrac{|\lambda_3|}{|\lambda_1|}|x_{31}|\leq|x_{21}|+|x_{31}|$.

与 $2|x_{11}|>|x_{11}|+|x_{21}|+|x_{31}|$，即 $|x_{11}|>|x_{21}|+|x_{31}|$ 矛盾.

所以假设不成立.

所以 $\lambda_1=0$.

所以 $\lambda_2=\lambda_3=0$.

所以 B 一定是完美集. --15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。