巴中市普通高中2021级“一诊”考试

数学（理科）

（满分150分　120分钟完卷）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、班级、考号填写在答题卡规定的位置.
2. 答选择题时请使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题答题时必须用0.5毫米黑色墨迹签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置，在规定的答题区域以外答题无效，在试题卷上答题无效.
3. 考试结束后，考生将答题卡交回.

一、选择题： 本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1. 若复数z满足$z(2-i)=2i$，则在复平面内z对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知集合$A=\{x\mid x<1,或x>3\}$，$B=\{x\mid x^2-6x+8<0\}$，则集合$(\complement_R A)\cap B=$

A. $\{x\mid 3<x<4\}$　　B. $\{x\mid 2<x<3\}$　　C. $\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$　　D. $\varnothing$

3. 已知$a=5+2\sqrt{6}$，$c=5-2\sqrt{6}$，若a，b，c三个数成等比数列，则$b=$

A. 5　　B. 1　　C. -1　　D. -1，或1

4. 已知a，b是实数，则“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2\sqrt{2}$，$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\cos\langle\vec{a},\vec{b}-\vec{a}\rangle=$

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. 已知直线m，n与平面α，β，γ，下列命题中正确的是

A. 若$\alpha\cap\gamma=m$，$\beta\cap\gamma=n$，则$m/\!/n$

B. 若$m/\!/\alpha$，$m\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

C. 若$\alpha/\!/\beta$，$m\perp\alpha$，$\beta\perp\gamma$，则$m/\!/\gamma$

D. 若$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=n$，$m\perp n$，则$m\perp\alpha$

7. $\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$\sqrt{3}a\cdot\sin C=2c\cdot\cos^2\frac{A}{2}$，则$A=$

A. $\frac{5\pi}{6}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

8. 从0，1，2，3四个数字组成的没有重复数字的四位数中任取一个数，则该数为偶数的概率为

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{5}{9}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

9. 已知抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，过点$(2,0)$的直线交抛物线C于A，B两点，点Q在直线AB上且$OQ\perp AB$（O为坐标原点），则下列结论中不正确的是

A. $|FQ|=1$

B. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$

C. $|FA|+|FB|$的最小值为6

D. $\triangle OAB$的面积的最小值为$8\sqrt{2}$

10. 在三棱锥$P-ABC$中，侧面PAB是等边三角形，平面$PAB\perp$平面ABC，$AB\perp BC$且$AB=BC=2$，则三棱锥$P-ABC$外接球的表面积为

A. $\dfrac{1372\pi}{81}$　　B. $\dfrac{196\pi}{9}$　　C. $\dfrac{28\pi}{3}$　　D. $\dfrac{7\pi}{3}$

11. 若函数$f(x)=2ax^2+3x-1$在区间$(-1,1)$内恰有一个零点，则实数a的取值集合为

A. $\{a|-1<a<2\}$

B. $\{a|a=-\frac{9}{8}$，或$-1<a<2\}$

C. $\{a|-1\leqslant a\leqslant 2\}$

D. $\{a|a=-\frac{9}{8}$，或$-1\leqslant a\leqslant 2\}$

12. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0,\ |\varphi|<\frac{\pi}{2})$，若$f(x)\leqslant f(\frac{\pi}{6})$，$f(\frac{4\pi}{3}-x)=-f(x)$，且$f(x)$在$(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{12})$上单调，则$\omega$的取值可以是

A. 3　　B. 5　　C. 7　　D. 9

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案写在答题卡的相应位置上．

13. $(x+\frac{2}{x^2})^6$的展开式中的常数项等于_______．（用数字作答）

14. 已知实数x，y满足约束条件$\begin{cases}2x+y\geqslant 0,\\ 2x+3y-4\leqslant 0,\\ 2x-y-4\leqslant 0\end{cases}$则$3x-2y$的最小值为______．

15. 已知奇函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，若当$x<0$时$f(x)=x^2-\frac{a}{x}$，且$f'(-1)=0$．则$f(x)$的单调增区间为__________．

16. 已知双曲线$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$P$在直线$x-2y+6=0$上．当$\angle F_1PF_2$取最大值时，$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=$_______．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第17－21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分

17.（12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且a_n是S_n与2的等差中项．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

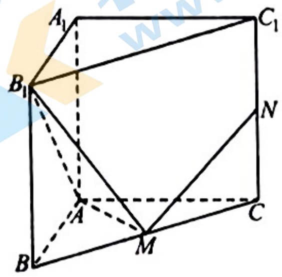
（2）设$b_n=\log_2 a_n$，求数列$\{\frac{1}{b_n(b_n+2)}\}$的前n项和T_n．

18.（12分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AB=AC=2$，M，N 分别是 BC，CC_1 的中点，$AB_1\perp MN$.

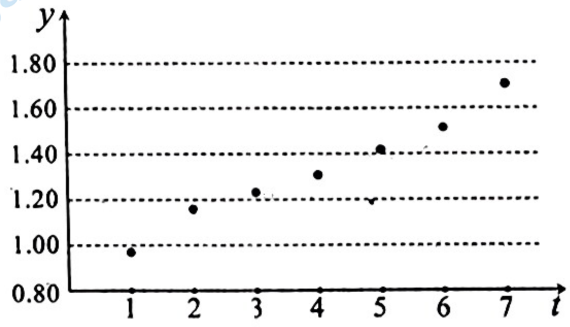
（1）证明：$MN\perp$ 平面 AB_1M；

（2）求 MN 与平面 AB_1N 所成角的正弦值.



19.（12分）

下图是某市 2016 年至 2022 年生活垃圾无害化处理量 y（单位：万吨）与年份 t 的散点图.



注：横轴为年份代码 t，1－7分别对应2016－2022，纵轴为年生活垃圾无害化处理量 y

（1）根据散点图推断变量 y 与 t 是否线性相关，并用相关系数加以说明；

（2）建立 y 关于 t 的回归方程（系数精确到 0.01），预测 2024 年该市生活垃圾无害化处理量.

参考数据：

$\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=9.06$，$\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i=39.33$，$\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2=0.36$，$\sqrt{7}\approx 2.646$.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}t_iy_i-n\overline{t}\cdot\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}t_i^2-n\overline{t}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$；相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$.

20.（12分）

已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，左右顶点分别为A，B，G为C的上顶点，且$\triangle ABG$的面积为2.

（1）求椭圆C的方程；

（2）过点$(4, 0)$的动直线与C交于M，N两点．证明：直线AM与BN的交点在一条定直线上．

21.（12分）

已知函数$f(x)=\frac{e^x}{x}-ax+a\ln x$.

（1）设$g(x)=xf(x)$，证明：当$a\leqslant e$时，过原点O有且仅有一条直线与曲线$y=g(x)$相切；

（2）若函数$f(x)$有两个零点，求a的取值范围.

（二）选考题：共10分，请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10分）**【选修4–4：坐标系与参数方程】**

在直角坐标系xOy中，已知曲线C_1：$\begin{cases}x=2\cos\beta,\\ y=2+2\sin\beta\end{cases}$（$\beta$为参数）和圆$C_2$：$x^2+y^2-4x=0$．以坐标原点$O$为极点，以$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求曲线C_1和圆C_2的极坐标方程；

（2）设过点O倾斜角为α $(0<\alpha<\frac{\pi}{4})$的直线l分别与曲线C_1和圆C_2交于点A，B（异于原点O），求$\triangle ABC_2$的面积的最大值.

23.（10分）**【选修4–5：不等式选讲】**

已知函数$f(x)=2|x+1|-|x-1|$.

（1）解不等式$f(x)>2x+1$；

（2）若不等式$f(x)<x^2-x+m$恒成立，求m的取值范围.