北京市平谷区 2023 年学业水平考试统一练习（一）

数 学 试 卷

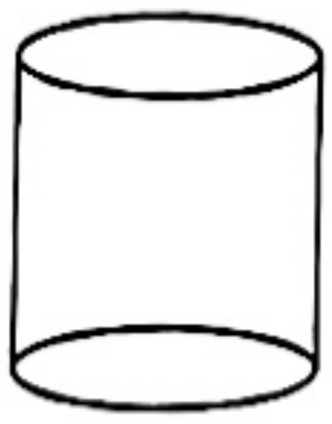
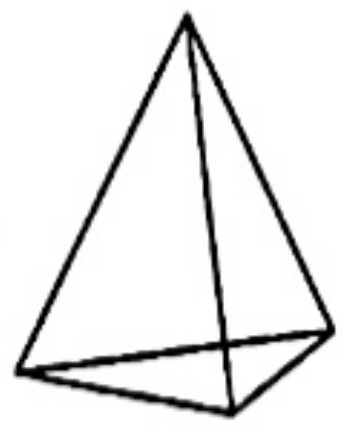
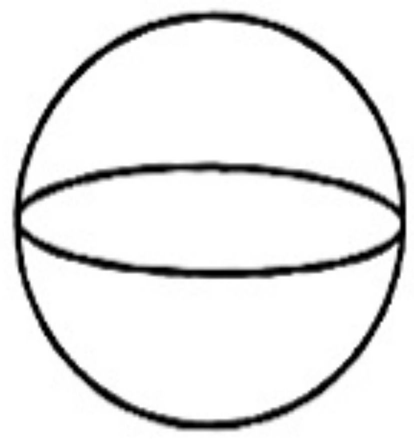
2023.4

注意事项	
	1. 本试卷共 8 页，包括三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，请将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

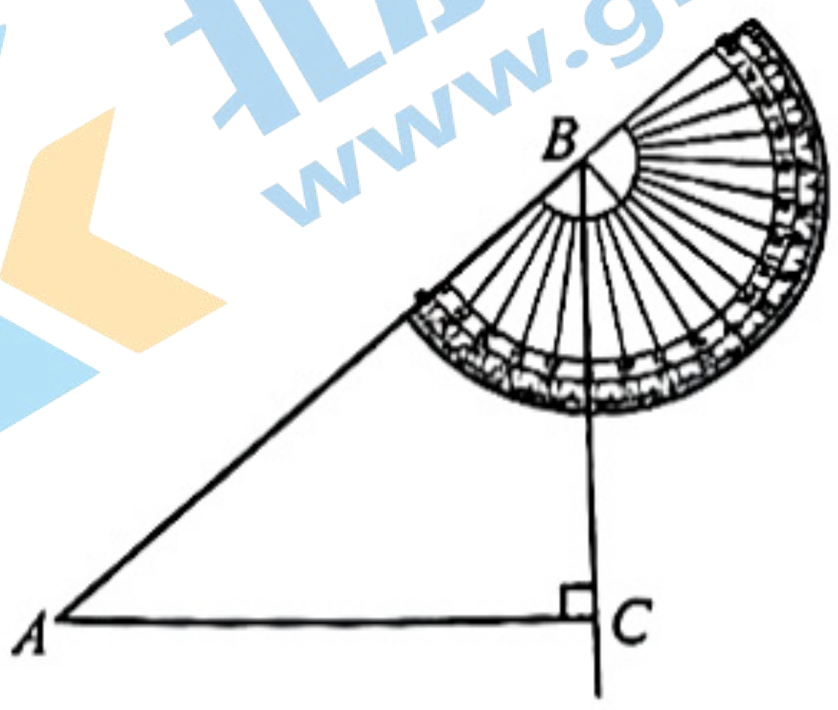
1. 下面几何体中，是圆柱体的为

A.  B.  C.  D. 

2. 为了确保我国粮食种植的稳定性，国家提出了“严防死守 18 亿亩耕地的红线目标”，经过了多年的努力和坚守，我国耕地面积止住了下跌趋势，而且还实现了增长．到 2020 年，全国耕地保有量回升至 18.65 亿亩以上，1865000000 用科学计数法表示为

A. 1.865×10^{7}　　B. 18.65×10^{8}　　C. 1.865×10^{9}　　D. 1.865×10^{12}

3. 把一根细线固定在半圆形量角器的圆心处，细线的另一端系一个小重物，制成一个简单的测角仪，如图所示，细线与 BC 边重合，则 $\angle A$ 的度数为



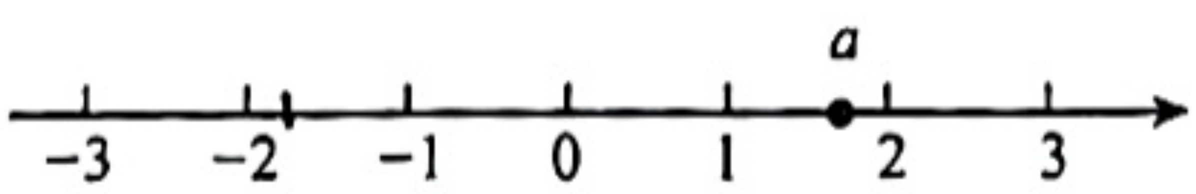
A. 30°

B. 40°

C. 50°

D. 75°

4. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示．若实数 b 满足 $b<-a$，则 b 的值可以是



A. 1　　B. 0　　C. −1　　D. −2

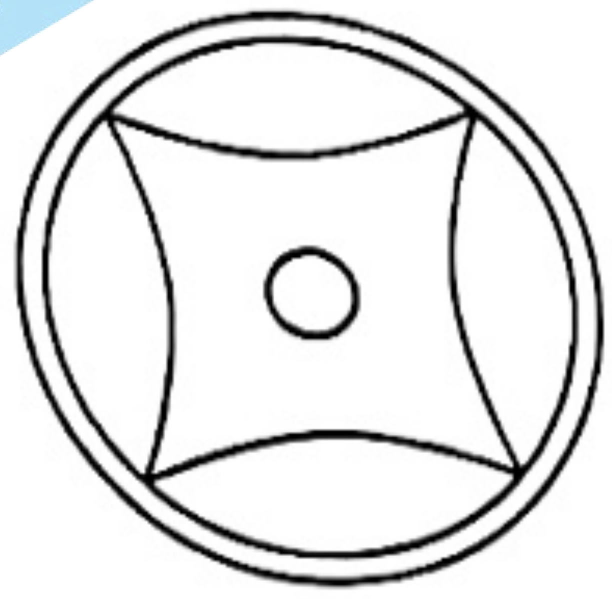
5. 不透明的袋子中有三个小球，上面分别写着数字"1""2""3"，除数字外三个小球无其他差别。从中随机摸出一个小球，记录其数字，不放回，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之和为 3 的概率是

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围为

A. $m\geq 1$　　B. $m\leq 1$　　C. $m>1$　　D. $m<1$

7. 瓷器上的纹饰是中国古代传统文化的重要载体之一，如图所示的图形即为瓷器上的纹饰，该图形既为中心对称图形，又为轴对称图形，该图形对称轴的条数为



A. 1

B. 2

C. 4

D. 5

8. 摄氏温度(℃)与华氏温度(°F)是表示温度的两种方法，它们的关系如下：

摄氏温度(℃)	0	10	20
华氏温度(°F)	32	50	68

若设摄氏温度(℃)为 x，华氏温度(°F)为 y，y 与 x 之间满足如下我们学习过的一种函数关系，则 y 与 x 满足的函数关系为

A. 正比例函数　　B. 一次函数

C. 反比例函数　　D. 二次函数

二、填空题(本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 若 $\frac{6}{x-1}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是______.

10. 分解因式：$mx^2-2mx+m=$______

11. 方程 $\frac{3}{2x+1}=\frac{1}{x-1}$ 的解为______.

12. 写出一个比 3 大比 4 小的无理数______.

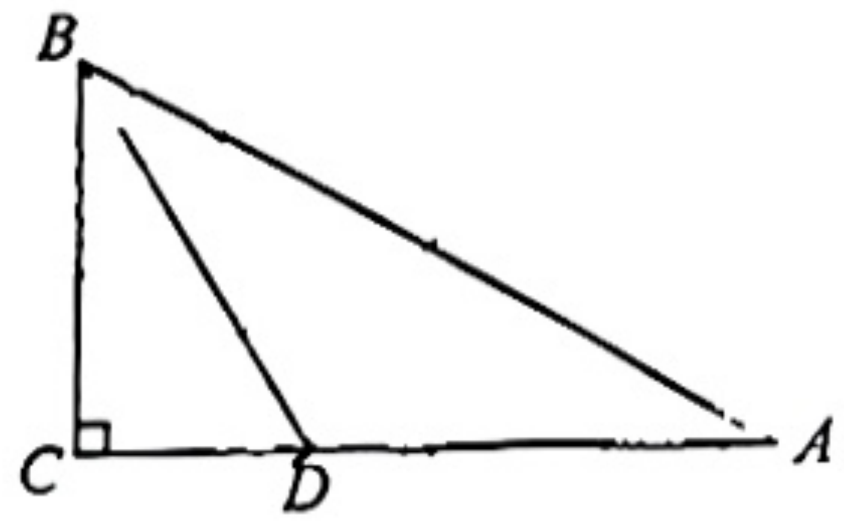
13. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象过点 $A(2,-1)$ 和 $B(m,-2)$，则 $m=$________.

14. 为了提高大家的环境保护意识，某小区在假期开展了废旧电池回收的志愿者活动，该社区的 10 名中学生参与了该项活动，回收的旧电池数据如下表：

电池数量（节）	2	5	6	8	10
人数	1	4	2	2	1

根据以上数据，这 10 名中学生收集废旧电池的平均数为________.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，BD 平分 $\angle ABC$，若 $S_{\triangle BCD}=1$，则 $S_{\triangle ABD}=$________.



16. 某货运公司临时接到一个任务，从工厂同时运送 A、B 两种货物各 20 箱到展馆，货运公司调派甲货车运送 A 种货物，乙货车运送 B 种货物，A 种货物每箱 80 千克，B 种货物每箱 70 千克，因为两种货物包装箱完全一样，装运工人一时疏忽两车虽然所装货物数量正确，但部分货物却装混了. 运送途中安检时，两车过地秤，发现甲车比乙车的货物重 160 千克，则甲、乙两车各有________箱货物装错，到达展馆，为了尽快把货物区分开，乙车司机借来了一台最多可以称 300 千克的秤，精选最优称重方案，根据被错装货物出现的所有可能情况，最多需要称________次就能把乙车上装错的货物区分出来.

三、解答题（本题共 68 分，第 17－20、22、25 题，每题 5 分；第 21、23、24、26 题，每题 6 分；第 27－28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$(\pi-2023)^0+2\sin60°-\sqrt{27}+|1-\sqrt{3}|$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}2x+4\geq 1-x, \\ x<\dfrac{2x+3}{3}.\end{cases}$

19. 已知 $2x^2+x-1=0$，求代数式 $(x+2)(x-2)+x(x+1)$ 的值.

20. 已知：如图，$\triangle ABC$ 为锐角三角形.

求作：以 BC 为一边作 $Rt\triangle MBC$，使 $\angle MBC=90°$ $\angle M=\angle A$.

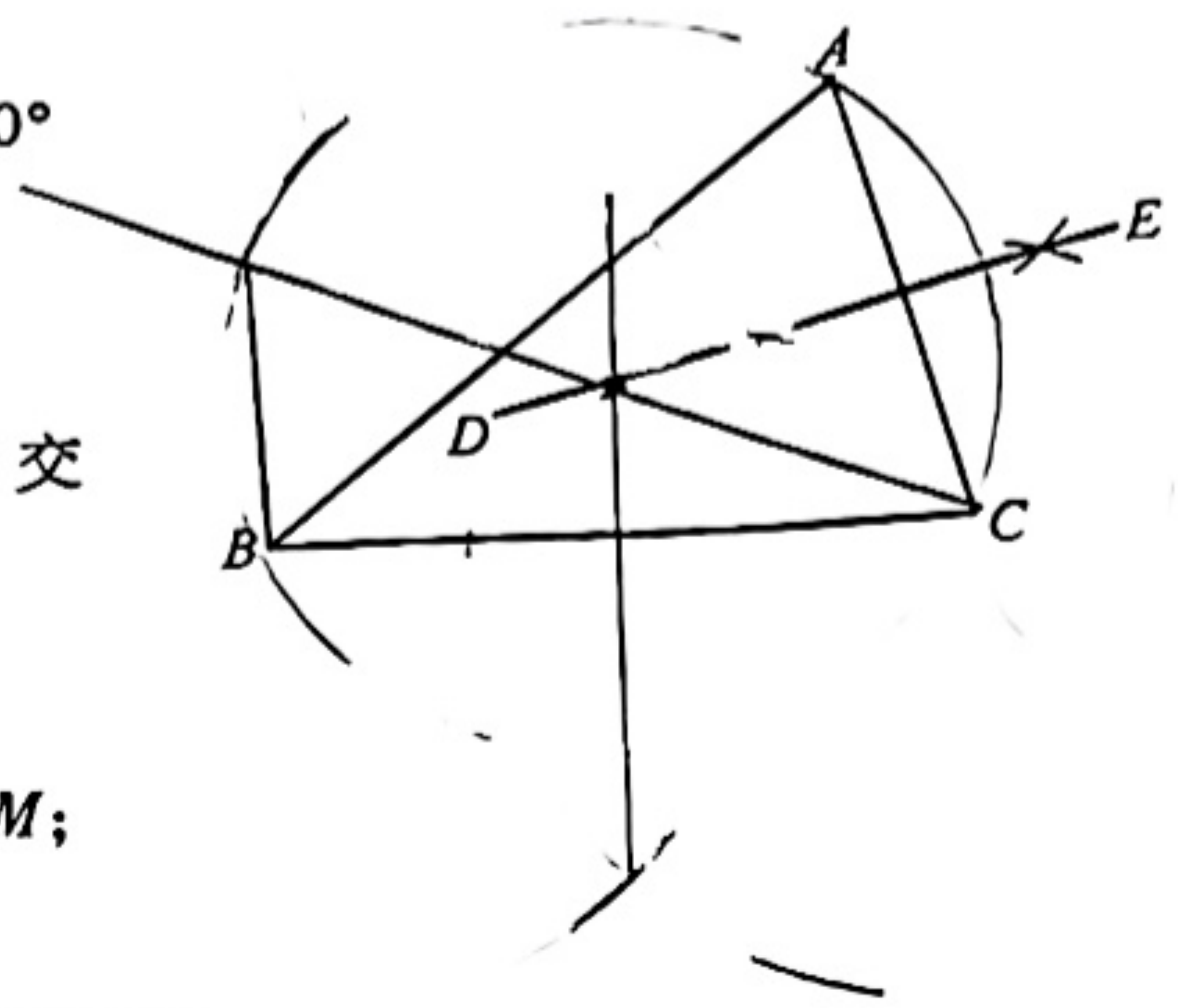
作法：①作 AC 边的垂直平分线 DE；

②作 BC 边的垂直平分线 FG，与直线 DE 交于点 O；

③以 O 为圆心，OA 为半径作⊙O；

④连接 CO 并延长，交⊙O 于点 M，连接 BM；

$\triangle MBC$ 即为所求作的三角形.



(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明

证明：∵ DE 是 AC 的垂直平分线，FG 是 BC 的垂直平分线，DE 与 FG 交于点 O

∴ $OA=OB=OC$

∴ 点 A、B、C 都在⊙O 上

∵ CM 为⊙O 的直径

∴ $\angle MBC=$ ______°

∵ $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$

∴ $\angle M=\angle A$（________________）（填推理依据）

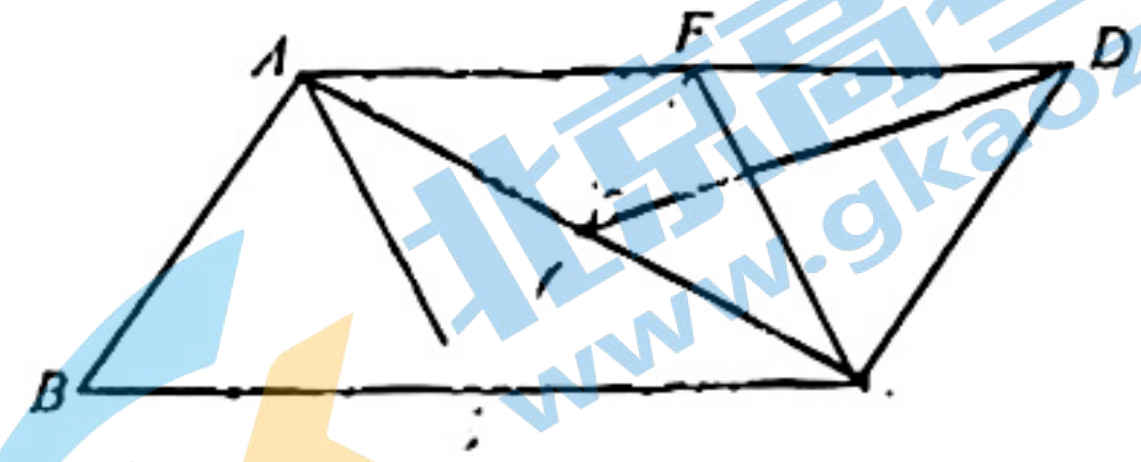
∴ $\triangle MBC$ 即为所求作的三角形.

21. 如图，在▱$ABCD$中，点E是BC中点，点F是AD中点，连接AE、CF、EF，EF平分$\angle AEC$.

(1)求证：四边形$AECF$是菱形；

(2)连接AC，与EF交于点O，连接OD.

若$AF=5$，$\sin\angle FAC=\dfrac{3}{\text{[illegible]}}$，求$OD$的长.



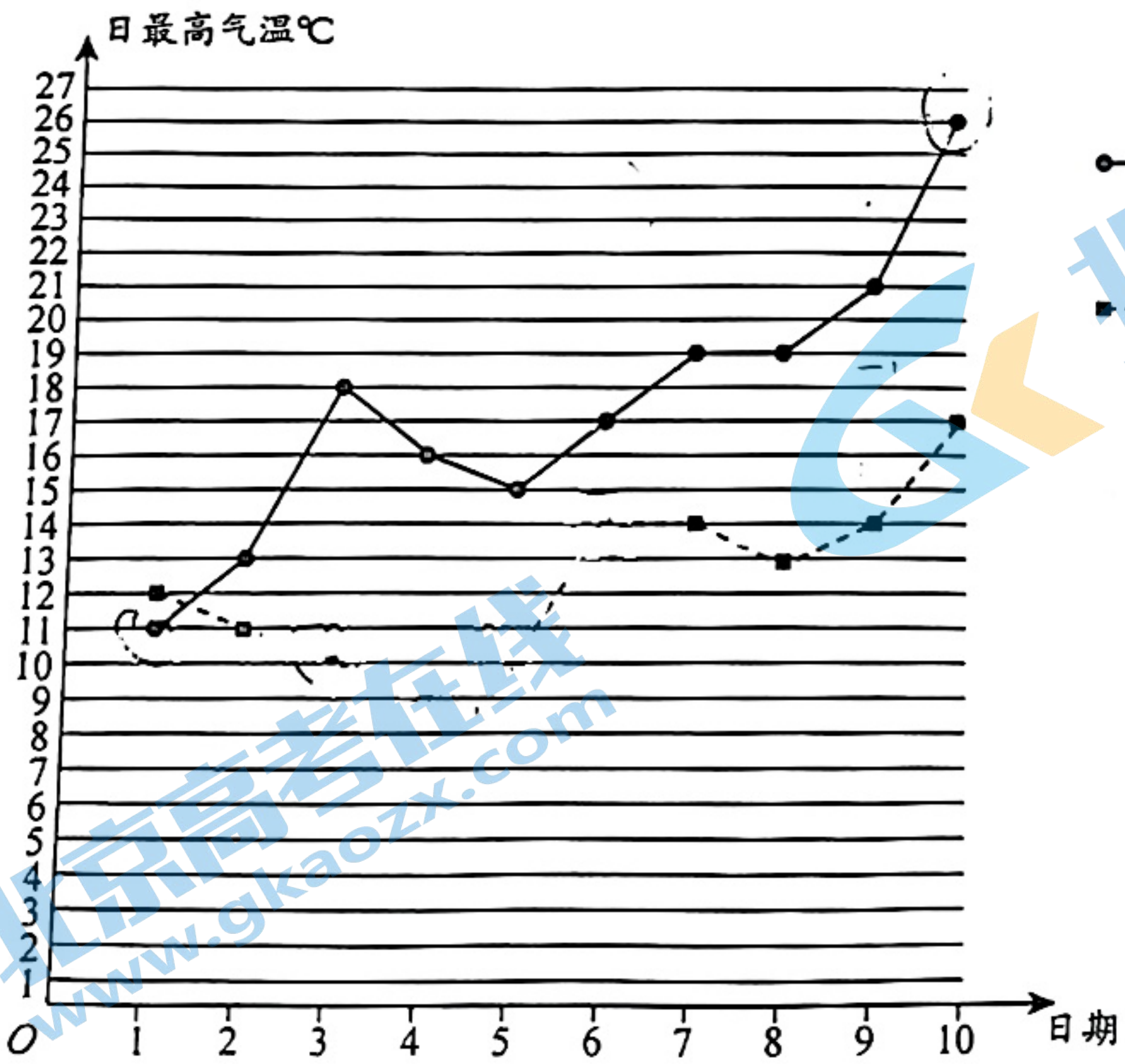
22. 在平面直角坐标系xOy中，函数$y=kx+b\ (k\neq 0)$的图象经过点$(-1,0)$，$(0,1)$.

(1)求该函数的解析式；

(2)当$x>-2$时，对于x的每一个值，函数$y=2x+n$的值大于函数$y=kx+b\ (k\neq 0)$的值，求n的取值范围.

23. 明明学完了统计部分的相关知识后，对数据的统计产生了浓厚的兴趣，他从网上查阅了2023年3月1号至10号A、B两个城市的日最高气温数据，并对数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

a. A、B两个城市3月1号至10号的日最高气温数据的折线图：



b. A、B 两个城市 3 月 1 号至 10 号的日最高气温数据的平均数、中位数、众数、极差：

城市	平均数	中位数	众数	极差
A	17.5	17.5	19	z
B	12.4	m		8

根据以上信息，回答下列问题：

(1)求表中 m、n、z 的值；

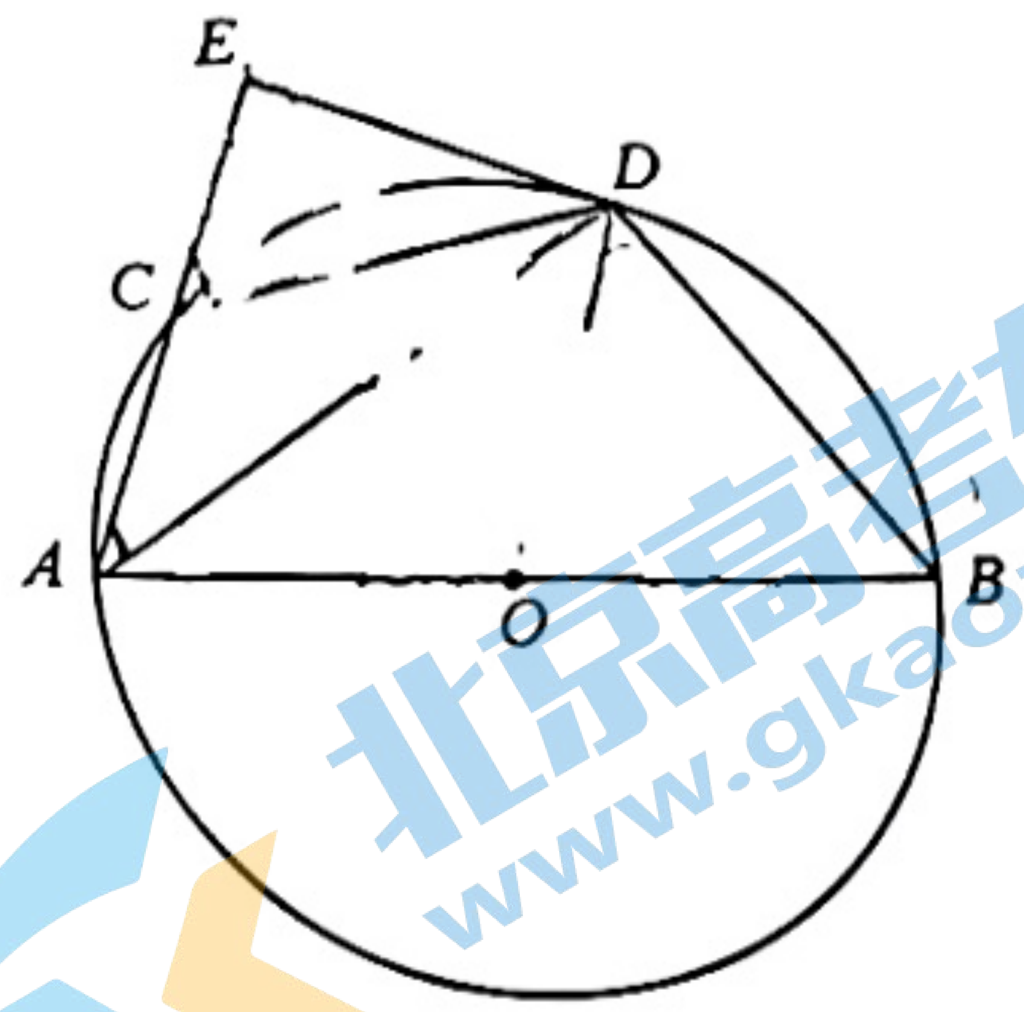
(2)记 A 城市 3 月 1 号至 10 号的日最高气温的方差为 s_1^2，B 城市 3 月 1 号至 10 号的日最高气温的方差为 s_2^2，则 s_1^2 ________ s_2^2（填“>”“<”或“=”）；

(3)如果你是明明，请根据以上统计数据，对 A、B 两个城市 3 月 1 号至 10 号的日最高气温情况做简单的分析.（至少从两个方面做出分析）

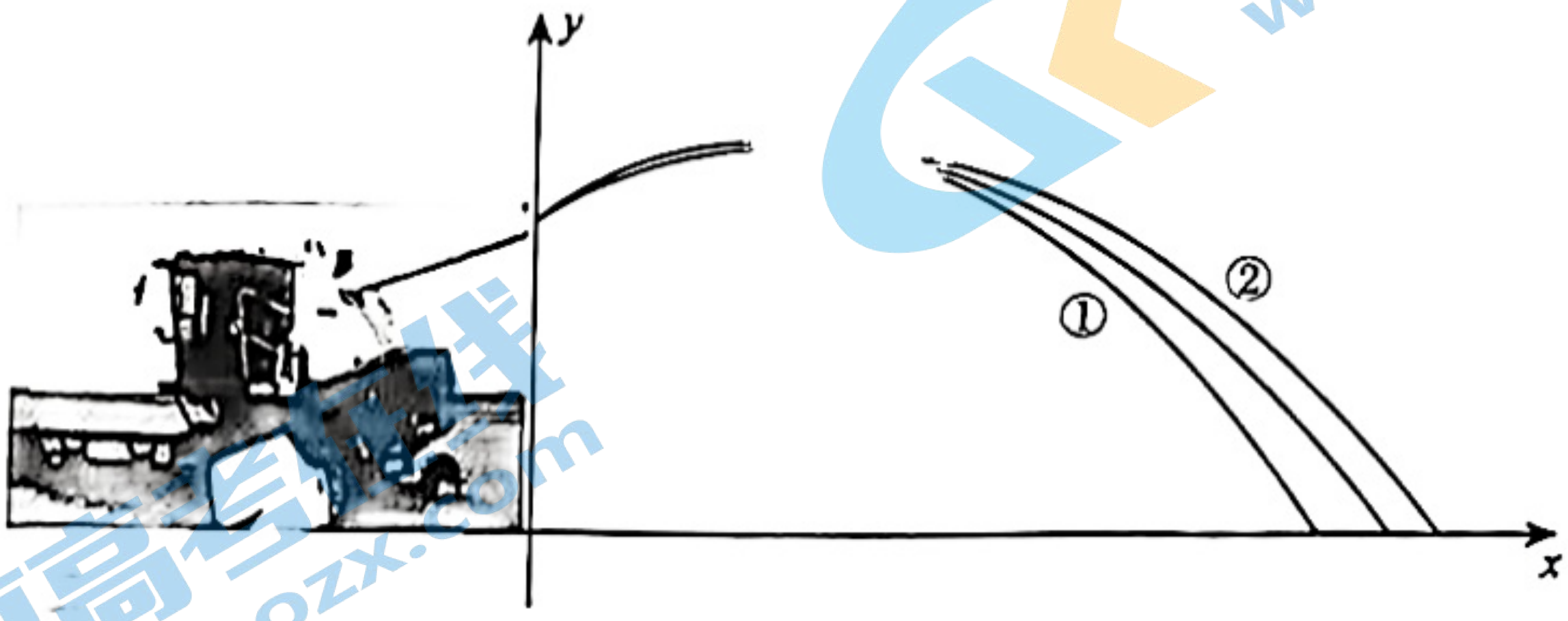
24. 如图，AB 是⊙O 的直径，C、D 是⊙O 上的两点，且 $\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{DC}$，过点 D 作⊙O 的切线交 AC 的延长线于点 E.

(1)求证：$\angle E=90°$；

(2)连接 CD. 若 $\cos\angle ECD=\frac{2}{3}$，$AB=9$，求 CE 的长.



25. 如图所示，某农场的小麦收割机正在收割小麦，脱离后的谷粒沿着喷射管道飞出，飞行路线可以看作是抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系，谷粒从喷射出到着陆的过程中，谷粒的竖直高度 y（单位：m）与距离喷射口的水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k\ (a<0)$.



(1)谷粒距离喷射口的水平距离 x（单位：m）与竖直高度 y（单位：m）的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	2	3	4	5
竖直高度 y/m	3.5	4.3	4.4	4.3	4.0

根据上述数据，若用货车接运谷粒，保证和喷射口在同一平面的情况下，谷粒落下过程中恰好落到车箱的中心点. 若货车车箱的中心点距地面 1.9 米，则货车车箱的中心点应距离喷射口几米？

(2)谷粒喷出的同时石子等较重的杂质会跟随谷粒一起在重力作用下沿抛物线①被分离出来，谷皮和颗粒等较轻的杂质也会跟着谷粒一起沿抛物线②被分离出来，若已知两条抛物线的解析式分别为

$A:\ y=-0.09(x-3.2)^2+4.47$　　　　$B:\ y=-0.12(x-2.8)^2+4.44$

则 A、B 对应的抛物线分别为 A:________；B:________（写①或②即可）.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1,\ y_1)$，$(3,\ y_2)$ 在抛物线 $y=x^2-2mx+m^2$ 上.

(1)求抛物线的对称轴用含 m 的式子表示)；

(2)若 $y_1<y_2$，求 m 的取值范围；

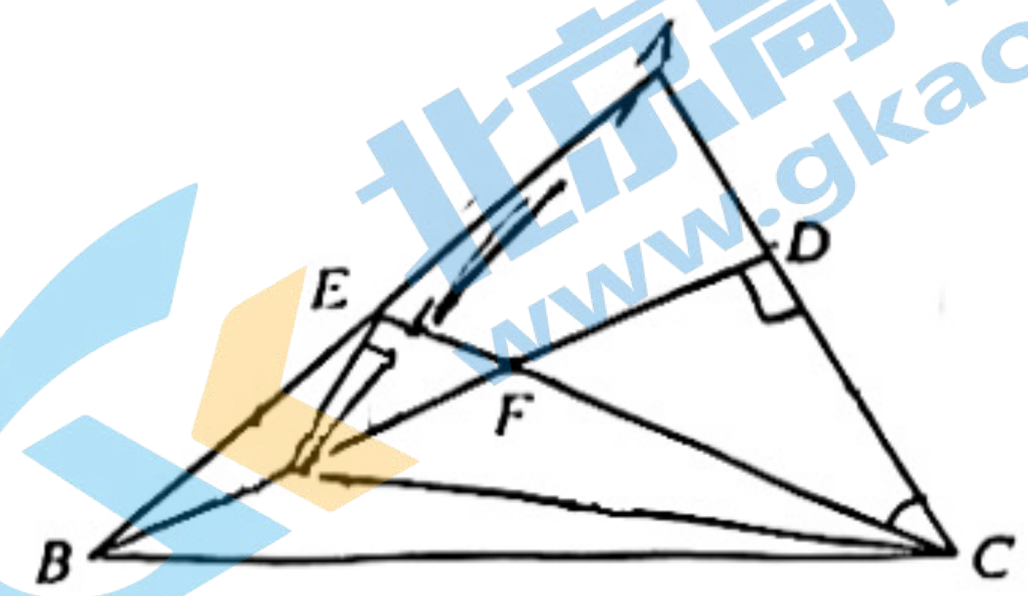
(3)若点 $(x_0,\ y_0)$ 在抛物线上，若存在 $-1<x_0<0$，使 $y_1<y_0<y_2$ 成立，求 m 的取值范围.

27. 在△ABC 中，$BD\perp AC$，E 为 AB 边中点，连接 CE，BD 与 CE 相交于点 F，过 E 作 $EM\perp EF$，交 BD 于点 M，连接 CM.

(1)依题意补全图形；

(2)求证：$\angle EMF=\angle ACF$；

(3)判断 BM、CM、AC 的数量关系，并证明.



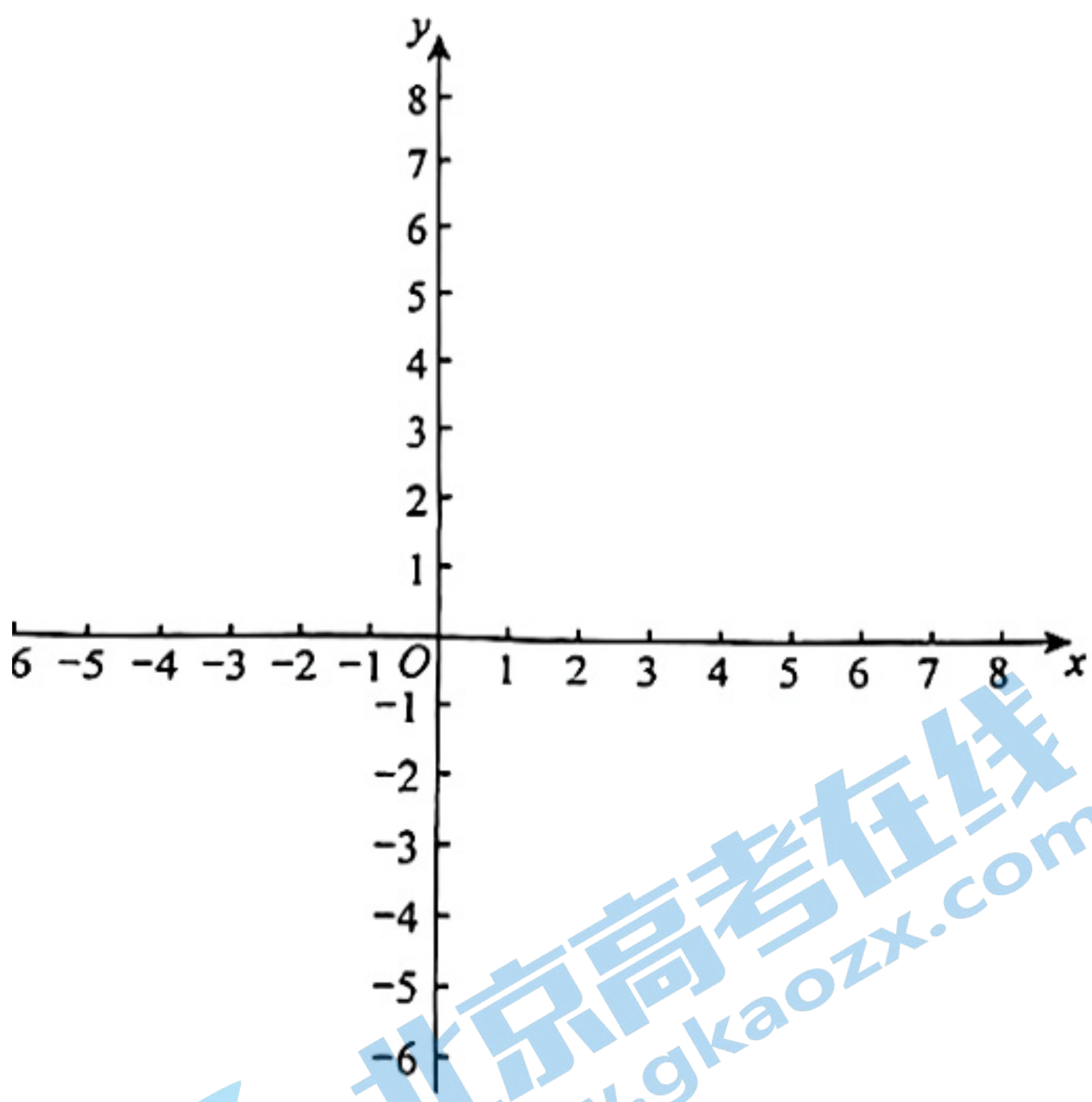
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $M(m,n)$，我们将点 M 的横纵坐标交换位置得到点 $N(n,m)$. 给出如下定义：对于平面上的点 C，若满足 $NC=1$，则称点 C 为点 M 的“对炫点”.

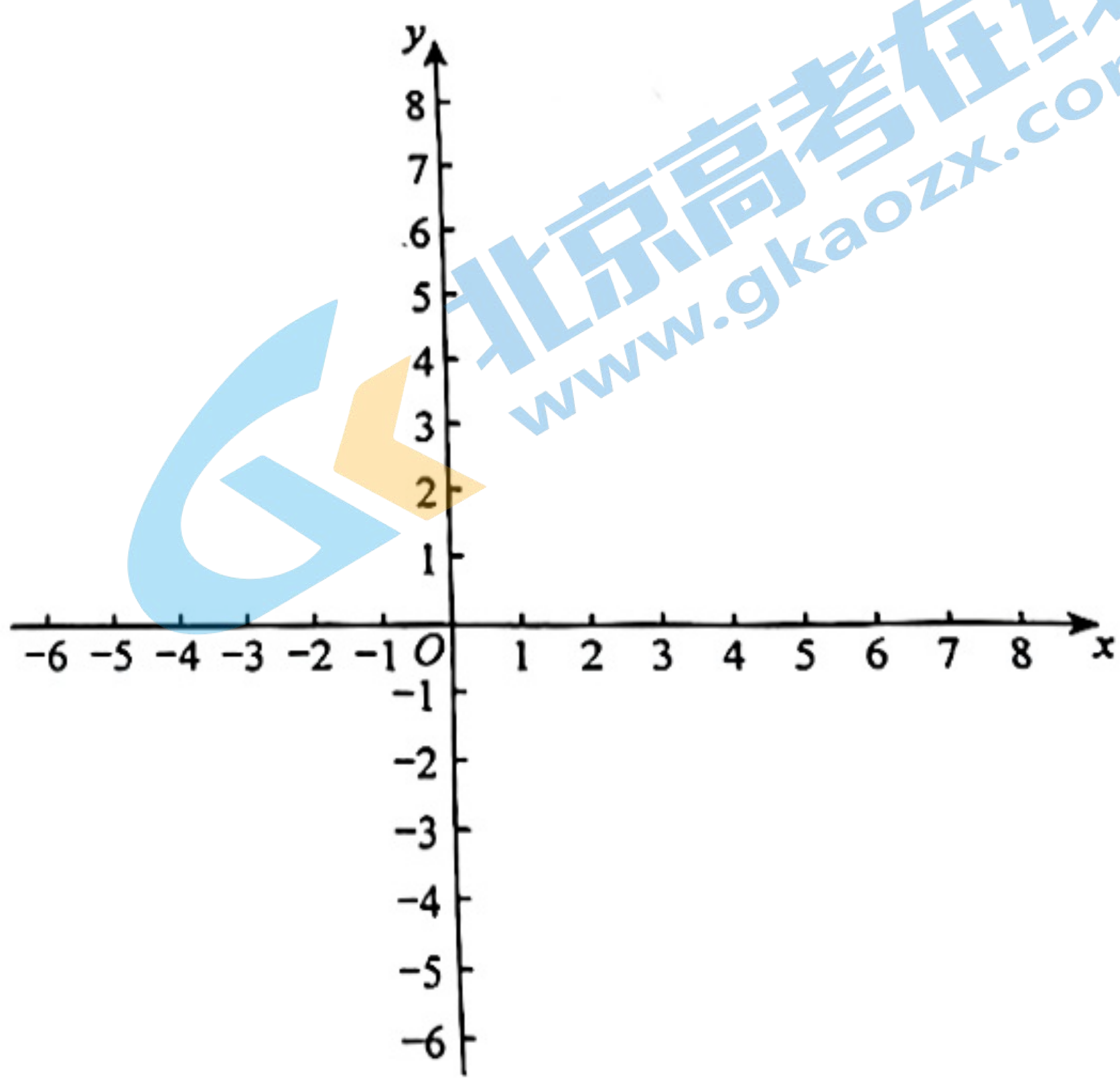
(1)已知点 $A(2,0)$，

①下列各点：$Q_1(0,1)$，$Q_2(1,1)$，$Q_3(-1,2)$中为点 A 的“对炫点”的是________；

②点 P 是直线 $y=x+2$ 上一点，若点 A 是点 P 的对炫点，求出点 P 的坐标；

(2)设点 $A(a,b)$是第一象限内一点，点 P 是直线 $y=x+b$ 上一点，至少存在一个点 P，使得点 A 的对炫点也是点 P 的对炫点，求 a、b 的取值范围.





平谷区 2023 年一模试卷评分标准

初 三 数 学

2023 年 4 月

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	D	B	D	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x\neq 1$	$m(x-1)^2$	x=4	答案不唯一例：$\sqrt{10}$	1	6	2	2;8

三、解答题(本题共 68 分，第 17-20、22、25 题，每题 5 分，第 21、23、24、26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解：$(\pi-2023)^0+2\sin 60^\circ-\sqrt{27}+|1-\sqrt{3}|$

$=1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{3}-1$ ………………………………4

$=-\sqrt{3}$ ………………………………5

18.解不等式组：$\begin{cases}2x+4\geq 1-x,\\ x<\dfrac{2x+3}{3}.\end{cases}$

解①得 $x\geq -1$ ………………………………2

解②得 $x<3$ ………………………………4

$\therefore -1\leq x<3$ ………………………………5

19.先化简，再求值：

$(x+2)(x-2)+x(x+1)$

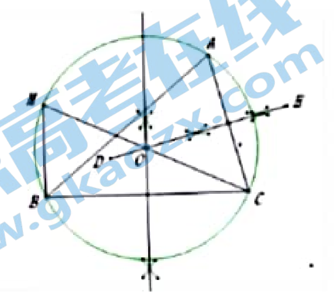
$=x^2-4+x^2+x$ ………………………………2

$=2x^2+x-4$ ………………………………3

$\because 2x^2+x-1=0,\therefore 2x^2+x=1$ ………………………………4

$\therefore$原式 $=1-4=-3$ ………………………………5

20.（1）尺规作图



………………………………2

(2) 90————3

同弧（或等弧)所对的圆周角相等————5

21 (1) 证明：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形

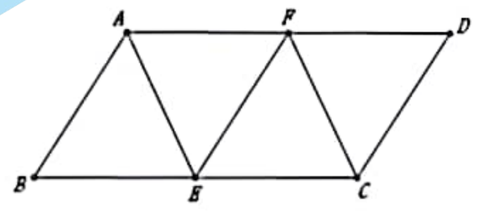
∴ $AD\parallel BC$，$AD=BC$————1

∵ F 是 AD 中点，E 是 BC 中点

∴ $AF\parallel EC$，$AF=EC$

∴ 四边形 AECF 是平行四边形————2

∵ EF 平分$\angle AEC$



∴ $\angle AEF=\angle FEC$

∵ $AF\parallel EC$

∴ $\angle AFE=\angle FEC=\angle AEF$

∴ $AE=AF$

∴ 四边形 AECF 是菱形————3

(2) 解：∵ 四边形 AECF 是菱形

∴ $AO=OC$，$EO=FO$，$\angle AOF=90^\circ$————4

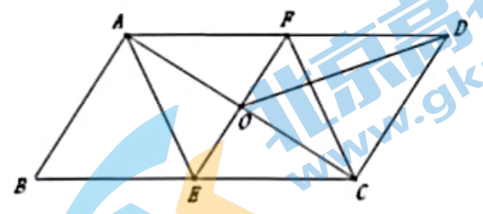
∵ $EF=6$

∴ $FO=3$

∵ $AF=5$

∴ $AO=4$————5

∵ $AO=CO$，F 为 AD 中点



∴ $CD=2OF=6$, $CD\parallel EF$

∴ $\angle ACD=90^\circ$

∵ $OC=4$，$CD=6$

∴ $OD=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$————6

22∵ 一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点（-1，0）和（0，1）

∴ $\begin{cases}-k+b=0\\ b=1\end{cases}$ ——————————1

∴ $\begin{cases}k=1\\ b=1\end{cases}$ ——————————2

∴ $y=x+1$

（2） 当直线 y=x+1 中 x=-2 时，y=-1 ——————————3

当 $y=2x+n$ 过点（-2,-1）时，n=3 ——————————4

∴ $n\geq 3$时结论成立. ——————————5

23.解：（1）m=12.5，n=14，z=15； ——————————3

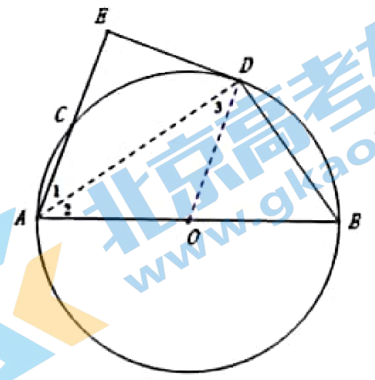
（2）>； ——————————4

(3)A 城市 3 月 1 日至 10 日日平均气温的平均值更高，极差较大，温度波动较大，不稳定，

B 城市 3 月 1 日至 10 日日平均气温的平均值较小，极差小，温度变化较稳定。

——————————6

24.（1）解：连结 OD.



∵ DE 为⊙O的切线

∴ ∠EDO=90° ——————————1

∵ $\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{DC}$

∴ ∠1=∠2.

∵ OA=OD

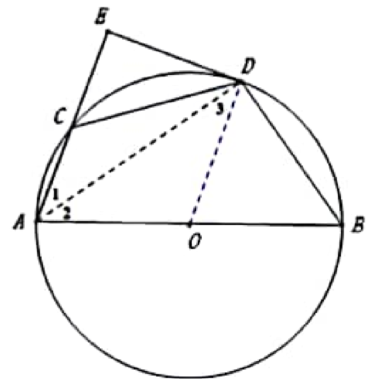
∴ ∠2=∠3 ——————————2

∴ ∠1=∠3

∴ OD∥AE

∴ ∠E=∠EDO=90° ——————————3

（2）∵ 四边形 ABDC 内接于⊙O



∴ ∠B=∠ECD ——————————4

∵ $\cos\angle ECD=\frac{2}{3}$

∴ $\cos\angle B=\frac{2}{3}$

∵ AB 是直径

∴ ∠ADB=90°，∵ AB=9

∴ BD=6 ——————————5

∵ $\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{DC}$

∴ CD=BD=6

∵ $\cos\angle ECD=\frac{2}{3}$，

∴ CE=4————————————————6

25.（1）由表可知，抛物线的顶点坐标为（3,4.4)

∴ 抛物线的解析式为 $y=a(x-3)^2+4.4$

∵ 抛物线过点（0.3.5）.解得 a=- 0.1

∴ $y=-0.1(x-3)^2+4.4$————————————————2

当 y=1.9 时，x=8

————————————————————————3

（2）②；①.————————————————————————5

26（1）解：对称轴 x=m ————————————————1

（2） $m<2$————————————————————————3

（3） 由 $m^2>1-2m+m^2$，得 $m>\frac{1}{2}$————————————————4

由 $1+2m+m^2<9-6m+m^2$，得 $m<1$————————————————5

∴ $\frac{1}{2}<m<1$————————————————————————6

27 (1)补全图形……………………………………………………1

(2) 证明：

∵ ∠BDC=90°

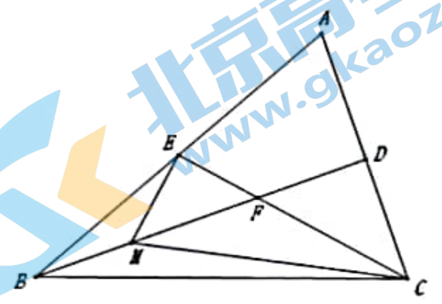
∴ ∠DCF+∠DFC=90°……………………………2

∵ EM⊥EF

∴ ∠EMF+∠EFM=90°

∵ ∠EFM=∠DFC

∴ ∠EMF=∠DCF……………………………………3



(3)

结论：$AC^2+BM^2=MC^2$ ……………………………4

延长 ME 到 G 使 EG=EM，连接 AG、CG

∵ ∠GEA=∠MEB，EG=EM，AE=BE

∴ △AGE≌△BME（SAS）……………………………5

∴ BM=AG,BM∥AG

∵ BD⊥AC

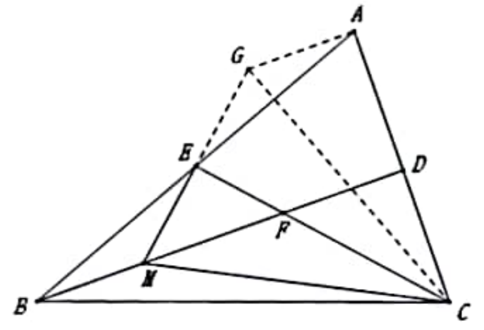
∴ ∠GAC=∠BDA=90°……………………………………6

∵ CE⊥EM，EM=EG

∴ CE 垂直平分 MG

∴ CG=CM

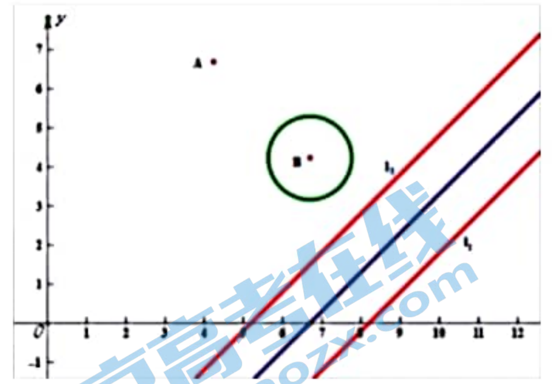
在 Rt△AGC 中，$AC^2+AG^2=GC^2$



$\therefore AC^2 + BM^2 = MC^2$ ……………………………………7

28. 解：(1) Q_1，Q_3；————————————————2

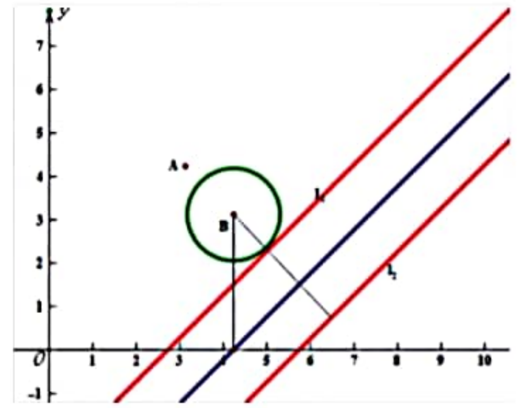
(2) $\therefore P(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2+\frac{\sqrt{2}}{2})$或$P(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 2-\frac{\sqrt{2}}{2})$————————————4



(3)

如图，点 A 的所有对炫点在以 B 为圆心半径为 1 的圆上，点 P 的所有对炫点在互相平行的 l_1、l_2 两条直线围成的区域内，所以满足条件的时刻即为圆 B 与 l_1、l_2 两条直线围成的区域内有交点即可

————————————————————————————5



$\therefore 0 < a \le 2\sqrt{2}$，$b > 0$————————————————7