

北京师范大学附属实验中学

2020—2021 学年度第一学期初二年级数学期中试卷

班级_____ 姓名_____ 学号_____

试卷说明：

1. 本试卷共 6 页，共计四道大题，28 道小题；
2. 本试卷卷面总分 120 分，其中附加题 20 分，考试时间为 100 分钟；
3. 请将所有答案写在答题纸相应位置处，选择题与画图题请用 2B 铅笔作答，主观题请用黑色签字笔作答；
4. 一律不得使用涂改液及涂改带，本试卷主观试题书写部分铅笔答题无效。

命题人：徐健

审题人：陈平

一、选择题：（每题 3 分，共 30 分）

1. 2020 年 5 月 1 日起，北京市全面推行生活垃圾分类。下面图标分别为厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾，其中不是轴对称图形的是



A.



B.



C.



D.

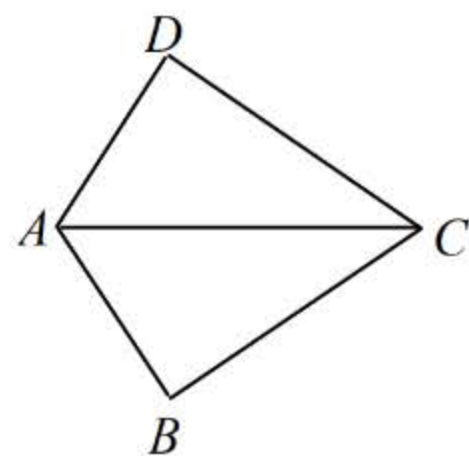
2. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(-2, 4)$ 关于 x 轴的对称点的坐标是
- A. $(2, 4)$ B. $(4, -2)$ C. $(-4, 2)$ D. $(-2, -4)$
3. 下列计算中，正确的是
- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $a^2 \cdot a^5 = a^7$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $3a^8 \div a^2 = 3a^4$
4. 如图，已知 $AB = AD$ ，那么添加下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 的是
- A. $CB = CD$ B. $\angle BAC = \angle DAC$
C. $\angle BCA = \angle DCA$ D. $\angle B = \angle D = 90^\circ$
5. 下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是

A. $3x + 3y - 5 = 3(x + y) - 5$

B. $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

C. $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

D. $x^3 + x = x^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)$



(第 4 题图)

6. 下列命题中, 不正确的是

- A. 有一个外角是 120° 的等腰三角形是等边三角形
- B. 一条线段可以看成是以它的垂直平分线为对称轴的轴对称图形
- C. 等腰三角形的对称轴是底边上的中线
- D. 等边三角形有3条对称轴

7. 若 $x+m$ 与 $2-x$ 的乘积中不含 x 的一次项, 则实数 m 的值为

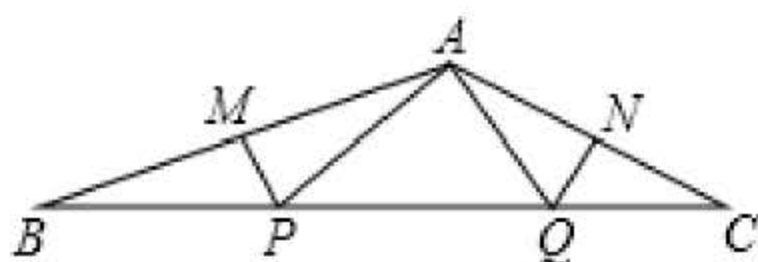
- A. 2 B. -2 C. 0 D. 1

8. 已知 $a^x = m$, $a^y = n$, 则 a^{2x+3y} 的值为

- A. $2m+3n$ B. m^2+n^3 C. m^2n^3 D. $\frac{m^2}{n^3}$

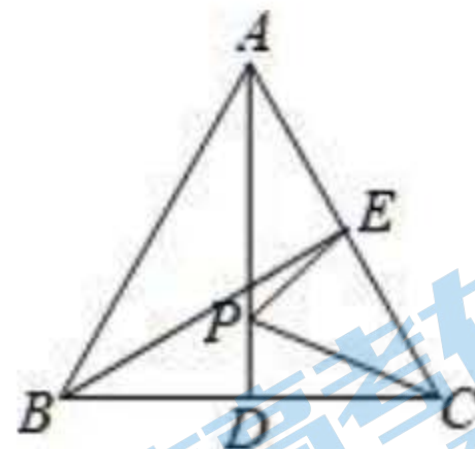
9. 如图, $\angle BAC=130^\circ$, 若 MP 和 QN 分别垂直平分 AB 和 AC , 则 $\angle PAQ$ 等于

- A. 105° B. 80° C. 75° D. 50°



10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD , BE 是 $\triangle ABC$ 的两条中线, P 是 AD 上的一个动点, 则下列线段的长等于 $CP + EP$ 最小值的是

- A. AC B. AD
- C. BC D. BE



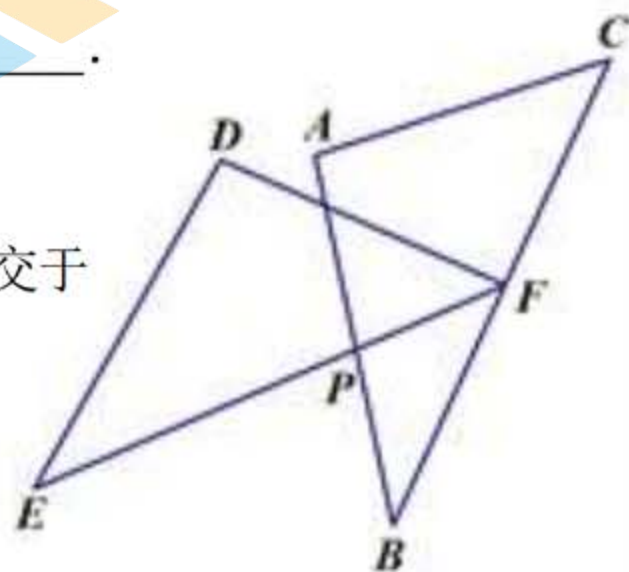
二、填空题: (每空 2 分, 共 30 分)

11. 若 $(x-2)^0 = 1$, 则 x 的取值范围是_____.

12. 计算: (1) $(-3x^2)^3 =$ _____. (2) $-a^4 \div a^3 =$ _____.

13. 分解因式: $8ab^3c + 2ab =$ _____.

14. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 点 F 在 BC 边上, AB 与 EF 相交于点 P . 若 $\angle DEF = 37^\circ$, $PB = PF$, 则 $\angle APF =$ _____°.



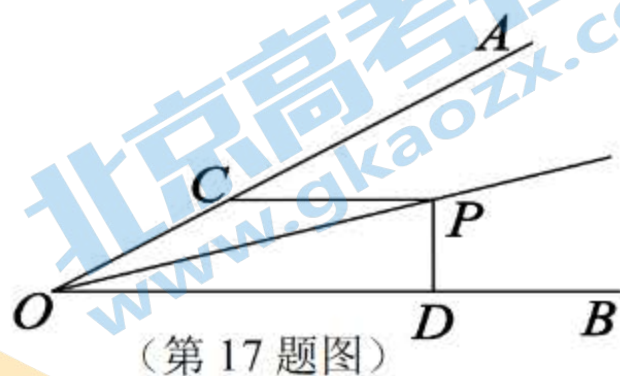
15. 对于分式 $\frac{2x}{x-1}$, 当 x _____时, 分式有意义;

对于分式 $\frac{x^2+x-6}{x-2}$, 当 x _____时, 分式的值为零.

(第 14 题图)

16. 约分: (1) $\frac{25a^2b}{15a^3} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\frac{x^2-3x}{x^2-6x+9} = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图, $\angle AOB=30^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$, $PD \perp OB$ 于点 D , $PC \parallel OB$, 交 OA 于点 C . 若 $PC=10$, 则 $OC = \underline{\hspace{2cm}}$, $PD = \underline{\hspace{2cm}}$.

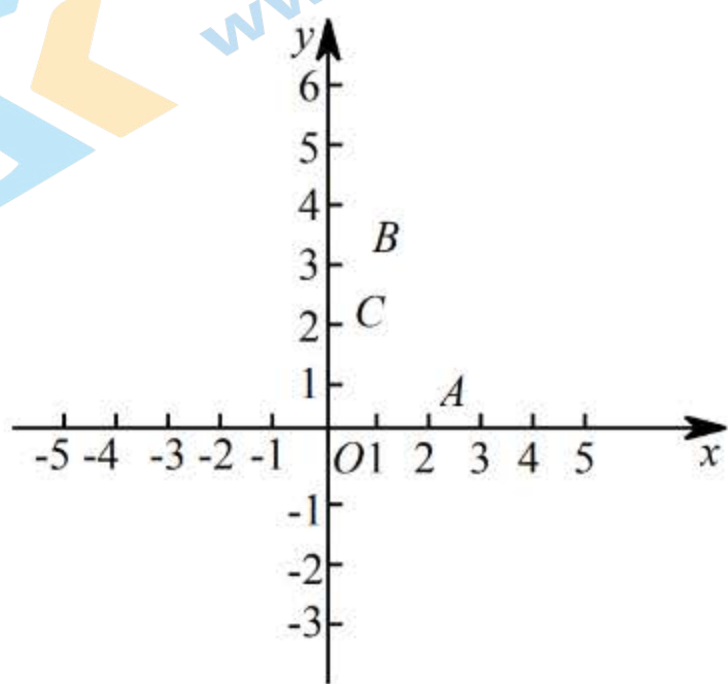


18. 如果多项式 $9+mx+x^2$ 是完全平方式, 那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 计算: $2.02 \times 52^2 - 2.02 \times 48^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(2, 0)$, $B(0, 3)$, $C(0, 2)$, 点 D 在第二象限, 且 $\triangle AOB \cong \triangle OCD$. 在坐标系中画草图分析可得:

- (1) 点 D 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle PAC$ 是等腰三角形, 则 $\angle CPA$ 的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



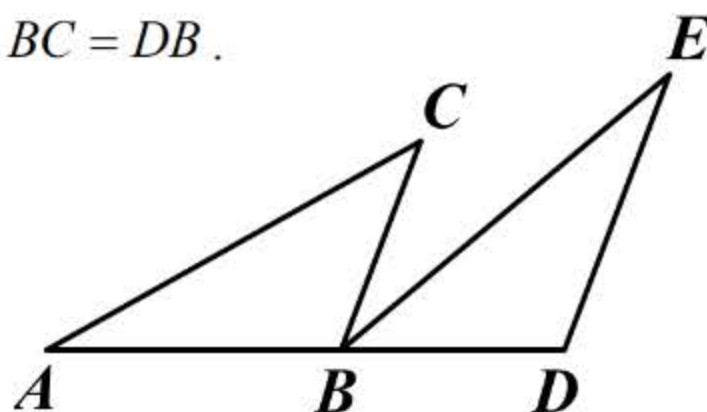
三、解答题: (21 题 6 分, 22 题 6 分, 23 题 16 分, 24 题 6 分, 25 题 6 分, 共 40 分)

21. 计算:

- (1) $7m(4m^2p)^2 \div 7m^2$
- (2) $(y+2)(y-2) - (y-1)(y+5)$

22. 如图, 点 B 在线段 AD 上, $BC \parallel DE$, $AB = ED$, $BC = DB$.

求证: $\angle A = \angle E$.



23. 将下列各式因式分解

(1) $a^4 - 16$

(2) $-mp^2 + 4mp - 4m$

(3) $(x-3)x^2 + 9(3-x)$

(4) $(m^2 + 2m)^2 - 2(m^2 + 2m) + 1$

24. 已知：如图，线段 AB 和射线 BM 交于点 B .

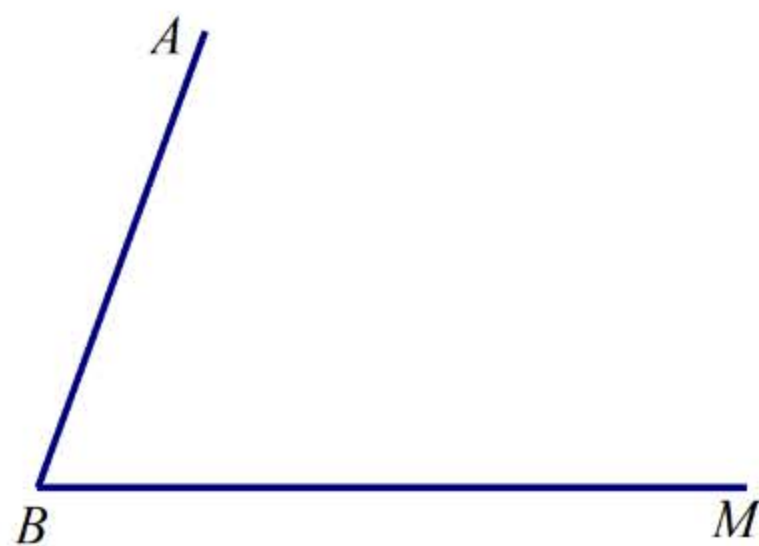
(1) 利用尺规完成以下作图，并保留作图痕迹（不写作法）.

①在射线 BM 上作一点 C ，使 $AC=AB$;

②作 $\angle ABM$ 的角平分线交 AC 于 D 点;

③在射线 CM 上作一点 E ，使 $CE=CD$ ，连接 DE .

(2) 在 (1) 所作的图形中，猜想线段 BD 与 DE 的数量关系，并证明.



25. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB < 60^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，交 AC 于点 D ，点 E 在线段 BD 上（点 E 不与点 B, D 重合），且 $\angle EAB = 2\angle ECB$.

(1) 如图 1，若 $\angle ECB = 26^\circ$ ，且 $EB = EC$ ，则 $\angle DEC =$ _____ $^\circ$ ， $\angle AEB =$ _____ $^\circ$;

(2) 如图 2.

①求证： $AE + AB = BC$;

②若 $\angle EBC = 30^\circ$ ，且 $AB = CE$ ，求 $\angle ECB$ 的度数.

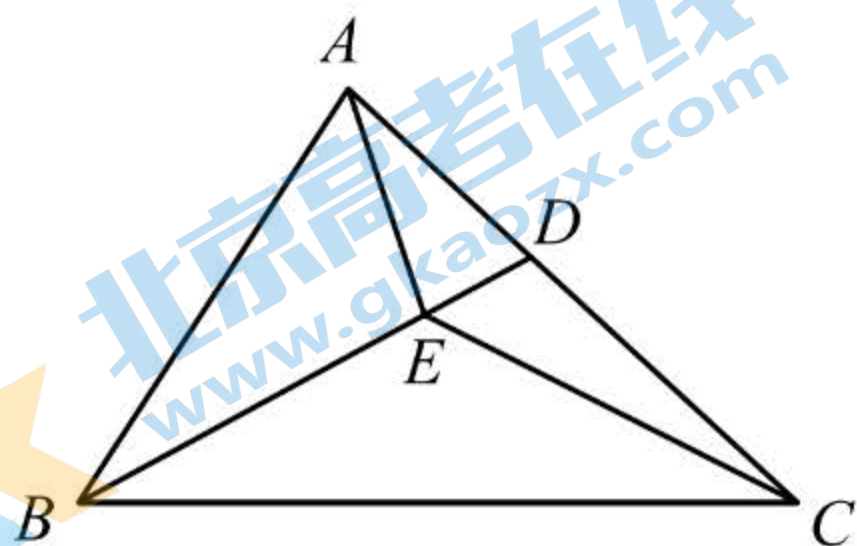


图 1

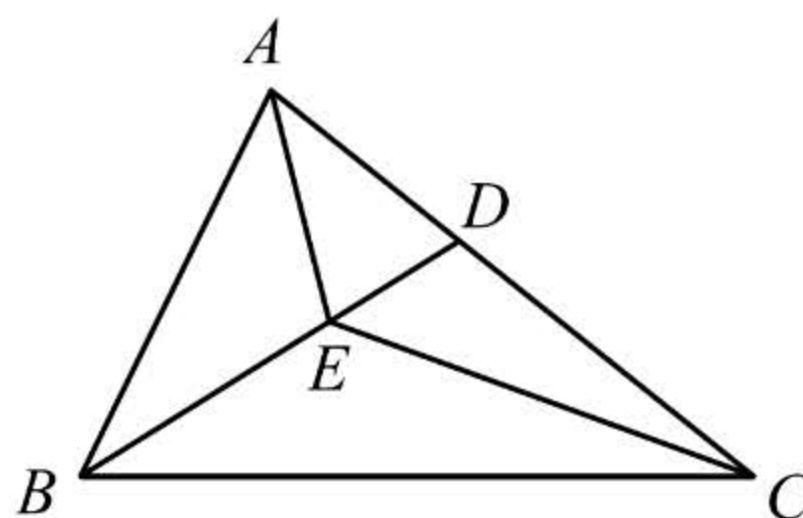


图 2

四、附加题：（26题6分，27题8分，28题6分，共20分）

26. 已知 a, b, c 满足 $a-b=12$, $ab+3c^2+36=0$.

(1) 用含 b 的代数式表示 a , 则 $a=$ _____;

(2) 求 $2a+b+c$ 的值.

27. 数形结合是解决数学问题的重要思想方法, 借助图形可以对很多数学问题进行直观推导和解释. 如图1, 有足够多的A类、C类正方形卡片和B类长方形卡片. 用若干张A类、B类、C类卡片可以拼出如图2的长方形, 通过计算面积可以解释因式分解:

$$2a^2 + 3ab + b^2 = (2a+b)(a+b).$$

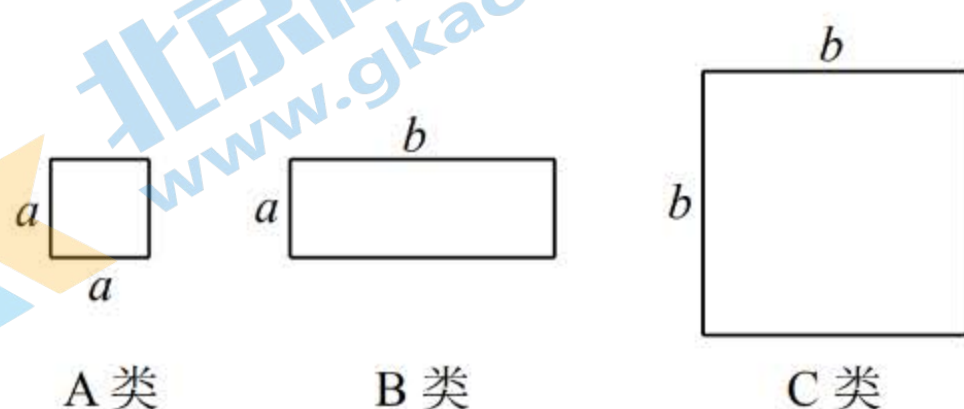


图1

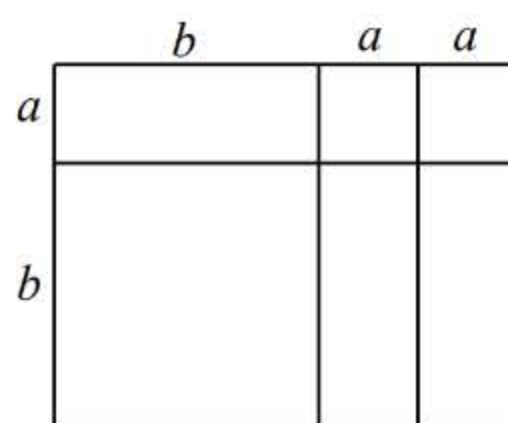


图2

(1) 若解释因式分解 $3a^2 + 4ab + b^2 = (a+b)(3a+b)$, 需取A类、B类、C类卡片若干张 (三种卡片都要取到), 拼成一个长方形, 请画出相应的图形;

(2) 若取A类、B类、C类卡片若干张 (三种卡片都要取到), 拼成一个长方形, 使其面积为 $5a^2 + mab + b^2$, 则 m 的值为_____, 将此多项式分解因式为_____.

(3) 有3张A类, 4张B类, 5张C类卡片. 从中取出若干张纸片, 每种纸片至少取一张, 把取出的这些纸片拼成一个正方形 (无空隙、无重叠地拼接), 则拼成的正方形的边长最长为_____.

28. 数学老师布置了这样一道作业题：

在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC \neq BC$ ，点 D 和点 A 在直线 BC 的同侧， $BD=BC$ ， $\angle BAC=\alpha$ ， $\angle DBC=\beta$ ， $\alpha+\beta=120^\circ$ ，连接 AD ，求 $\angle ADB$ 的度数。

小涛提供了研究这个问题的过程和思路：先从特殊问题开始研究，当 $\alpha=90^\circ$ ， $\beta=30^\circ$ 时（如图1），利用轴对称知识，以 AB 为对称轴构造 $\triangle ABD$ 的轴对称图形 $\triangle ABD'$ ，连接 CD' （如图2），然后利用 $\alpha=90^\circ$ ， $\beta=30^\circ$ 以及等边三角形的相关知识便可解决这个问题。

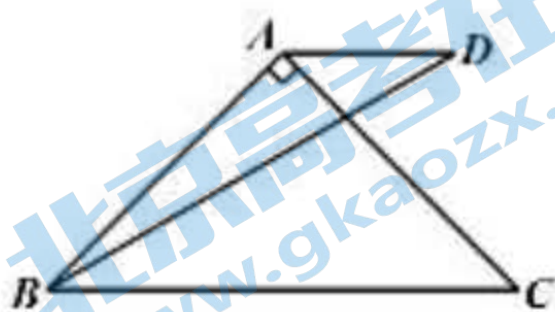


图1

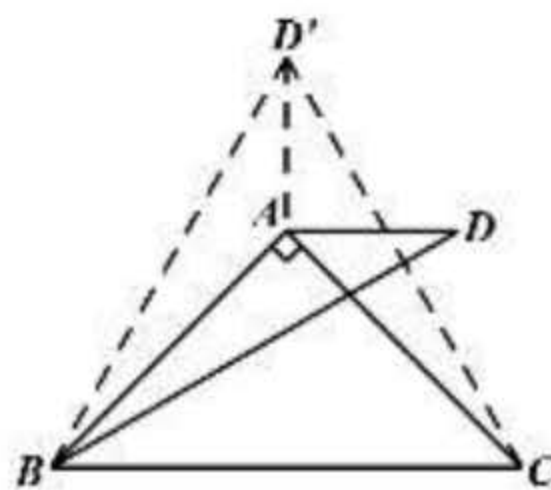


图2

(1) 结合小涛研究问题的过程和思路，得出这种特殊情况下 $\angle ADB$ 的度数为_____°；

(2) 结合小涛研究特殊问题的启发，请解决数学老师布置的这道作业题。

北京师范大学附属实验中学
2020—2021 学年度第一学期初二年级数学期中试卷
参考答案

一、选择题：（每题 3 分，共 30 分）

| | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | B | D | B | C | C | C | A | C | B | D |

二、填空题：（每空 2 分，共 30 分）

11. $x \neq 2$. 12. (1) $-27x^6$ (2) $-a$. 13. $2ab(4b^2c+1)$.

14. 74° . 15. $\neq 1$; $= -3$. 16. (1) $\frac{5b}{3a}$ (2) $\frac{x}{x-3}$.

17. 10 , 5 . 18. ± 6 . 19. 808 .

20. (1) $(-3, 2)$.

(2) $22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ$.

三、解答题：（21 题 6 分，22 题 6 分，23 题 16 分，24 题 6 分，25 题 6 分，共 40 分）

21. 计算：

$$7m(4m^2p)^2 \div 7m^2$$

$$= 7m \cdot 16m^4p^2 \div 7m^2 \dots\dots\dots 1\text{分}$$

$$= 16m^3p^2 \dots\dots\dots 2\text{分}$$

(2) $(y+2)(y-2) - (y-1)(y+5)$

$$= y^2 - 4 - (y^2 + 4y - 5) \dots\dots\dots 2\text{分}$$

$$= y^2 - 4 - y^2 - 4y + 5 \dots\dots\dots 3\text{分}$$

$$= -4y + 1 \dots\dots\dots 4\text{分}$$

22. 如图, 点 B 在线段 AD 上, $BC \parallel DE$, $AB = ED$, $BC = DB$.

求证: $\angle A = \angle E$.

证明: $\because BC \parallel DE$,

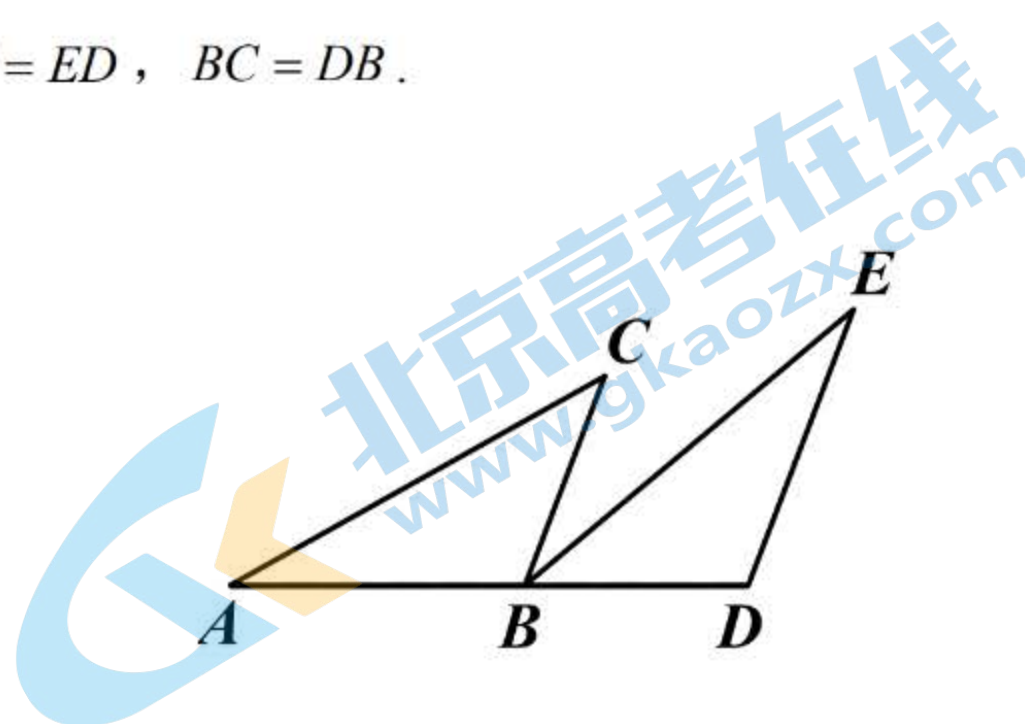
$\therefore \angle ABC = \angle D$ 2分

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

$$\because \begin{cases} AB = ED, \\ \angle ABC = \angle D, \\ BC = DB. \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDB (SAS)$ 4分

$\therefore \angle A = \angle E$ 6分



23. 将下列各式因式分解

(1) $a^4 - 16$

$= (a^2 + 4)(a^2 - 4)$ 2分

$= (a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$ 4分

(3) $(x - 3)x^2 + 9(3 - x)$

$= (x - 3)x^2 - 9(x - 3)$ 1分

$= (x - 3)(x^2 - 9)$ 2分

$= (x - 3)(x + 3)(x - 3)$ 3分

$= (x - 3)^2(x + 3)$ 4分

(2) $-mp^2 + 4mp - 4m$

$= -(mp^2 - 4mp + 4m)$ 1分

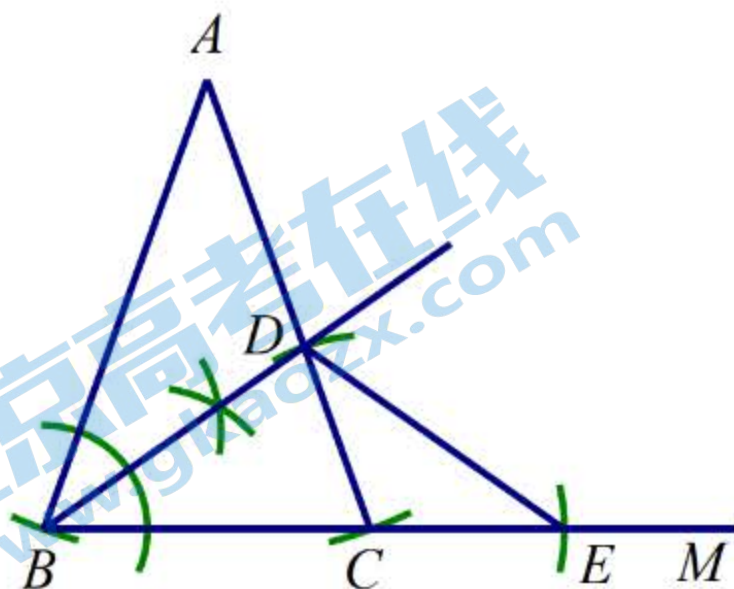
$= -m(p^2 - 4p + 4)$ 2分

$= -m(p - 2)^2$ 4分

(4) $(m^2 + 2m)^2 - 2(m^2 + 2m) + 1$

$= (m^2 + 2m - 1)^2$ 4分

24. 解: (1) (注: 不写结论不扣分)



(2) $BD = DE$ 4分

证明: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

..... 3分

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC.$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle 4.$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle 4.$$

$$\because CE = CD,$$

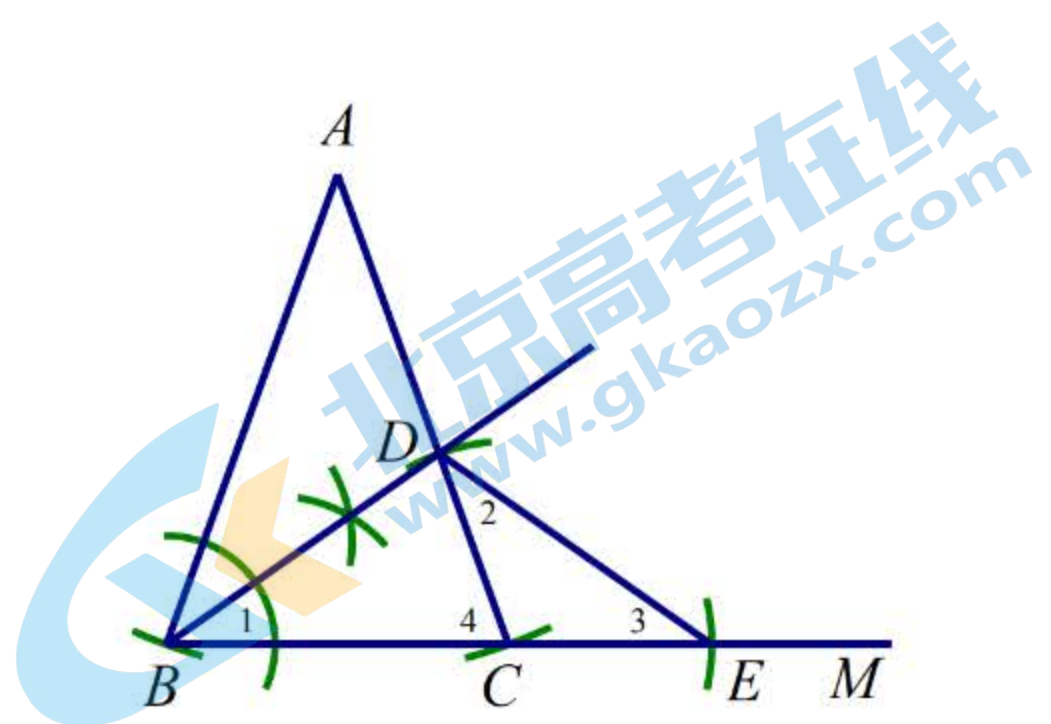
$$\therefore \angle 2 = \angle 3.$$

$$\because \angle 4 = \angle 2 + \angle 3,$$

$$\therefore \angle 3 = \frac{1}{2} \angle 4.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3.$$

$$\therefore BD = DE. \dots\dots 6 \text{ 分}$$



25. 解: (1) 52, 102; $\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) ①证明: 在 BC 上截取 BF, 使 BF=BA, 连接 EF. (如图 2)

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FBE$ 中,

$$\begin{cases} AB = FB, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ EB = EB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE. \dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4, AE = FE.$$

$$\because \angle 4 = \angle 5 + \angle 6,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5 + \angle 6.$$

$$\because \angle 3 = 2\angle 6,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6.$$

$$\therefore FC = FE.$$

$$\therefore AE = FC.$$

$$\therefore AE + AB = FC + FB = BC. \dots\dots 4 \text{ 分}$$

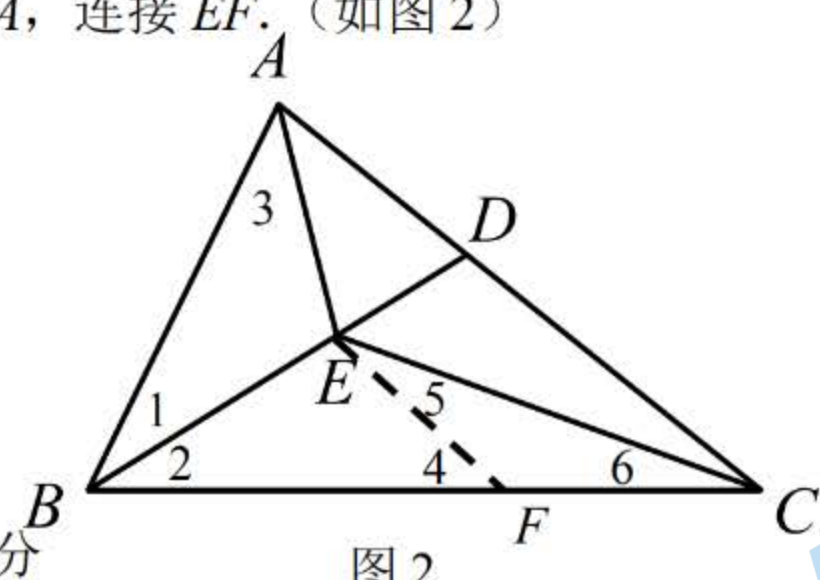


图 2

②解: 连接 AF. (如图 3)

$$\because \angle 1 = \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ.$$

$$\because AB = FB,$$

$$\therefore \triangle ABF \text{ 是等边三角形.}$$

$$\therefore AF = AB, \angle FAB = 60^\circ.$$

$$\because AB = CE,$$

$$\therefore CE = AF.$$

在 $\triangle CFE$ 和 $\triangle AEF$ 中,

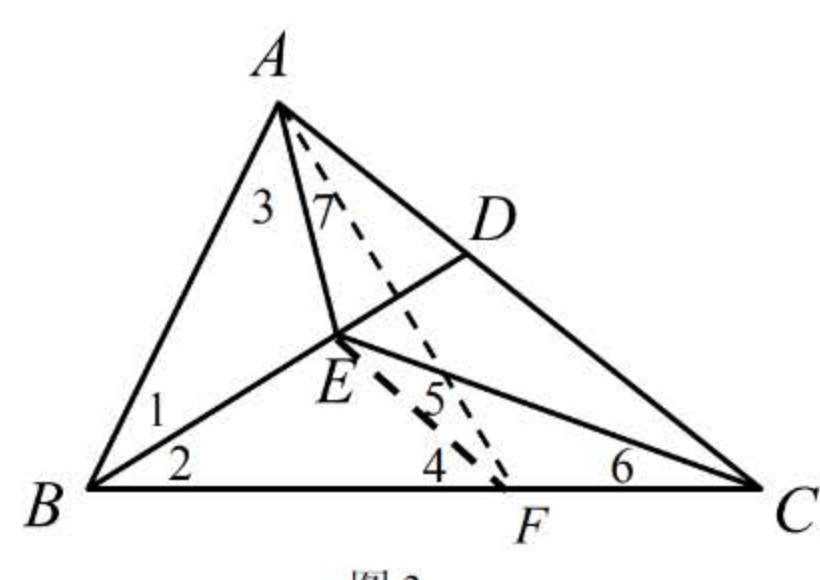


图 3

$$\begin{cases} CF=AE, \\ FE=EF, \\ CE=AF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle CFE \cong \triangle AEF$ 5分

$\therefore \angle 6 = \angle 7$.

$\therefore \angle 7 + \angle 3 = 60^\circ$,

$\therefore \angle 6 + \angle 3 = 60^\circ$.

$\therefore \angle 3 = 2\angle 6$,

$\therefore \angle 6 + 2\angle 6 = 60^\circ$.

$\therefore \angle 6 = 20^\circ$.

即 $\angle ECB = 20^\circ$ 6分

(阅卷说明: 其他正确方法相应给分)

四、附加题: (26题6分, 27题8分, 28题6分, 共20分)

26. (1) $a = b + 12$ 2分

(2) 解: $\because ab + 3c^2 + 36 = 0$, 且 $a = b + 12$

$\therefore (b + 12) \cdot b + 3c^2 + 36 = 0$

$b^2 + 12b + 36 + 3c^2 = 0$

$(b + 6)^2 + 3c^2 = 0$

$\therefore (b + 6)^2 \geq 0, 3c^2 \geq 0$

$\therefore b = -6, c = 0$

$\therefore a = b + 12 = 6$

$\therefore 2a + b + c = 12 - 6 + 0 = 6$.

..... 6分

27. (1) 略. 2分

(2) 6, $5a^2 + 6ab + b^2 = (5a + b)(a + b)$ 6分

(3) $a + 2b$ 8分

28. (1) $\angle ADB = 30^\circ$ 2分

(2) 解: 第一种情况: 当 $60^\circ < \alpha \leq 120^\circ$ 时

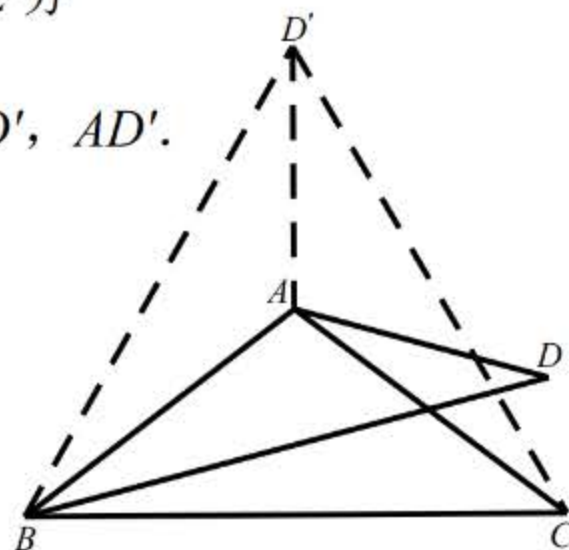
如图, 作 $\angle ABD' = \angle ABD$, $BD' = BD$, 连接 CD' , AD' .

$\because AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$.

$\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,

$\therefore \alpha + 2\angle ABC = 180^\circ$.



$$\therefore \angle ABC = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

同 (1) 可证 $\triangle ABD \cong \triangle ABD'$.

$$\therefore \angle ABD = \angle ABD' = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta, \quad BD = BD', \quad \angle ADB = \angle AD'B.$$

$$\therefore \angle D'BC = \angle ABD' + \angle ABC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

$$\because \alpha + \beta = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle D'BC = 60^\circ.$$

以下同 (1) 可求得 $\angle ADB = 30^\circ$. -----4 分

第二种情况: 当 $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ 时,

如图, 作 $\angle ABD' = \angle ABD$, $BD' = BD$, 连接 CD' , AD' .

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB.$$

$$\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + 2\angle ABC = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC - \angle ABC = \beta - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}).$$

同 (1) 可证 $\triangle ABD \cong \triangle ABD'$.

$$\therefore \angle ABD = \angle ABD' = \beta - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}), \quad BD = BD', \quad \angle ADB = \angle AD'B.$$

$$\therefore \angle D'BC = \angle ABC - \angle ABD' = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - [\beta - (90^\circ - \frac{\alpha}{2})] = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

$$\because \alpha + \beta = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle D'BC = 60^\circ.$$

$$\because BD = BD', \quad BD = BC,$$

$$\therefore BD' = BC.$$

$\therefore \triangle D'BC$ 是等边三角形.

$$\therefore D'B = D'C, \quad \angle BD'C = 60^\circ.$$

同 (1) 可证 $\triangle AD'B \cong \triangle AD'C$.

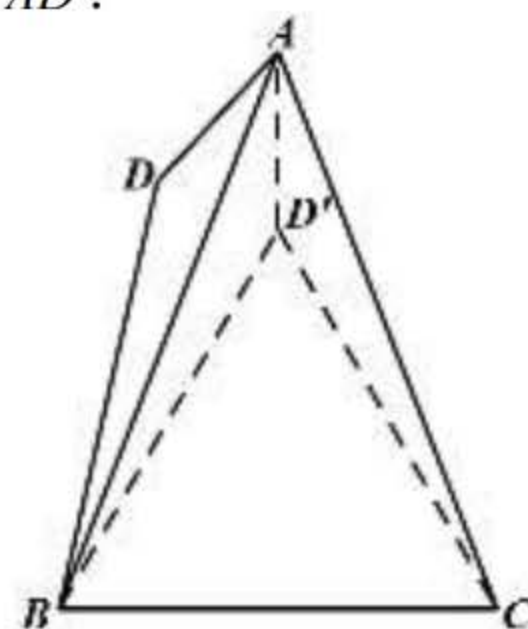
$$\therefore \angle AD'B = \angle AD'C.$$

$$\therefore \angle AD'B + \angle AD'C + \angle BD'C = 360^\circ,$$

$$\therefore 2\angle AD'B + 60^\circ = 360^\circ.$$

$$\therefore \angle AD'B = 150^\circ.$$

$$\therefore \angle ADB = 150^\circ. \quad \text{-----6 分}$$



关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。