2023 北京海淀初三一模

数　　学

2023.04

学校_________　姓名_________　准考证号_________

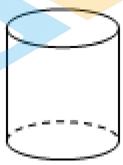
考生须知	
	1．本试卷共 6 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
	2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
	3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4．在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5．考试结束，请将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

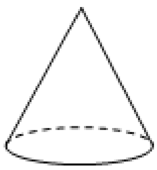
第一部分　选择题

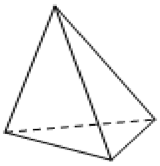
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

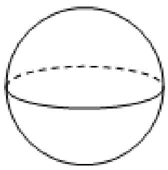
第 1-8 题均有 4 个选项，符合题意的选项只有一个.

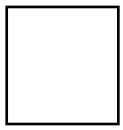
1. 下列几何体中，主视图为右图的是


（A）


（B）


（C）

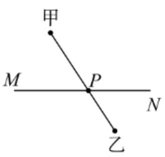

（D）



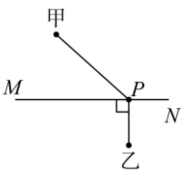
2. 北京植物园从上世纪五十年代开始建设种子库，目前库中已有种子 83 000 余份，总量位居世界第二位. 将 83 000 用科学记数法表示应为

（A）83×10^3　　（B）8.3×10^4　　（C）8.3×10^5　　（D）0.83×10^5

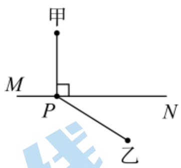
3. 在一条沿直线 MN 铺设的电缆两侧有甲、乙两个小区，现要求在 MN 上选取一点 P，向两个小区铺设电缆. 下面四种铺设方案中，使用电缆材料最少的是



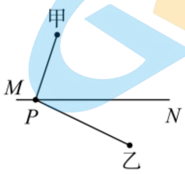
（A）



（B）



（C）

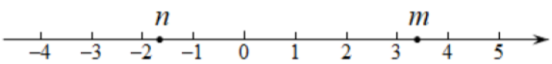


（D）

4. 不透明的袋子中装有 2 个红球和 3 个黄球，两种球除颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，摸到黄球的概率是

（A）$\frac{2}{3}$　　（B）$\frac{3}{4}$　　（C）$\frac{2}{5}$　　（D）$\frac{3}{5}$

5. 实数 m，n 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是

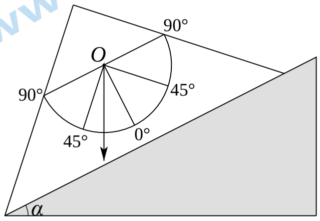


（A）$|m|<|n|$　　（B）$m+n>0$　　（C）$m-n<0$　　（D）$mn>0$

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+a=0$ 有两个相等的实数根，则实数 a 的值是

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）2

7. 小明制作简易工具来测量物体表面的倾斜程度，方法如下：将刻度重新设计的量角器固定在等腰直角三角板上，使量角器的 90°刻度线与三角板的底边平行.将用细线和铅锤做成的重锤线顶端固定在量角器中心点 O 处，现将三角板底边紧贴被测物体表面，如图所示，此时重锤线在量角器上对应的刻度为 27°，那么被测物体表面的倾斜角 α 为



（A）63°　　（B）36°　　（C）27°　　（D）18°

8. 图 1 是变量 y 与变量 x 的函数关系的图象，图 2 是变量 z 与变量 y 的函数关系的图象，则 z 与 x 的函数关系的图象可能是

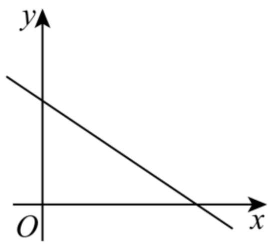


图 1

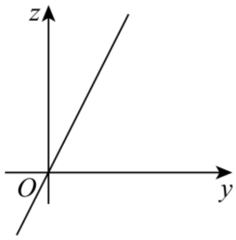
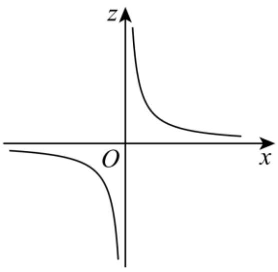
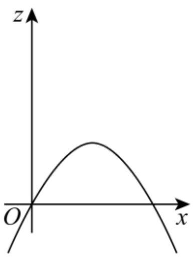


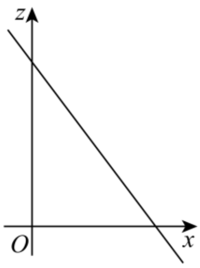
图 2



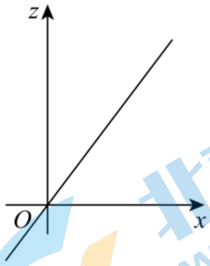
（A）



（B）



（C）



（D）

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 题，每题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

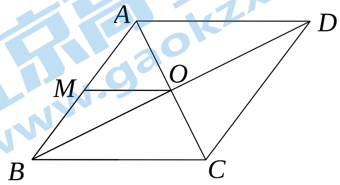
10. 分解因式：$a^2b+4ab+4b=$_____.

11. 方程 $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+3}$ 的解为_____.

12. 根据下表估计 $\sqrt{269}\approx$_____（精确到 0.1）.

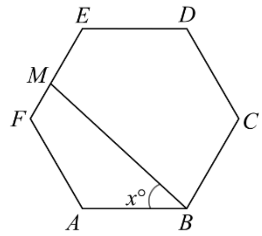
x	16.2	16.3	16.4	16.5	16.6
x^2	262.44	265.69	268.96	272.25	275.56

13. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线交于点 O，点 M 为 AB 的中点，连接 OM. 若 $AC=4$，$BD=8$，则 OM 的长为______.



14. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象与正比例函数 $y=mx$ 的图象交于 A，B 两点，点 A 的坐标为（1，a），则点 B 的坐标为______.

15. 如图，点 M 在正六边形的边 EF 上运动. 若 $\angle ABM=x^\circ$，写出一个符合条件的 x 的值____.



16. 某陶艺工坊有 A 和 B 两款电热窑，可以烧制不同尺寸的陶艺品. 两款电热窑每次可同时放置陶艺品的尺寸和数量如下表所示.

尺寸 / 数量（个） / 款式	大	中	小
A	8	15	25
B	0	10	20

烧制一个大尺寸陶艺品的位置可替换为烧制两个中尺寸或六个小尺寸陶艺品，但烧制较小陶艺品的位置不能替换为烧制较大陶艺品.

某批次共生产了 10 个大尺寸陶艺品，50 个中尺寸陶艺品，76 个小尺寸陶艺品.

（1）烧制这批陶艺品，A 款电热窑至少使用_______次；

（2）若 A 款电热窑每次烧制成本为 55 元，B 款电热窑烧每次烧制成本为 25 元，则烧制这批陶艺品成本最低为________元.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$(2023-\pi)^0+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}+\sqrt{8}-2\cos 45^\circ$.

18. 解不等式组：$\begin{cases} x+2<2x-1, \\ \dfrac{3x-5}{2}<x. \end{cases}$

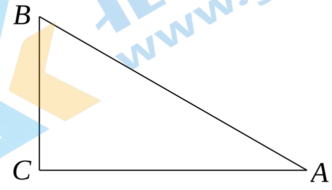
19. 已知 $2x^2+x-1=0$，求代数式 $(2x+1)^2-2(x-3)$ 的值.

20. 下面是小明同学证明定理时使用的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明.

定理：在直角三角形中，如果一个锐角等于 30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半.

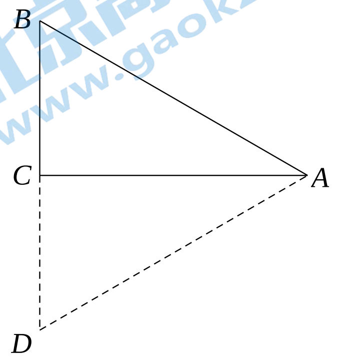
已知：如图，在△*ABC* 中，∠*C*＝90°，∠*A*＝30°.

求证：$BC=\frac{1}{2}AB$.



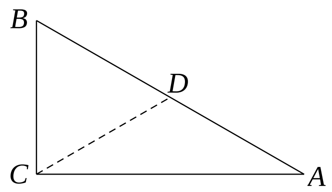
方法一

证明：如图，延长 *BC* 到点 *D*，使得 *CD*＝*BC*，连接 *AD*.



方法二

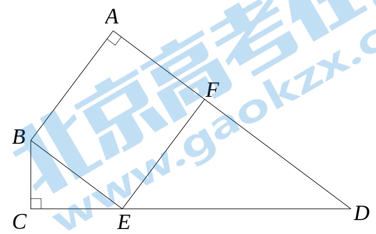
证明：如图，在线段 *AB* 上取一点 *D*，使得 *BD*＝*BC*，连接 *CD*.



21．如图，在四边形 *ABCD* 中，∠*A*=∠*C*=90°，过点 *B* 作 *BE*∥*AD* 交 *CD* 于点 *E*，点 *F* 为 *AD* 边上一点，*AF*=*BE*，连接 *EF*.

（1）求证：四边形 *ABEF* 为矩形；

（2）若 *AB*=6，*BC*=3，*CE*=4，求 *ED* 的长.

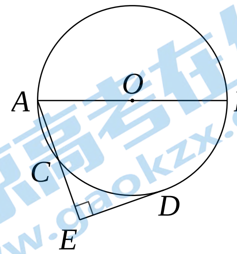


22. 在平面直角坐标系 *xOy* 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点（1，3），（2，2）.

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当 $x>2$ 时，对于 x 的每一个值，一次函数 $y=mx$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23. 如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，D 为 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，$DE\perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E.

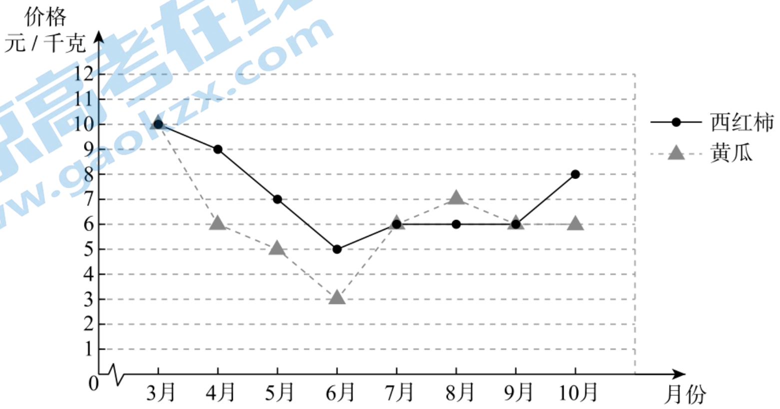


（1）求证：直线 DE 为⊙O 的切线；

（2）延长 AB，ED 交于点 F. 若 $BF=2$，$\sin\angle AFE=\frac{1}{3}$，求 AC 的长.

24. 某小组对当地 2022 年 3 月至 10 月西红柿与黄瓜市场价格进行调研，经过整理、描述和分析得到了部分信息.

a. 西红柿与黄瓜市场价格的折线图：



b. 西红柿与黄瓜价格的众数和中位数：

蔬菜价格	众数	中位数
西红柿（元/千克）	6	m
黄瓜（元/千克）	n	6

根据以上信息，回答下列问题：

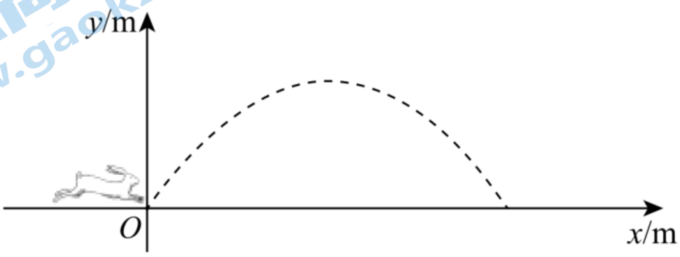
（1）m=____，n=____；

（2）在西红柿与黄瓜中，______的价格相对更稳定；

（3）如果这两种蔬菜的价格随产量的增大而降低，结合题中信息推测这两种蔬菜在____月的产量相对更高.

25. “兔飞猛进”谐音成语“突飞猛进”.在自然界中，野兔善于奔跑跳跃，“兔飞猛进”名副其实. 野兔跳跃时的空中运动路线可以看作是抛物线的一部分.

（1）建立如图所示的平面直角坐标系.



通过对某只野兔一次跳跃中水平距离 x（单位：m）与竖直高度 y（单位：m）进行的测量，得到以下数据：

水平距离 x/m	0	0.4	1	1.4	2	2.4	2.8
竖直高度 y/m	0	0.48	0.9	0.98	0.8	0.48	0

根据上述数据，回答下列问题：

① 野兔本次跳跃的最远水平距离为___m，最大竖直高度为___m；

② 求满足条件的抛物线的解析式；

（2）已知野兔在高速奔跑时，某次跳跃的最远水平距离为 3m，最大竖直高度为 1m.若在野兔起跳点前方 2m 处有高为 0.8m 的篱笆，则野兔此次跳跃______（填“能”或“不能”） 跃过篱笆.

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(x_0, m)$，$B(x_0+4, n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+1$ 上.

（1）当 $b=5$，$x_0=3$ 时，比较 m 与 n 的大小，并说明理由；

（2）若对于 $3\le x_0\le 4$，都有 $m<n<1$，求 b 的取值范围.

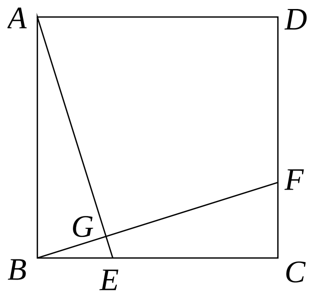
27. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，CD 上，$BE=CF$，AE，BF 交于点 G.

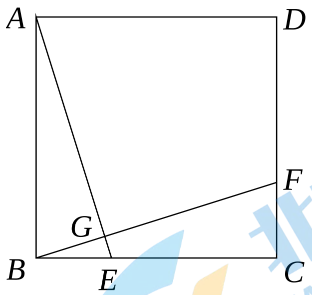
（1）求$\angle AGF$ 的度数；

（2）在线段 AG 上截取 $MG=BG$，连接 DM，$\angle AGF$ 的角平分线交 DM 于点 N.

① 依题意补全图形；

② 用等式表示线段 MN 与 ND 的数量关系，并证明.





备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P（m，n），我们称直线 $y=mx+n$ 为点 P 的关联直线. 例如，点 P（2，4）的关联直线为 $y=2x+4$.

（1）已知点 A（1，2）

① 点 A 的关联直线为____________；

② 若⊙O 与点 A 的关联直线相切，则⊙O 的半径为_________；

（2）已知点 C（0，2），点 D（d，0）. 点 M 为直线 CD 上的动点.

① 当 d=2 时，求点 O 到点 M 的关联直线的距离的最大值；

② 以 T（－1，1）为圆心，3 为半径的⊙T. 在点 M 运动过程中，当点 M 的关联直线与⊙T 交于 E，F 两点时，EF 的最小值为 4，请直接写出 d 的值.

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	A	D	B	C	C	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $x \geq 5$　　10. $b(a+2)^2$　　11. $x=3$

12. 16.4　　13. $\sqrt{5}$　　14. $(-1,-2)$

15. 35（答案不唯一）　　16. 2，135

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.（本题满分 5 分）

解：原式 $=1+2+2\sqrt{2}-\sqrt{2}$ ……………………………………………………4 分

$=3+\sqrt{2}$. ……………………………………………………………………5 分

18.（本题满分 5 分）

解：原不等式组为 $\begin{cases} x+2<2x-1, & ① \\ \dfrac{3x-5}{2}<x. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x>3$. ……………………………………………………2 分

解不等式②，得 $x<5$. ……………………………………………………4 分

∴ 原不等式组的解集为 $3<x<5$. ……………………………………5 分

19.（本题满分 5 分）

解：原式 $=4x^2+4x+1-2x+6$ ……………………………………………2 分

$=4x^2+2x+7$. ………………………………………………………………3 分

∵ $2x^2+x-1=0$，

∴ $2x^2+x=1$. ……………………………………………………………4 分

∴ 原式 $=2(2x^2+x)+7$

$=9$. ……………………………………………………………………………5 分

20.（本题满分 5 分）

方法一

证明：在△ABC 中，∠ACB＝90°，

∴ $AC \perp BD$.

∵ $CD=BC$，

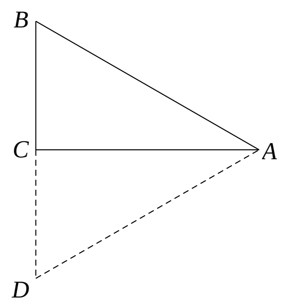
∴ $AB=AD$. ……………………………………2 分

∵ ∠BAC＝30°，

∴ ∠B＝90°－∠BAC＝60°. ……………………3 分

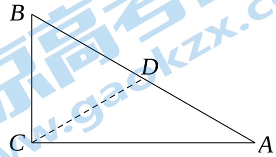
∴ △ABD 是等边三角形. …………………4 分

∴ $AB=BD$.



$\therefore\ BC=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}AB$． ··5 分

方法二



证明：在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle BAC=30°$，

∴ $\angle B=90°-\angle BAC=60°$. ······················1 分

∵ $BD=BC$，

∴ △BCD 是等边三角形. ························2 分

∴ $\angle BDC=60°$，$BD=CD$.

∴ $\angle DCA=\angle BDC-\angle A=30°=\angle A$.

∴ $CD=AD$. ···4 分

∴ $AD=BD=BC$.

$\therefore\ BC=\frac{1}{2}AB$． ··5 分

21．（本题满分 6 分）

（1）证明：∵ $BE\parallel AD$ 且 $AF=BE$，

∴ 四边形 $ABEF$ 为平行四边形. ···2 分

∵ $\angle A=90°$，

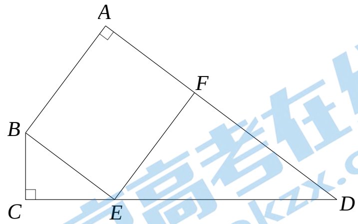
∴ 四边形 $ABEF$ 为矩形. ··3 分

（2）解：∵ 四边形 $ABEF$ 为矩形，$AB=6$，

∴ $\angle AFE=90°$，$EF=AB=6$.

在△BCE 中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$CE=4$，

∴ $BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=5$. ··4 分



∴ $\sin\angle BEC=\frac{BC}{BE}=\frac{3}{5}$.

∵ $BE\parallel AD$，

∴ $\angle BEC=\angle D$.

∴ $\sin D=\sin\angle BEC=\frac{3}{5}$.

在△EFD 中，$\angle EFD=180°-\angle AFE=90°$，

∴ $DE=\frac{EF}{\sin D}=10$. ··6 分

22．（本题满分 5 分）

（1）解：∵ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点（1，3），（2，2），

$\therefore \begin{cases}k+b=3,\\2k+b=2.\end{cases}$ ···2 分

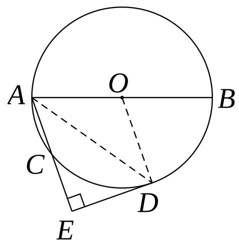
解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=4.\end{cases}$

∴ 这个一次函数的解析式为 $y=-x+4$． ·······························3 分

（2）$m\geq 1$． ··5 分

23．（本题满分 6 分）

（1）证明：连接 OD，AD.



∵ 点 D 是 BC 的中点，

∴ $BD=CD$．

∴ ∠BAD＝∠CAD. ……………………………………………………1 分

∵ OA＝OD，

∴ ∠OAD＝∠ODA.

∴ ∠CAD＝∠ODA.

∴ OD∥AC. ………………………………………………………………2 分

∵ DE⊥AC，

∴ ∠E＝90°，

∴ ∠ODE＝180°－∠E＝90°.

∵ 点 D 为⊙O 上一点，

∴ 直线 DE 是⊙O 的切线. ……………………………………………3 分

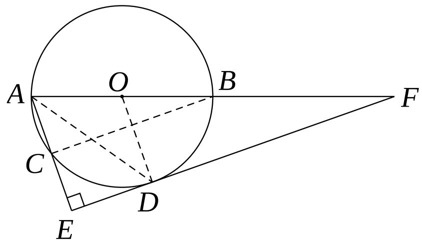
（2）解：连接 BC.

设 OA＝OB＝OD＝r.

∵ BF＝2，

∴ OF＝OB＋BF＝r＋2.

在△ODF 中，∠ODF＝90°，



∴ $\sin\angle AFE=\dfrac{OD}{OF}=\dfrac{1}{3}$.

即 $\dfrac{r}{r+2}=\dfrac{1}{3}$，解得 r＝1. ……………………………………………4 分

∴ AB＝2r＝2.

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ ∠ACB＝90°＝∠E.

∴ BC∥EF.

∴ ∠ABC＝∠AFE.

∴ $\sin\angle ABC=\sin\angle AFE=\dfrac{1}{3}$.

∴ $AC=AB\cdot\sin\angle ABC=\dfrac{2}{3}$. ……………………………………………6 分

24.（本题满分 6 分）

（1）6.5，6； ……………………………………………………………2 分

（2）西红柿； …………………………………………………………4 分

（3）6. ……………………………………………………………………6 分

25.（本题满分 5 分）

（1）① 2.8，0.98； ………………………………………………………2 分

② 由题意可知，抛物线的顶点为（1.4，0.98）.

∴ 设抛物线解析式为 $y=a(x-1.4)^2+0.98$. ……………………………3 分

∵ 当 x＝0 时，y＝0，

∴ $0=a(0-1.4)^2+0.98$，解得 $a=-0.5$.

∴ 抛物线的解析式为 $y=-0.5(x-1.4)^2+0.98$. ………………………4 分

（2）能. ……………………………………………………………………5 分

26.（本题满分 6 分）

（1）m=n. …………………………………………………………………1 分

理由如下：

∵ $b=5$，

∴ 抛物线解析式为 $y=x^2-10x+1$，

∴ 对称轴为 $x=5$.

∵ $x_0=3$，

∴ A（3，m），B（7，n）关于直线 $x=5$ 对称.

∴ $m=n$. ……………………………………………………………………………2 分

（2）当 $x_0=3$ 时，

∵ $A(x_0, m)$，$B(x_0+4, n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+1$ 上，

∴ $m=10-6b$，$n=50-14b$.

∵ $m<n<1$，

∴ $10-6b<50-14b<1$.

∴ $\frac{7}{2}<b<5$.

当 $x_0=4$ 时，

∵ $A(x_0, m)$，$B(x_0+4, n)$ 在抛物线 $y=x^2-2bx+1$ 上，

∴ $m=17-8b$，$n=65-16b$.

∵ $m<n<1$，

∴ $17-8b<65-16b<1$.

∴ $4<b<6$.

∵ 对于 $3\le x_0\le 4$，都有 $m<n<1$，

∴ $4<b<5$.

当 $4<b<5$ 时，

设点 (x_0+4, n) 关于抛物线的对称轴 $x=b$ 的对称点为 (x_1, n)，

∵ 点 (x_0+4, n) 在抛物线上，

∴ 点 (x_1, n) 在抛物线上.

由 $x_0+4-b=b-x_1$，得 $x_1=2b-x_0-4$.

∵ $3\le x_0\le 4$，$4<b<5$，

∴ $0<x_1<3$.

∵ 抛物线 $y=x^2-2bx+1$，

∴ 抛物线与 y 轴交于（0，1）.

当 $x<b$ 时，y 随 x 的增大而减小.

∵ 点（0，1），(x_1, n)，(x_0, m) 在抛物线上，且 $0<x_1<x_0<b$，

∴ $m<n<1$.

综上所述，$4<b<5$. ……………………………………………………………6 分

27.（本题满分 7 分）

（1）∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB=BC$，$\angle ABE=\angle BCF=90°$.

又∵ $BE=CF$，

∴ $\triangle ABE\cong\triangle BCF$（SAS）. ……………………………………………1 分

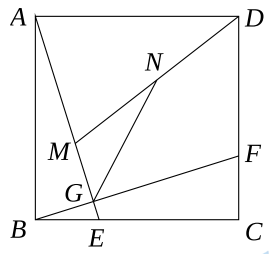
∴ $\angle BAE=\angle FBC$.

∵ $\angle FBC+\angle ABG=90°$，

∴ $\angle BAE+\angle ABG=90°$.

∴ $\angle AGF=90°$. ……………………………………………………………………2 分

（2）① 依题意补全图形.



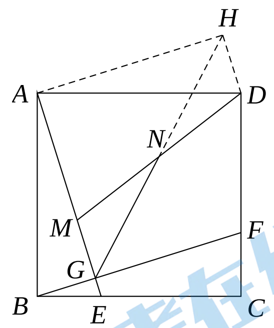
……………………………………………………………………………………3 分

② 线段 MN 与 ND 的数量关系为 $MN=ND$. ………………………………4 分

证明：过点 A 作 $AH\perp AE$ 交 GN 延长线于点 H，连接 DH.

∵ $\angle AGF=90°$，GN 平分 $\angle AGF$，

∴ $\angle AGN=\dfrac{1}{2}\angle AGF=45°$.



∵ $AH\perp AE$，

∴ $\angle GAH=90°$.

∴ $\angle AHG=\angle AGH=45°$.

∴ $AG=AH$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle BAD=90°$，$AB=AD$.

∵ $\angle GAH=90°$，

∴ $\angle BAG=\angle DAH$.

∴ $\triangle BAG\cong\triangle DAH$（SAS）.

∴ $BG=DH$，$\angle AHD=\angle AGB=90°$.

∵ $BG=GM$，$\angle AHG=45°$，

∴ $GM=DH$，$\angle DHN=\angle NGM=45°$.

∵ $\angle HND=\angle GNM$，

∴ $\triangle HND\cong\triangle GNM$（AAS）.

∴ $MN=ND$. ……………………………………………………………7 分

28.（本题满分 7 分）

（1）① $y=x+2$；……………………………………………………………1 分

② $\sqrt{2}$； ……………………………………………………………2 分

（2）① 当 $d=2$ 时，直线 CD 过点（0，2），（2，0），

∴ 直线 CD 解析式为 $y=-x+2$.

∵ 点 M 在直线 CD 上，

∴ 设 M 点坐标为（m，$-m+2$）.

∴ 点 M 的关联直线为 l：$y=mx-m+2$.

∴ 直线 l 过定点 H（1，2），则 $OH=\sqrt{5}$.

∵ 点 O 到直线 l 的距离 $h\le OH$，

∴ $h\le\sqrt{5}$，当 $OH\perp l$，即 $m=-\dfrac{1}{2}$ 时，$h=\sqrt{5}$.

∴ 点 O 到点 M 的关联直线的距离的最大值为 $\sqrt{5}$. ……………………………5 分

② $d=2$ 或 $d=-\dfrac{2}{3}$. ………………………………………………………………………7 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。